Tech. 59 t

# Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung

der

# Wechselstrom-Transformatoren.

Für die Praxis bearbeitet

von

**Clarence Paul Feldmann,**

Ingenieur des städtischen Elektrizitätswerkes zu Köln am Rhein.

**Zweiter Teil.**

Mit 176 Abbildungen.

LEIPZIG
VERLAG VON OSKAR LEINER
1895.

16 F

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

# Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung

der

# Wechselstrom-Transformatoren.

Für die Praxis bearbeitet

von

**Clarence Paul Feldmann**

Ingenieur des städtischen Elektrizitätswerkes zu Köln am Rhein.

**Erster Teil.**

Mit 103 Abbildungen.

LEIPZIG

VERLAG VON OSKAR LEINER.

1894.

BIBLIOTHECA
REGIA
DRESDENSIS

Das Recht der Übersetzung vorbehalten!

Druck von Oskar Leiner in Leipzig. 32150

# Vorwort.

Das vorliegende Werk ist hervorgegangen aus dem Bestreben, das Gebiet der Transformatorentechnik auch demjenigen zu erschliessen, dessen praktische Thätigkeit oder natürliche Anlage das Studium rein mathematisch gehaltener Werke erschwert oder versagt. Es unterscheidet sich von den meisten bis jetzt verbreiteten Werken der Wechselstromtechnik wesentlich dadurch, dass die Ableitungen an möglichst einfache Überlegungen anknüpfen und dass bei der Behandlung die Rücksicht auf die praktische Verwertbarkeit der Schlüsse allein massgebend war. Stets hat auch das Betreben vorgeherrscht, den Transformator nicht unter unmöglichen Bedingungen, sondern unter denjenigen des praktischen Betriebes zu betrachten; deshalb ist auch den Ableitungen unter Zugrundelegung konstanter Induktionskoëffizienten untergeordnetere Bedeutung beigelegt; deshalb sind ferner die wichtigeren Diagramme noch einmal im Anschlusse an die von der englischen Schule entwickelten Anschauungen wiedergegeben oder neu entworfen worden.

Das Werk zerfällt, wie der Titel besagt, in drei Abschnitte. Der erste derselben behandelt als grundlegende Kapitel die Eigenschaften des magnetischen Feldes und die Wirkung von Kapazität und Selbstinduktion im Wechselstromkreise und geht dann dazu über, an Hand zahlreicher Beispiele und Messresultate die Wirkungsweise der Wechselstromtransformatoren einheitlich darzustellen. Der zweite Abschnitt umfasst die Prüfung der Transformatoren und zerfällt selbst wieder in ein einleitendes Kapitel über Wechselstrommessungen und in ein Kapitel über die Prüfungsmethoden des Laboratoriums und der Werkstättenpraxis. Diesem Teile schliessen sich als Anhänge kurze Abrisse über die Untersuchung magnetischer Felder, über die Methoden zur Bestimmung

der periodischen Kurve der E. M. K. und über die unter Zugrundelegung der wahren Gestalt der E. M. K. sich ergebenden Abänderungen der Entwickelungen sinngemäss an. Der dritte Abschnitt endlich soll den Praktiker in den Stand setzen, Transformatoren von genau bestimmten Eigenschaften voraus zu berechnen und zu entwerfen.

Bei der Bearbeitung der ersten zwei Kapitel wurde ich durch den freundlichen Rat des Ingenieurs J. Teichmüller in Mülheim a. Rh. in dankenswerter Weise unterstützt. Für die Kapitel über Wechselstrommessungen und Dimensionierung der Transformatoren wurden mir von einer Reihe von Firmen des In- und Auslandes in entgegenkommendster Weise Daten und Figuren zur Verfügung gestellt. Diesen Firmen sei hiermit an dieser Stelle bestens gedankt.

**Köln,** im Mai 1894.

Clarence P. Feldmann.

# Inhalts-Verzeichnis.


Seite

**Einleitung** . . . . . VII

## Erstes Kapitel.

### Das magnetische Feld und die Grundgesetze der Induktion.

1. Der Widerstand . . . . . 1
2. Trägheit schwerer Massen . . . . . 2
3. Analogie zwischen der Trägheit und der Selbstinduktion . . . . 3
4. Magnetische Induktions- und Kraftlinien . . . . . 4
5. Die Kraftliniendichte . . . . . 7
6. Die magnetisierende Kraft . . . . . 9
7. Der magnetische Kreis . . . . . 11
8. Unzuverlässigkeit der Analogie zwischen dem Ohm'schen Gesetze und dem Gesetze des magnetischen Kreises . . . . . 15
9. Magnetisierungskurven . . . . . 18
10. Der magnetische Kreisprozess . . . . . 24
11. Behandlung einiger Sonderfälle des magnetischen Kreises . . . 30
12. Änderung der Kraftlinienzahl . . . . . 40
13. Die Kurve des Feldes und der E. M. K. . . . . 42

## Zweites Kapitel.

### Selbstinduktion und Kapazität im Wechselstromkreise.

1. Der verzögernde Widerstand oder die Impedanz . . . . . 50
2. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände . . . . . 58
3. Impedanz parallel geschalteter Widerstände . . . . . 60
4. Die Theorie des Induktionswiderstandes.
   Die Drosselspule im unverzweigten Stromkreise . . . . . 65
5. Die Drosselspule im Nebenschluss . . . . . 73
6. Wirkungsweise des Kondensators im Wechselstromkreise . . . . 79
7. Effektverbrauch im Kondensator . . . . . 87
8. Serienschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators 89
9. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators . . . . . 100

Seite

10. Behandlung der Probleme ohne Einführung von Selbstinduktion . 105
11. Über die an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretenden Erscheinungen . . . . . 106
12. Einfluss der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren . . 134

## Drittes Kapitel.

## Wirkungsweise und Wirkungsgrad der Wechselstromtransformatoren.

1. Praktisches Näherungsverfahren zur Bestimmung des Wirkungsgrades bei verschiedenen Belastungen . . . . . 136
2. Die im Transformator auftretenden Verluste . . . . . 140
   a) von den Verlusten im Eisen . . . . . 141
   b) von den Verlusten im Kupfer . . . . . 156
   c) Spannungsverlust, Spannungsabfall und Spannungserhöhung 161
3. Anwendung des Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise . . . . . 170
4. Transformatorendiagramme . . . . . 192
   a) Allgemeines Diagramm . . . . . 192
   b) Das Polardiagramm . . . . . 194
   c) Entwurf der Diagramme ohne Einführung von Induktionskoëffizienten . . . . . 199
5. Anwendung des erweiterten Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise . . . . . 207
6. Der Jahreswirkungsgrad . . . . . 214
7. Die Wirkungsweise des Ausgleichstransformators oder Egalisators 222
8. Über das magnetische Verhalten der Transformatoren im Momente des Anschlusses an ein arbeitendes Netz . . . . . 224

# Inhalts-Verzeichnis zum zweiten Teil.

## Viertes Kapitel.

### Messinstrumente und Messmethoden der Wechselstromtechnik.


Seite

1. Einleitung . . . . . 229
2. Die elektrochemischen Wirkungen des elektrischen Stromes . 229
3. Die elektromagnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes . 230
4. Die elektrostatischen Wirkungen des elektrischen Stromes . . . 232
5. Die kalorischen oder thermischen Wirkungen des elektrischen Stromes . . . . . 233
6. Die induktiven Wirkungen des elektrischen Stromes . . . . . 233
7. Über die von den Messinstrumenten angegebenen Mittelwerte . 233
8. Verwendung des Elektrodynamometers zur Strommessung . . . 240
9. Verwendung des Elektrodynamometers zur Spannungsmessung . 249
10. Verwendung des Elektrodynamometers zur Messung des Effekts 254
11. Das Elektrometer und seine Verwendung zur Spannungsmessung 274
12. Verwendung des Elektrometers zur Messung der Stromstärke und des Effekts . . . . . 287
13. Kalorimeter im engeren Sinne . . . . . 291
14. Hitzdrahtvoltmeter . . . . . 295
15. Hitzdrahtampèremeter . . . . . 301
16. Verwendung von Messinstrumenten mit weichen Eisenkernen . 303
17. Instrumente, welche auf Induktionswirkungen beruhen . . . . 310
18. Aichung der vorerwähnten Instrumente und Bemerkungen über induktionsfreie Widerstände und Hülfsapparate zur Aichung 315
    a) Direkte Aichung . . . . . 317
    b) Indirekte Aichung . . . . . 322


## Anhang.

### Über die Prüfung des Eisens.


1. Allgemeines . . . . . 327
2. Die magnetometrische Methode . . . . . 328
3. Die ballistische Methode . . . . . 328
    a) Allgemeines . . . . . 328
    b) Methode der schrittweisen Magnetisierung . . . . . 334
    c) Methode der Magnetisierung durch Stromwendung . . 337
    d) Methode der Magnetisierung durch Zurückwerfung . . 338
    e) Hopkinson's Methode . . . . . 339
4. Die Traktionsmethode . . . . . 342
5. Die Brückenmethoden . . . . . 345
6. Galvanometermethoden . . . . . 349
7. Wattmetermethoden . . . . . 354
8. Geometrische Methoden . . . . . 359

## Fünftes Kapitel.

### Methoden zur Untersuchung von Transformatoren.

Seite

1. Einleitung . . . . . 361

**Untersuchungsmethoden der Praxis.**

2. Die Prüfung der Transformatoren in der Werkstätte . . . . . 362
3. Methoden zur Bestimmung des Wirkungsgrades . . . . . 366
   a) Rohe Methode . . . . . 656
   b) Wattmetermethode . . . . . 366
   c) Dynamometrische Methoden . . . . . 369
   d) Methode der drei Voltmeter . . . . . 371
   e) Methode der drei Ampèremeter . . . . . 375

**Untersuchungsmethoden des Laboratoriums.**

4. Bestimmung des Wirkungsgrades nach Sumpner's Differentialmethode . . . . . 378
5. Die Bestimmung des Spannungsabfalles und Übersetzungsverhältnisses . . . . . 383
6. Geometrische Untersuchungsmethoden . . . . . 388
   a) Allgemeines . . . . . 388
   b) Die Differentialmethode Hopkinson's . . . . . 396

## Anhang.

### Über die wahre Gestalt der periodischen Kurven der E.M.K. und des Stromes.

1. Allgemeines . . . . . 405
2. Wechselwirkung zwischen Armatur und Feld . . . . . 406
3. Form des Koëffizienten der gegenseitigen Induktion . . . . . 411
4. Einfluss des Eisens . . . . . 414
5. Die Zerlegung der harmonischen Kurven . . . . . 416
6. Kompensation der deformierenden Schwingungen . . . . . 418
7. Einfluss der Deformation auf die von den Messinstrumenten angegebenen Mittelwerte . . . . . 421
8. Einfluss der Deformation auf Transformatoren . . . . . 424

## Sechstes Kapitel.

### Berechnung der Transformatoren.

1. Allgemeines . . . . . 433

**Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise.**

2. (Beispiel.) Transformatoren mit einfachem magnetischen Kreise . 439
3. Transformatoren mit mehrfachem magnetischen Kreise . . . . 444
4. Wahl der Induktion . . . . . 449

5. Wahl der Periodenzahl . . . . . 453
6. Einfluss der Vergrösserung der linearen Dimensionen . . . . 458
7. Änderung des Eisengestelles . . . . . 459
8. Rücksichtnahme auf den Jahreswirkungsgrad . . . . . 465
a) Verminderung der Periodenzahl . . . . . 469
b) Verminderung der Induktion . . . . . 471
c) Änderung des Eisengestelles . . . . . 471

**Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.**

9. Einfluss der Gestalt der Polflächen . . . . . 478
10. Verminderung des Erregerstromes durch Kondensatoren . . . . 489
11. Kernloser Transformator . . . . . 496
12. Drosselspulen . . . . . 499
a) Drosselspule in Serie zu Lampen . . . . . 500
b) Drosselspule parallel zu Lampen . . . . . 502
Sachregister . . . . . 507

## Berichtigungen.

Seite 45 Zeile 10 von unten lies $\frac{T}{2} = \frac{1}{2p}$ statt $\frac{T}{2} = \frac{1}{p}$ und

$p = \frac{1}{T}$ » $p = \frac{2}{T}$

» 52 » 15 » oben » $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\,\pi\,p$ statt $\omega = \pi\,p$

» 61 » 13 » » » $\sqrt{r_2^2 + l_2^2\,\omega^2} : \sqrt{r_1^2 + l_1^2\,\omega^2}$

statt $\sqrt{r_2^2 + l_2^2\,\omega^2} + \sqrt{r_1^2 + l_1^2\,\omega^2}$

» 61 » 3 » unten lies $\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{l_1\,\omega}{r_1}$ statt $\varphi_1 = \frac{l_1\,\omega}{r_1}$

und $\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{l_2\,\omega}{r_2}$ statt $\varphi_2 = \frac{l_2\,\omega}{r_2}$

Seite 71 Fig. 36 lies $E_{II} = 84$ Volt statt $E_I = 84$ Volt

und $E_I = 40$ Volt statt $E_{II} = 40$ Volt

Seite 95 Zeile 1 von oben lies $p = \frac{1}{T}$ statt $p = \frac{2}{T}$

» 99 » 8 » » » $\frac{E_G}{E_C}$ statt $\frac{E_C}{E_G}$

Seite 167 Zeile 15 von oben lies: Die Ableitung für die Grösse der Streuung gilt nur für einen Schlitz von unendlich kleiner Länge; soll die Streuung für einen Schlitz von der Länge $b_1$ ermittelt werden, so tritt noch der Faktor $\frac{1}{3}$ hinzu. Die Gleichung 11) muss also lauten

$$e_1 = \frac{\omega}{3} (B \,.\, l \,.\, b_1)\ n_1 \,.\, 10^{-8}$$

und die Auswertung derselben ergiebt das auf Seite 167 richtig mitgeteilte Resultat

$$e_1 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8}\ \frac{b_1 \,.\, l \,.\, n_1{}^2\, p}{a}\ J_1 \ .$$

Seite 429 Fig. 238 lies $n_1 = 675$ Windungen statt $u_1 = 675$ Windungen, bei dieser Figur sind die Werte der Kraftlinien mit $10^5$ statt 105 zu multiplizieren.

Seite 478 Zeile 17 von unten lies 9. statt 10.

# Einleitung.

Sobald in einer geschlossenen Windungsfläche die Zahl der dieselbe durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht eine elektromotorische Kraft.

Geschieht diese Änderung der Kraftlinienzahl dadurch, dass zwischen dem induzierenden und dem induzierten magnetischen Felde eine Relativbewegung eingeleitet wird, so heisst die elektromagnetische Vorrichtung eine Dynamomaschine.

Geschieht die Änderung der Kraftlinienzahl aber dadurch, dass das der induzierenden und der induzierten Bewickelung gemeinsame magnetische Feld in seiner Stärke variiert, so nennt man die elektromagnetische Vorrichtung einen Transformator. Die Änderung der Kraftlinienzahl wird bei dem Wechselstromtransformator dadurch zu stande gebracht, dass in die induzierende oder primäre Wickelung ein Strom von wechselnder Richtung und Stärke gesandt wird. Unter dem Einflusse desselben variiert das beiden Bewickelungen gemeinsame Feld und variiert somit auch die E. M. K. der induzierten oder sekundären Wickelung.

Der moderne Wechselstromtransformator besteht also aus zwei feststehenden, räumlich voneinander getrennten und elektrisch voneinander isolierten Bewickelungen, welche mit den Kraftlinien eines magnetischen Feldes von wechselnder Stärke kettengliederartig verschlungen sind. Ist dann, etwa durch Anordnung eines entsprechend dimensionierten Eisenkernes, dafür Sorge getragen, dass in jedem Augenblicke die beiden auf den Eisenkern aufgebrachten Bewickelungen die gleiche Zahl von Kraftlinien kettengliederartig umschlingen, so ist die E. M. K. in jeder dieser Bewickelungen einfach proportional ihrer Windungszahl. Man hat also durch entsprechende Wahl dieser Windungszahlen die Möglichkeit, eine gegebene E. M. K.

beliebig umzusetzen oder zu transformieren. Das Verhältnis der Windungszahlen heisst deshalb das Umsetzungs-, Übersetzungs- oder Transformationsverhältnis.

Der Transformator transformiert also eine gegebene E. M. K. nach oben oder nach unten, je nachdem seine primäre Windungszahl kleiner oder grösser als die sekundäre, oder sein Übersetzungsverhältnis kleiner oder grösser als Eins ist.

Die Übersetzung nach oben findet sich in der ältesten und noch heute in der Elektrotherapie benutzten Grundform des modernen Transformators, in der Rhumkorff'schen Induktionsspule, vor. Sie wird heute fast nur in jenen Fällen angewendet, wo man im Interesse einer leichteren Isolierung der mit beweglichen Teilen versehenen Wechselstromdynamos für sehr hohe Spannungen der Dynamo nur die Erzeugung niedrigerer Spannung überlässt und diese Spannung dann in entsprechend bewickelten und isolierten Transformatoren an der Erzeugungsstelle selbst auf den erforderlichen hohen Wert umsetzt. Beispiele hierfür bietet die Beleuchtungsanlage Deptford-London, in welcher Ferranti-Transformatoren die Maschinenspannung von 2500 Volt auf 10000 Volt erhöhen, und bot die Lauffen-Frankfurter Kraftübertragung, in welcher Transformatoren der Maschinenfabrik Oerlikon und der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Berlin, die Maschinenspannung von etwa 70 Volt bis auf maximal 30000 Volt umsetzten.

Da der Transport und die Verteilung elektrischer Energie stets mit einem dem Leitungsquerschnitte umgekehrt, der Leitungslänge und der Stromstärke direkt proportionalen Verluste verbunden sind, so müssten für die Fortleitung grösserer Energiemengen auf einigermassen beträchtliche Entfernungen sehr schwere Kabelleitungen verwendet werden, wenn nicht durch Erhöhung der Spannung ein Mittel gegeben wäre, die Stromstärke und damit den Verlust, den Leitungsquerschnitt und die Anlagekosten entsprechend zu vermindern.

Von der Erkenntnis dieser Thatsache zu der Überlegung, dass eine Umkehrung der Rhumkorff'schen Induktionsspule die Erhöhung einer gegebenen Wechselspannung mittelst eines ruhenden Apparates in bequemster und sicherster Weise gestatte, war nur ein Schritt — aber einer jener Schritte, welche

in der Geschichte der Menschheit eine neue Epoche eröffnen und welche vielleicht von kommenden Zeiten und Geschlechtern erst in ihrer vollen Wichtigkeit erkannt werden.

Das Verdienst, die Brauchbarkeit des Prinzips in grösserem Massstabe an einer ausgeführten Anlage gezeigt zu haben, gebührt L. Gaulard und J. D. Gibbs[1]), welche gelegentlich der Turiner Ausstellung im Jahre 1884 vom Bahnhofe in Lanzo aus mittelst einer etwa 80 *km* langen Leitung aus 3·7 *mm* starkem Chrombronzedraht die Bahnhöfe von Turin, Venaria und Lanzo und die Ausstellung mit einzelnen Glühlampen und Bogenlampen beleuchteten. Der gesamte Aufwand an elektrischem Effekt betrug etwa 30 Pferdestärken. Die Transformatoren wurden säulenförmig aus gestanzten Kupferscheiben aufgebaut, welche voneinander isoliert, für beide Wickelungen gleichgestaltet und in gleicher Anzahl verwendet wurden. Die vorspringenden Enden dieser Kupferscheiben wurden dann derart verbunden, dass die eine Wickelung alle geradzahligen, die andere Wickelung alle ungeradzahligen Kupferscheiben enthielt. Der Transformator besass somit als Bewickelungen zwei säulenförmig aufgebaute, parallel nebeneinander verlaufende Spiralen von gleicher Windungszahl; sein Übersetzungsverhältnis war somit 1 : 1, und seine Anordnung war eine zweipolige.

Um eine ökonomische Fortleitung der elektrischen Energie auf grössere Entfernungen zu ermöglichen, mussten Gaulard und Gibbs die primären Windungen ihrer Transformatoren in Serie schalten, während von den sekundären Windungen jedes Transformators aus die Glühlampen oder Bogenlampen ebenfalls in Serienschaltung betrieben wurden. Die Transformatoren wurden primär mit konstantem Strome gespeist; die primäre Spannung variierte entsprechend der Anzahl der eingeschalteten Transformatoren. Damit war aber schon die Brauchbarkeit der Gaulard- und Gibbs'schen Anordnung wesentlich in Frage gestellt, weil dieselbe nur die Ausschaltung ganzer Transformatoren, nicht aber einzelner Glühlampen oder Bogenlampen gestattete. Eine unabhängige Aus- und Einschaltung jeder einzelnen Lampe ist nur möglich, wenn »die Vorteile der Edison'schen Zentralstationen mit denen des

---

[1]) Vergl. F. Uppenborn, Geschichte der Transformatoren.

Systems von Gaulard und Gibbs vereinigt werden« — eine Thatsache, welche Prof. Colombo noch während der Dauer der Turiner Ausstellung betonte.

Das Verdienst, die erste brauchbare Anordnung und Schaltung eines Transformators angegeben zu haben, gebührt den Ingenieuren der Firma Ganz & Co., Budapest, C. Zipernowsky, M. Déri und O. T. Bláthy, welche ihr System polloser, parallel geschalteter Transformatoren zum ersten Male auf der Budapester Landesausstellung vom Jahre 1885 zur praktischen Anwendung brachten. Bei dieser ersten Beleuchtungsanlage schon traten einzelne Vorteile des Systems deutlich zu tage: vor allem die vollkommene Unabhängigkeit der einzelnen Lampen voneinander, sobald die primäre Spannung konstant gehalten wurde. Die Ganz'schen Transformatoren waren selbstregulierend, insofern sie nämlich bei konstanter Primärspannung selbstthätig die sekundäre Spannung auf konstanter Höhe und den primären Energieaufwand angenähert proportional dem sekundären Energiekonsum hielten. Die Proportionalität war um so vollkommener erreicht, je geringer die gesamten im Transformator auftretenden Verluste waren; die Verluste wiederum waren um so kleiner, je kleiner die Widerstände der Bewickelungen und je sorgfältiger der Eisenkern dimensioniert und angeordnet war.

Die Gaulard-Gibbs'schen Transformatoren besassen anfangs gar keine Eisenkerne. Später jedoch gab man ihnen zur Ermöglichung einer Regulierung cylindrische Eisenkerne, welche nach Bedarf mehr oder weniger tief in die cylindrische Höhlung der säulenförmigen Windungen eingesenkt werden sollten.

Die Ingenieure der Firma Ganz & Co. waren jedoch anfangs schon von der richtigen Vorstellung ausgegangen, dass, wie wir heute sagen würden, geringer Spannungsverlust und geringer Spannungsabfall sich gleichzeitig mit geringem, für Magnetisierung erforderlichen Effektverlust nur unter Anwendung polloser Transformatoren erzielen lassen. Nur bei Anwendung eines Transformators mit geschlossenem magnetischen Kreise ist es möglich, alle Windungen der primären und sekundären Spule magnetisch gleichliegend und gleichwertig zu ge-

stalten und ohne übermässigen Aufwand an Kupfer oder Erregerstrom die primären und sekundären Widerstände so niedrig zu halten, dass der gesamte Spannungsverlust im Transformator nur wenige Prozente der Nutzspannung ausmacht.

Wenn die Windungen nicht magnetisch gleichliegend sind, so wird nicht jede einzelne derselben genau die gleiche Anzahl von Kraftlinien umschlingen; es werden vielmehr von den der primären Spannung entsprechenden Kraftlinien ein kleiner Teil streuen, d. h. nutzlos den Luftraum durchsetzen, während der grössere Teil auf den Eisenkern beschränkt bleiben und die sekundären Windungen umschlingen wird. Das durch diese Streuung erzeugte magnetische Feld wird nun bei konstanter Primärspannung mit wachsender sekundärer Stromstärke an Intensität gewinnen, und die gesamte Spannungsverminderung wird grösser sein, als der nach dem Ohm'schen Gesetze sich ergebende Spannungsverlust. Dem Streuungsfelde entspricht eben ein Spannungsabfall, dessen Grösse bei unrationell gebauten Transformatoren den Spannungsverlust in den Widerständen der Windungen erheblich übertreffen kann.

Lange Zeit hielt man nun den in Parallelschaltung arbeitenden Transformator mit geschlossenem magnetischen Kreise für eine so vollkommene Lösung des Problems der Energieverteilung, dass Erfinder und Konstrukteure aller Nationen an der Umbildung und Neugestaltung der von Zipernowsky, Déri und Bláthy so erfolgreich in die Praxis übersetzten Grundidee arbeiteten, ohne an den Fundamenten derselben zu rütteln.

Da trat im Jahre 1889 James Swinburne auf und führte den ersten Streich gegen die schon halb und halb zum Axiom gewordenen Anschauungen. Er wies darauf hin, dass bei dauernd betriebenen Wechselstromanlagen jeder Transformator während des ganzen Jahres magnetisiert werden müsse, erfahrungsgemäss aber nur während eines halben Monats etwa mit seiner vollen Belastung in Betrieb sei, dass also für das wirtschaftliche Ergebnis einer Wechselstromanlage nicht der aus dem verlorenen und nutzbar gemachten Effekt, sondern der aus der verlorenen und nutzbar gemachten Arbeit ermittelte Wirkungsgrad des Transformators massgebend sei. Er führte dann weiterhin aus, dass Transformatoren mit offenem magne-

tischen Kreise, welche so rationell gebaut seien, wie sein Igeltransformator, einen erheblich höheren Durchschnittswirkungsgrad besitzen müssten. Swinburne's Veröffentlichungen haben die allgemeine Aufmerksamkeit auf die Ermittelung des durchschnittlichen Wirkungsgrades gerichtet, und unstreitig gebührt ihm das Verdienst, der Fabrikation der Transformatoren einen neuen, belebenden und fördernden Impuls gegeben zu haben. Seine Erwartungen haben sich jedoch bis jetzt nicht bestätigt. Der Transformator mit geschlossenem magnetischen Kreise erfreut sich immer grösserer Verbreitung, und Swinburne selbst hat neuerdings begonnen, neben seinen Igeltransformatoren solche mit eisengeschlossenem Kreise zu bauen.

Die Entwickelungsgeschichte der Transformatoren ist von Berufeneren mehrfach bearbeitet worden. Die hier gegebenen einleitenden Bemerkungen sollten nur einige Ausdrücke erläutern und einen der zur Ausarbeitung der folgenden Kapitel mitbestimmenden Gesichtspunkte erörtern.

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

# Erstes Kapitel.

## Das magnetische Feld und die Grundgesetze der Induktion.

### 1. Der Widerstand.

Ein grosser Teil der Schwierigkeiten, auf welche man beim Studium der in Wechselstromkreisen auftretenden Erscheinungen stösst, lässt sich darauf zurückführen, dass das Ohm'sche Gesetz für solche Kreise nicht ohne weiteres mehr in seiner einfachsten Form anwendbar ist.

Wir stellen uns heute jeden Stromkreis mit einem bestimmten Widerstande behaftet vor und wissen dann, dass der in dem Stromkreise unter dem dauernden Einflusse einer konstanten E. M. K. zirkulierende Strom durch das Verhältnis dieser E. M. K. zum Gesamtwiderstande des Stromkreises gegeben ist. Da wir in der Technik meistens nur eine länger andauernde Wirkung der Ströme verlangen, haben wir den Umstand beinahe vergessen, dass der nach dem Ohm'schen Gesetz durch den Quotienten aus der konstanten E. M. K. und dem gleichfalls konstanten Widerstande definierte Stromwert nur bei dauernder Einwirkung der Stromquelle auftritt, während er unmittelbar nach dem Stromschlusse nur jenen Grenzwert angiebt, welchem der rasch anwachsende Strom zustrebt.

Wirkt die konstante E. M. K. längere Zeit auf den Stromkreis ein, so bemerken wir eine Erwärmung desselben, deren Grösse wir jedoch nicht ohne weiteres anzugeben vermögen, da dieselbe in hohem Masse von der Wärmeabgabe des Stromkreises an seine Umgebung abhängt.

Sind wir also auch nicht im stande, ohne nähere Untersuchungen oder Angaben für den betreffenden Fall die Grösse der auftretenden Erwärmung anzugeben, so hat uns Joule doch die Grösse der durch den elektrischen Strom pro Zeiteinheit zugeführten Wärmemenge kennen gelehrt. Das Joule'sche Gesetz definiert den Widerstand als jene Eigenschaft eines Stromkreises, kraft welcher die demselben zugeführte elektrische

Energie in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme umgesetzt wird. In dieser Beziehung ähnelt das Verhalten des Widerstandes jenem der Reibung, welche bei allen unseren maschinellen Einrichtungen in mehr oder weniger unliebsamer Weise zutage tritt. Auch der bei unseren Maschinen zur Überwindung der Reibung aufgewendete Effekt setzt sich in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme um.

## 2. Trägheit schwerer Massen.

Betrachten wir den Fall, wo ein mit Trägheit behaftetes schweres Schwungrad in Bewegung gesetzt werden soll. Das gesamte hierzu erforderliche Drehmoment setzt sich aus zwei Teilen zusammen, von denen der eine die Lagerreibung und den Luftwiderstand zu überwinden, der andere der Trägheit entgegen zu wirken hat. Der erste Teil muss auch dann noch aufgewendet werden, wenn das Schwungrad seine normale Tourenzahl erreicht hat, und so lange die Rotation dauert, so lange wird eine diesem Teile der Gesamtenergie entsprechende Wärmeentwickelung an den Lagern auftreten. Ganz anders sind das Verhalten und die Wirkung des zweiten Teiles der Gesamtenergie. In dem Masse, wie sich die Tourenzahl des Schwungrades steigert, nimmt die Grösse des zur Überwindung der Trägheit aufzuwendenden Effektes ab, bis dieser zweite Teil des Gesamteffektes schliesslich bei Erreichung der vollen Geschwindigkeit überhaupt Null wird. Die eine Wirkung der Trägheit ist also jedenfalls eine zeitliche Verzögerung der Wirkung des aufgewendeten Drehmomentes; denn es ist ohne weiteres klar, dass ein nur mit Reibung in den Lagern laufendes, aber nicht mit Trägheit behaftetes Rad unter dem Einflusse des Drehmomentes seine volle Geschwindigkeit sofort angenommen hätte. Die zweite Wirkung der Trägheit offenbart sich erst in dem Momente, wo das zur Aufrechterhaltung der Rotation dienende Drehmoment zu wirken aufhört. Das Schwungrad wird dann nicht sofort stehen bleiben, wie es ein nicht träges Rad thun müsste, sondern wird noch so lange mit stets abnehmender Geschwindigkeit weiterrotieren, bis der gesamte, anfänglich zur Überwindung der Trägheit aufgewendete zweite Teil des Effektes sich vollkommen in eine an die Lager und deren Umgebung abgegebene Wärmemenge umgewandelt hat. Der zweite Teil des Gesamteffektes geht also nicht verloren, sondern wird in einem umkehrbaren Prozesse bei der Ingangsetzung erst aufgespeichert und bei der Stillsetzung wieder zurück-

gewonnen, um dann allerdings in einem nicht umkehrbaren Prozesse in Wärme umgewandelt zu werden. Auf der Thatsache, dass ein mit Trägheit behaftetes Rad Energie aufspeichert, wenn der Antriebsmotor zu schnell läuft, und Energie abzugeben vermag, wenn der Antriebsmotor unter seiner normalen Tourenzahl ist, beruht ein Teil der ausgleichenden Wirkung des Schwungrades. Das träge Rad hat das Bestreben, seinen Bewegungszustand beizubehalten, und setzt jeder Änderung desselben einen bestimmten Widerstand entgegen.

### 3. Analogie zwischen der Trägheit und der Selbstinduktion.

Und nun tritt die Frage nahe, ob nicht etwa bei dem Entstehen und Verschwinden des elektrischen Stromes in einem Stromkreise eine Art elektrischer Trägheit sich manifestiert. Wenn ein elektrischer Strom der Fortbewegung einer materiellen Substanz entspräche[1]), so würde er wahrscheinlich mit einer gewissen Trägheit behaftet sein. Wie stehendes Wasser in einer Röhre nicht plötzlich, sondern nur ganz allmählich aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung übergeführt werden kann, so würde beim Vorhandensein einer elektrischen Trägheit das Anwachsen des Stromes unter dem Einflusse einer gegebenen konstanten Kraft nicht momentan erfolgen können, und wie das einmal in Bewegung befindliche Wasser nur unter Aufwand einer beträchtlichen Kraft, welche manchmal die Röhre sprengt oder beschädigt, in seiner Weiterbewegung plötzlich behindert werden kann, so würde beim Vorhandensein einer elektrischen Trägheit die Unterbrechung des Stromes entweder allmählich oder plötzlich und dann auch gewaltsam erfolgen können.

Nun wissen wir, dass ein Strom zur Entwickelung seiner vollen Stärke nicht unmittelbar nach Stromschluss gelangt, sondern infolge der Selbstinduktion eine gewöhnlich sehr kurze Zeit dazu braucht, und dass bei plötzlicher Unterbrechung des Stromkreises die Wirkung der Selbstinduktion sich in einer gewaltsamen, unter Licht- und Wärmeerscheinung auftretenden Durchschlagung des isolierenden Mediums äussern kann. Der erste oberflächliche Eindruck ist also der, dass die Elektrizität thatsächlich Trägheit besitzen muss. Wenn wir aber unsere Analogie zwischen dem stromdurchflossenen Drahte und der wasserdurchströmten Röhre weiterführen, indem wir, wie bisher,

---

[1]) Oliver J. Lodge, Modern views of electricity. Second edition, p. 95 — 98.

unsere Aufmerksamkeit nur auf die im Drahte selbst angenommene Strömung des elektrischen Fluidums richten, so erkennen wir, dass eine eventuell vorhandene elektrische Trägheit sich auch durch mechanische Wirkungen äussern müsste. So müsste eine an einem feinen Faden aufgehängte Spule jedesmal einen Rückstoss erfahren, wenn ein Strom in ihr zu fliessen beginnt oder aufhört; so müsste ferner eine Spule, in welcher ein konstanter Strom aufrecht erhalten und welche in rasche Rotation versetzt wird, gleich einem Kreisel oder Gyrostaten jeder Kraft, welche sie aus ihrer Richtung zu führen strebt, entgegenwirken.

Lodge und Maxwell haben, unter Beobachtung aller Vorsichtsmassregeln, das Vorhandensein dieser zwei mechanischen Wirkungen auf experimentellem Wege nicht zu konstatieren vermocht. Negative Resultate beweisen jedoch noch keineswegs das Nichtvorhandensein des Effektes, wie O. Lodge mehrfach betont [1]).

Zweifellos jedoch besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen dem stromdurchflossenen Drahte und dem wasserdurchströmten Rohre. Bei dem letzteren sind sämtliche Wirkungen auf das Rohrinnere beschränkt; bei dem ersteren aber sind die Wirkungen keineswegs auf den Leiter beschränkt, sie erstrecken sich vielmehr, wie eine ganze Reihe wohlbekannter Erscheinungen beweisen, mehr oder weniger weit über den umgebenden Raum.

Solche Thatsachen sind die ablenkenden Wirkungen, welche ein konstanter Strom auf eine Magnetnadel oder einen anderen Strom ausübt, und die Induktionswirkungen, welche ein im Raume bewegter, ein der Stromstärke nach veränderter oder ein an Grösse variabler Stromkreis auf sich selbst oder auf andere Stromkreise auszuüben vermag.

Um uns das Verständnis dieser Erscheinungen näher zu rücken, greifen wirauf die von Faraday angebahnte und von Maxwell mathematisch ausgebildete Kraftlinientheorie zurück.

## 4. Magnetische Induktions- und Kraftlinien.

Jede magnetische Induktionslinie strömt entweder durch einen Magneten oder um einen stromführenden Leiter. Sie erzeugt an ihrer Eintrittsstelle in einen Magnetstab einen Südpol, an ihrer Austrittsstelle einen Nordpol, ist stets eine geschlossene Linie und hat das Bestreben, sich möglichst zusammenzuziehen,

---

[1]) O. J. Lodge, a. a. O., p. 98, 113—191, 328, 329.

sich den Weg von höchster magnetischer Leitungsfähigkeit zu wählen und alle anderen Induktionslinien gleicher Richtung abzustossen. Daraus ergiebt sich ein magnetischer Zug in Richtung der Kraftlinien und ein Druck senkrecht zur Richtung derselben.

So lange man Spulen ohne Eisen oder den von unmagnetischem Materiale erfüllten Raum zwischen zwei Magneten betrachtet, verläuft die magnetische Kraft in Richtung der Induktionslinien. Die Induktionslinie kann dann also auch mit dem gebräuchlicheren Namen der Kraftlinie belegt werden. Im allgemeinen aber sind Linien magnetischer Kraft und Linien magnetischer Induktion, wie Maxwell[1]) und Fleming[2]) hervorheben, nicht zusammenfallende Begriffe. Ausserhalb eines Magneten sind sie freilich identisch, innerhalb seiner Substanz aber müssen sie sorgfältig auseinander gehalten werden.

Bei einem geraden, gleichmässig magnetisierten Stabe ist die vom Magneten selbst verursachte Kraftwirkung ausserhalb wie innerhalb desselben vom Nordpole nach dem Südpole gerichtet. Wenn wir uns also in der Masse des Magneten einen schmalen Schlitz und in diesem einen (allerdings nur denkbaren, nicht auch herstellbaren) freien Nordpol $N_1$ angebracht denken (Fig. 1), so würden die polarisierten Endflächen des Schlitzes offenbar das Bestreben haben, eine nach oben gerichtete Kraft $N_1$, s, n auf den Pol auszuüben, während die ursprünglichen Pole N, S mit einer Kraft $N_1$, S, N, den Pol $N_1$ nach abwärts zu bewegen streben[3]). Die resultierende Kraftwirkung, welche der Differenz der beiden angegebenen Kräfte entspricht, kann also innerhalb der Substanz von N nach S oder von S nach N gerichtet sein;

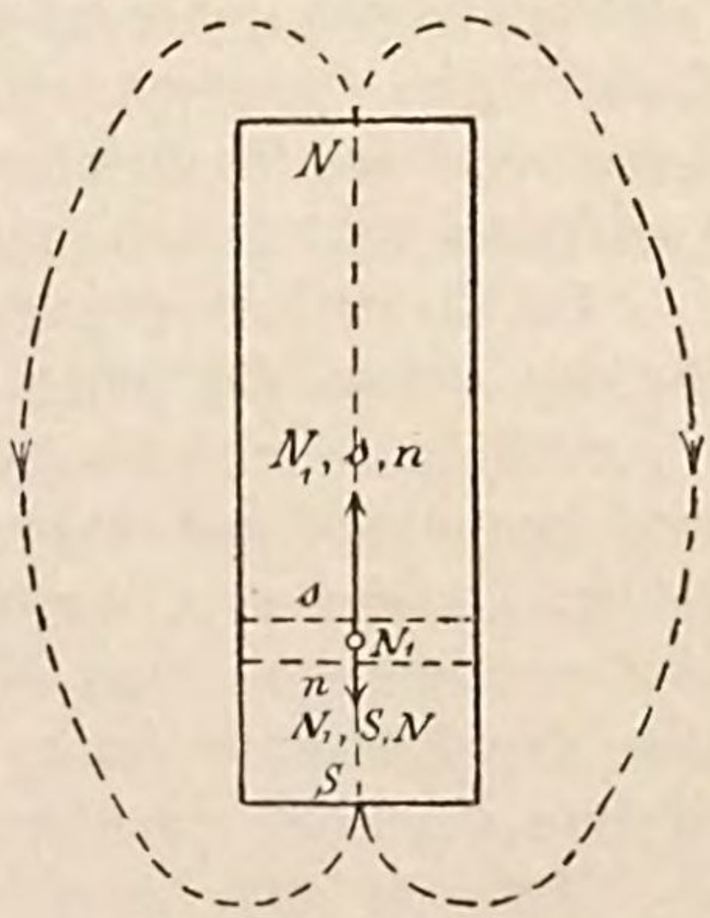


Fig. 1.

---

[1]) Maxwell, Elektrizität u. Magnetismus. Deutsch von Dr. B. Weinstein. II, S. 36.

[2]) J. A. Fleming, Alternate current transformer in theory and practice, I, p. 14.

[3]) Die Ausdrücke $N_1$, S, N und $N_1$, s, n sollen hier nur symbolisch die gesamte Wirkung darstellen, welche von den Polen N und S und von den Polen n und s auf den freien Pol $N_1$ ausgeübt wird. Sie sind also keineswegs als mathematische Ausdrücke dieser Wirkungen aufzufassen.

die Richtung der Induktionslinien aber muss innerhalb der Substanz von S nach N gehen, während sie ausserhalb derselben wie die punktirt angedeuteten Kraftlinien von N nach S geht. Die Induktionslinien sind also geschlossene Linien oder, in Maxwell's Ausdrucksweise, cyklische Konfigurationen. Der deutsche Sprachgebrauch unterscheidet nicht so scharf zwischen Linien magnetischer Kraft und Linien magnetischer Induktion. Wenn wir deshalb im folgenden kurzweg von Kraftlinien sprechen, meinen wir ausserhalb der Substanz des Magneten verlaufende Linien magnetischer Kraft, welche durch die innerhalb des Körpers liegenden Induktionslinien zu geschlossenen Linien ergänzt werden [1]).

Mündet eine Kraftlinie in ein Stück Stahl oder Eisen, so wird dasselbe zum Magneten und erhält an der Eintrittsstelle der Kraftlinien einen Südpol, an der Austrittsstelle einen Nordpol. Da diese Kraftlinie aber nur von einem Nordpole ausgegangen sein kann, so ergiebt diese einfache Überlegung die Erklärung der bekannten Erscheinung, dass ein einem Nordpole genähertes Eisenstück am genäherten Ende einen Südpol, am entfernteren Ende einen Nordpol erhält und dass infolge des Verkürzungsbestrebens der Kraftlinien zwischen zwei ungleichnamigen Polen Anziehung stattfinden muss.

Die Kraftliniensysteme zweier parallelen, gleichgerichteten Ströme stellen für jeden Teil des Drahtes konzentrische Kreisringe dar, welche in dem Raume zwischen den zwei Leitern entgegengesetzt gerichtet sind; daraus ergiebt sich zwischen den beiden Leitern eine Kraftlinienanordnung ähnlich der zwischen zwei entgegengesetzten Magnetpolen auftretenden; daraus folgt also der bekannte Satz, dass zwei parallele, gleichgerichtete Ströme einander anziehen.

Kreuzen sich zwei stromführende Leiter, von denen der eine beweglich angeordnet ist, so kreuzen sich auch die ihnen entsprechenden Kraftliniensysteme, und es tritt eine bewegende Kraft auf, welche den beweglichen Leiter ablenkt. Der Sinn dieser Ablenkung ist dadurch bestimmt, dass die zwei sich kreuzenden Kraftliniensysteme sich parallel zueinander zu stellen streben. Auf dieser Eigenschaft beruht die Wirkungsweise einer Klasse von Instrumenten, mit denen wir uns später bei Behandlung der zur Wechselstrommessung geeigneten Apparate zu befassen haben werden, die Wirkungsweise der Elektrodynamometer.

---

[1]) Vergl. Ewing, El., London 25, p. 259.

## 5. Die Kraftliniendichte.

Wenn wir im Maschinenbau die Grösse eines auf eine Fläche ausgeübten Druckes, also die Grösse einer Kraft, ausdrücken wollen, so führen wir den Druck in Kilogrammen pro Quadratcentimeter ein. Wir wissen z. B., dass bei Schmiedeisen ein Druck von 700 *kg* pro *qcm* als zulässig erachtet wird und dass ein Druck von 4000 *kg* pro *qcm* den Stab zerbrechen würde. Analog drücken wir in der Elektrotechnik die Grösse der in der Richtung der Kraftlinien ausgeübten Zugkraft durch die Anzahl der Kraftlinien pro *qcm* aus und wissen z. B., dass bei Schmiedeisen (etwa bei den Armaturen unserer Gleichstromdynamos) 20 000 Kraftlinien pro *qcm* noch als zulässig erachtet werden und dass es bisher nur unter Anwendung besonderer Kunstgriffe gelungen ist, die Kraftliniendichte bis auf 45 350 pro *qcm* zu treiben [1]).

Maxwell, der in seiner klassischen Abhandlung den von Faraday entwickelten Anschauungen streng mathematische Grundlagen und Deutungen verlieh, hat für den etwas umständlichen Ausdruck »Anzahl der Kraftlinien pro *qcm*« den Begriff Induktion eingeführt. Dieser Begriff ist leider etwas vieldeutig geworden; doch wird man niemals Mühe haben, aus dem Zusammenhange sofort zu überblicken, welcher Sinn dem Worte an der betreffenden Stelle beizulegen ist.

Man hat von seiten der Praxis behauptet, dass man sich 20000 Kraftlinien, »wenn man sie sich auch noch so dünn denkt«, nicht auf den Raum eines Quadratcentimeters zusammengedrängt denken könne. Ganz abgesehen davon, dass die Kraftlinien keine thatsächlich existierenden, körperlichen Dinge, sondern nur gedachte, zur leichteren Erklärung der Erscheinungen eingeführte Linien sind, müssen wir uns vor Augen halten, dass, wenn wir von einem Drucke von 700 *kg* pro *qcm* sprechen, wir uns auch nicht 700 Kilogrammgewichte neben- oder übereinander aufgebaut denken.

Um die Vorstellung zu erleichtern, hat G. Kapp eine sogenannte praktische Einheit der Induktion eingeführt, indem er pro Quadratzoll (englisch) 6000 Kraftlinien = 1 Kapplinie

---

[1]) Vergl. J. A. Ewing, Magnetic induction in iron and other metals. El., London 25, p. 339. Ewing's Untersuchungen über „Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen“ sind auch in einem Buche erschienen, das von Dr. Holborn und Dr. Lindeck ins Deutsche übertragen wurde.

setzte. Solche willkürliche Festsetzungen bringen durch das unerquickliche Gemenge absoluter, auf Centimeter, Gramm und Sekunde bezogener und praktischer, in Zoll gemessener Grössen leicht Unklarheit und Verwirrung in die Beziehungen.

Kann man sich eine Induktion B = 20000 Kraftlinien pro *qcm* (oder vielleicht auch 2 Kraftlinien auf ein Quadrat von 0·1 *mm* Seitenlänge) nicht vorstellen, so greift man auf die von Maxwell[1]) abgeleitete, von Bidwell[2]) und Bosanquet[3]) experimentell bestätigte Beziehung zurück, dass, bei einem Eisenquerschnitte von f *qcm*, einer Induktion B eine in Grammen ausgedrückte Zugkraft K

$$K = \frac{B^2 f}{8 \pi . g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

in Richtung der Kraftlinien entspricht. Hierin bedeutet $\pi$ die Ludolph'sche Zahl und g die Beschleunigung durch die Schwerkraft, welche in Centimetern auszudrücken ist. Es ist somit

$$K = \frac{B^2 f}{8 . 3{\cdot}14 . 981} = \frac{B^2 f}{24642{\cdot}72} \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

Aus dieser wichtigen Beziehung erhält man eine für viele Zwecke der Praxis genügend genaue, sehr leicht zu merkende Formel, wenn man den Nenner des Bruches in 1a) gleich 25000 setzt. Es wird dann die Zugkraft in Kilogrammen pro Quadratcentimeter

$$\cong \frac{B^2}{25000 . 1000} = \left(\frac{B}{5000}\right)^2,$$

und somit der in Richtung der Kraftlinien ausgeübte Zug

bei einer Induktion $B = 1 \times 5000$ rund 1 *kg* pro *qcm*
« « « $B = 2 \times 5000$ « 4 « « «
« « « $B = 3 \times 5000$ « 9 « « «
« « « $B = 4 \times 5000$ « 16 « « «
« « « $B = a \times 5000$ « $a^2$ « « «

Dieser Zug beansprucht z. B. eine die Armaturspulen tragende (Fig. 2), zwischen den zwei Armaturkränzen einer Wechselstrommaschine angeordnete Traverse in seiner vollen Stärke auf Biegung und muss bei Dimensionierung der Wellen und Lager bei Gleichstrommaschinen, in welchen der Anker

---

[1]) Maxwell. a. a. O, II. p. 333.
[2]) Sh. Bidwell, El., London 17, p. 136.
[3]) R. H. M. Bosanquet, El., London 13, p. 83.

durch Zufall oder ungenaue Montage eine etwas unsymmetrische Lage zum Felde einnehmen kann, entsprechend berücksichtigt werden [1]).

Die Formel 1) giebt uns ein Mittel an die Hand, aus der experimentell leicht zu bestimmenden Tragfähigkeit K eines Elektromagneten seine Induktion B zu berechnen. Hat der Eisenkern des Elektromagneten f *qcm* Querschnitt, so ist seine Tragfähigkeit in Grammen

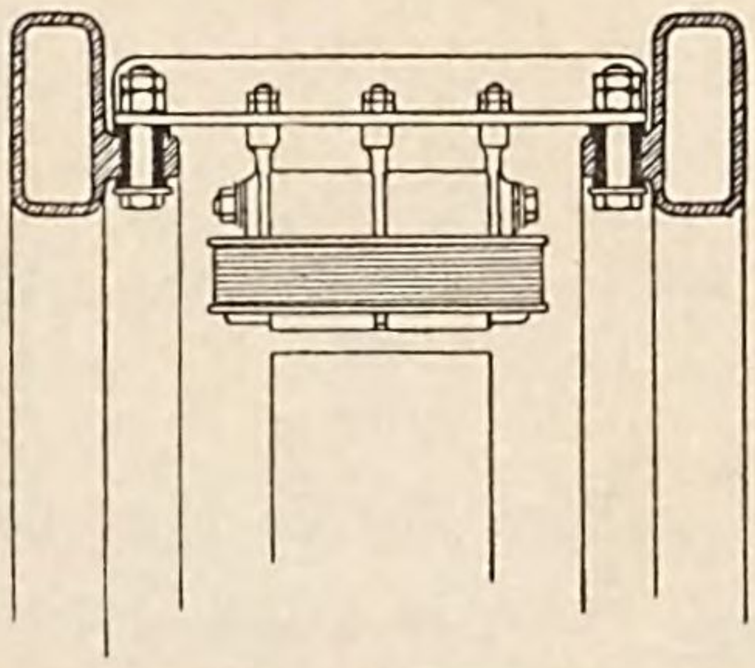


Fig. 2.

$$K = \frac{B^2 f}{8 \pi g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

und somit

$$B = \sqrt{8 \pi g \cdot \frac{K}{f}} \cong 157 \sqrt{\frac{K}{f}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1b)$$

## 6. Die magnetisierende Kraft.

Shelford Bidwell bediente sich zur Ausführung einer solchen experimentellen Bestimmung der Induktion aus der gemessenen Tragfähigkeit eines Elektromagneten, welcher aus weichem Holzkohleneisendraht von 4·6 *mm* Durchmesser hergestellt und zu einem Ringe von 8 *cm* Durchmesser gebogen war. Dieser Ring wurde behutsam in zwei Halbringe zersägt, deren Endflächen genau aufeinander gepasst und welche über ihre ganze Länge mit im ganzen 1929 Windungen isolierten Kupferdrahtes bewickelt wurden. [2]) Wenn dann ein mit einem Ampèremeter gemessener Erregerstrom die Spulen der beiden Ringhälften umfloss, so gab die zum Auseinanderreissen dieser Hälften erforderliche Kraft ein Mass für die Induktion B.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der mit diesem Apparate von Shelford Bidwell beobachteten Induktionen B mit den entsprechenden Werten des Erregerstromes i, welcher die Spulen der Ringhälften durchfloss und zur Entstehung der beobachteten Zugkraft Veranlassung gab.

---

[1]) Vergl. auch die Bemerkungen von Esson, El., London 24, p. 425, und von M. v. Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1891, p. 392.

[2]) Aus Silv. P. Thompson, The Electromagnet, El., London 25, p. 623.

Beobachtungen von Sh. Bidwell.

Material: weiches Holzkohleneisen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| B = 7390, | i = 0·039 Ampère, | $\frac{B}{i}$ = | 189910, |
| 11550, | 0·103 « | | 112140, |
| 15460, | 0·40 « | | 38640, |
| 17330, | 1·15 « | | 15070, |
| 18470, | 2·08 « | | 8880, |
| 19330, | 4.27 « | | 4530, |
| 19820, | 5·85 « | | 3390. |

Diese Tabelle lässt deutlich erkennen, dass der Quotient aus $\frac{B}{i}$ nicht konstant ist, sondern dass mit steigender Induktion der Erregerstrom i erheblich rascher wachsen muss als die Induktion B. Die zur Erregung des Feldes aufzuwendende magnetisierende Kraft H ist mit anderen Worten nicht proportional der Induktion B. Aber es lässt sich experimentell leicht beweisen, dass z. B. die Induktion B = 19820 sich im vorliegenden Falle auch mit einem Strome von 2·925 oder 17·55 Ampère hätte erreichen lassen, wenn im ersten Falle die Zahl der Windungen auf dem ganzen Ringe 1929×2 oder im zweiten Falle $\frac{1929}{3}$ = 643 gewesen wäre. Die magnetisierende Kraft H einer Erregerspule ist eben proportional dem Produkte aus der Zahl ihrer Windungen und dem diese Windungen durchfliessenden Strome.

Bezeichnet n die Gesamtzahl der auf der Spule angebrachten Windungen, ist l die Länge der Spule in *cm*, i der Strom in den Spulenwindungen, so ist die magnetische Kraft H

$$H = a \cdot \frac{n\,i}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Der Proportionalitätsfaktor a hat im absoluten Masssysteme den Wert $4\,\pi$, wenn man i in C G S-Einheiten einführt, und den Wert $\frac{4\,\pi}{10}$ = 1·256, wenn man i in Ampère einführt. Es ist also die magnetisierende Kraft H einer Spule = $\frac{4\,\pi}{10}$ mal der Anzahl der auf 1 *cm* Länge treffenden Ampère-Windungen. Der Faktor $4\,\pi$, dem wir öfter in den Formeln der elektromagnetischen Theorie begegnen, rührt davon her, dass

man übereingekommen ist, die Anzahl der von einem Einheitspole ausgehenden Kraftlinien $= 4\,\pi$ zu setzen; er hätte sich vermeiden lassen, wenn man in dem Grundgesetze, dass zwei um r *cm* voneinander entfernte Massen $m_1$ und $m_2$ sich abstossen mit einer Kraft

$$f = b \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

den Faktor b nicht gleich der Einheit, sondern $= \frac{1}{4\,\pi}$ gesetzt hätte.

»Die unnatürliche Unterdrückung des Faktors $4\,\pi$ in der Formel für die Anziehungskraft, in welcher derselbe eigentlich sein sollte, treibt ihn«, wie Oliver Heaviside[1]) in seiner lebhaften Ausdrucksweise bemerkt, »in das Blut der elektromagnetischen Theorie, auf dass er sich dort vermehre und dann auf dem ganzen Körper derselben zum Ausbruch komme.«

## 7. Der magnetische Kreis.

Die grundlegenden Arbeiten von G. Kapp[2]) und J. und E. Hopkinson[3]) und ihre späteren Ergänzungen und Erweiterungen haben die Konstruktion und Berechnung neuer Dynamotypen aus einer empirischen Praxis zu einer praktischen Wissenschaft umgestaltet und für die in wenigen Jahren erzielten ausserordentlichen Fortschritte im Baue elektromagnetischer Apparate eine gesunde Basis geschaffen.

In seinen 1890 gehaltenen Vorlesungen hebt jedoch Silv. P. Thompson[4]) in meisterhafter Darstellung hervor, dass die Keime zu unseren heutigen Anschauungen über die Gesetze des magnetischen Kreises schon lange vor Kapp und Hopkinson in den Werken hervorragender Experimentatoren vergraben lagen und dass unter Rowland's und Bosanquet's Händen diese Keime Wurzeln schlugen und unter Kapp's und Hopkinson's Bearbeitung veredelt wurden und Früchte zeitigten.

Im Jahre 1873 hob Rowland[5]), indem er sich an Faraday's Anschauungen und Joule's Ausdrucksweise anlehnte, hervor, dass das Grundgesetz des magnetischen Kreises »ein

---

[1]) O. Heaviside, El., London 27, p. 656.
[2]) G. Kapp, El., London 14, 15 u. 16.
[3]) J. und E. Hopkinson, El., London 18, p. 39.
[4]) S. P. Thompson, The Electro-Magnet., El. London 25, p. 525.
[5]) Rowland, Phil. Mag., Series IV, 46. 1873.

dem Ohm'schen Gesetze ähnliches« sei. In Rowland's Ausdrucksweise musste man die »magnetisierende Kraft der Spule« dividieren durch den »Widerstand gegen die Kraftlinien«, wenn man »die gesamte Menge der magnetischen Strömung« erhalten wollte. Rowland verwendete seine Berechnungen nur zur Bestimmung der magnetischen Durchlässigkeit oder Leitungsfähigkeit (welche Sir W. Thomson auch Permeabilität genannt hat). R. H. Bosanquet[1]) dagegen veröffentlichte in den Jahren 1882 und 1883 eine Reihe von Artikeln, in welchen er ausser den spezifischen Eigenschaften des Eisens auch Probleme behandelte, welche sich aus der Gestaltung des magnetischen Kreises ergeben.

In diesen Artikeln zeigte er insbesondere, wie die verschiedenen magnetischen Widerstände der einzelnen Teile des magnetischen Kreises zu berechnen und zu addieren seien, wenn man den magnetischen Gesamtwiderstand erhalten wolle, und ausserdem führte er den glücklich gewählten Ausdruck magnetomotorische Kraft zur Kennzeichnung jener Kraft ein, welche im magnetischen Kreise den Widerstand überwindet und die Strömung hervorruft, wenn dieser Ausdruck statthaft ist.

Die magnetomotorische Kraft M eines magnetischen Kreises ist gleichwertig der gesamten magnetisierenden Kraft derselben. Während die magnetisierende Kraft H auf die Längeneinheit der Erregerspule bezogen ist, bezeichnet die magnetomotorische Kraft M das Produkt aus der Kraft per Längeneinheit H und der gesamten Länge l des magnetischen Kreises. Es ist also zunächst

$$M = H \cdot l \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Und nun gelten zwischen magnetischem und elektrischem Kreise folgende Analogien[2]).

Die elektromotorische Kraft E ruft im Kreise vom elektrischen Widerstande R einen Strom J hervor, dessen Grösse sich aus dem Ohm'schen Gesetze ergiebt:

$$J = \frac{E}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Die magnetomotorische Kraft M ruft im Kreise vom mag-

---

[1]) R. H. Bosanquet, Phil Mag., Series V, 15, p. 205, 1883. »On Magneto-Motive Force«. El., London 14, p. 291.

[2]) Vergl. auch Robert Lang, Das Ohm'sche Gesetz als Grundgesetz des Elektromagnetismus. El. Zeitschr. 1892, p. 473 ff.

netischen Widerstande $\varrho$ eine Strömung N hervor, deren Grösse sich aus dem Gesetze ergiebt:

$$N = \frac{M}{\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Bezeichnet F den konstanten Querschnitt des elektrischen Kreises, f jenen des magnetischen Kreises, so ist der elektrische Strom

$$J = \left(\frac{J}{F}\right) F = A \,.\, F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

gleich dem Produkte aus der Stromdichte A und dem Querschnitte F, und analog ist die magnetische Strömung

$$N = \left(\frac{N}{f}\right) f = B \,.\, f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

gleich dem Produkte aus der Kraftliniendichte oder Induktion B und dem Querschnitte f des magnetischen Kreises. Es ist also

$$M = N \,.\, \varrho \text{ oder } H \,.\, l = B \,.\, f\, \varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8a)$$

Wie die meisten Analogien hält auch die eben besprochene nur bis zu einem gewissen Grade; bei näherem Zuschauen erkennt man, dass dieselbe nicht zu weit geführt werden darf, wenn sich nicht erhebliche Unterschiede in dem Verhalten der als analog betrachteten Grössen zeigen sollen.

Wir wissen, dass der elektrische Widerstand oder sein reciproker Wert, die elektrische Leitungsfähigkeit, für ein bestimmtes Material und unter Voraussetzung konstanter Temperatur für beliebige Stromdichten gleich sind. In neuerer Zeit haben die eingehenden Arbeiten Ewing's, Hopkinson's u. a. m. dargethan, dass der magnetische Widerstand oder die magnetische Leitungsfähigkeit aller magnetischen Metalle auch bei gleichem Material und gleicher Temperatur für verschiedene magnetische Strömungsdichten oder Induktionen verschieden und ausserdem noch in hohem Masse von der Vorbehandlung und Vorgeschichte des Materials abhängig sind.

Es gelten zwar für den elektrischen Kreis mit der elektrischen Leitungsfähigkeit k und den magnetischen Kreis mit der magnetischen Leitungsfähigkeit $\mu$ die analogen Beziehungen: für den elektrischen Widerstand

$$R = \frac{L}{k \,.\, F} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

für den magnetischen Widerstand

$$\varrho = \frac{l}{\mu \,.\, f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

und zudem sind die beiden Leitungsfähigkeiten k und $\mu$ für verschiedene Materialien und für verschiedene Temperaturen eines und desselben Materials verschieden. Während aber k für alle Werte von $\frac{J}{F}$ konstant ist, variiert $\mu$ für verschiedene Werte von $\frac{N}{f} = B$.

Diese Thatsache ergiebt sich schon aus den in § 6 zusammengestellten Beobachtungen Bidwell's.

Da nämlich nach Gleichung 6)

$$M = N\varrho = H \,.\, l$$

und nach Gleichung 10)

$$\varrho = \frac{l}{\mu f}$$

so folgt

$$H \,.\, l = \left(\frac{N}{f}\right)\frac{l}{\mu} = \frac{B}{\mu} \,.\, l$$

oder

$$\mu H = B \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11)$$

bezw.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11a)$$

In dem auf S. 10 behandelten Falle des Bidwell'schen geteilten Ringes war zunächst

$$H = \frac{4\,\pi}{10} \,.\, \frac{n\ i}{l} = \frac{4\,\pi}{10} \,.\, \frac{1929}{2\,\pi \,.\, 3{\cdot}858}\, i = 100\ i,$$

weil die Gesamtzahl der Windungen n = 1929 und die mittlere magnetische Länge derselben gleich dem Umfange eines Kreises von $r_m = 3{\cdot}858$ *cm* Radius war. Dieser mittere magnetische Radius ist von dem mittleren geometrischen

$$r_g = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{4{\cdot}02 + 3{\cdot}70}{2} = 3{\cdot}86 \text{ } cm \text{ verschieden; es}$$

lässt sich unter Anwendung der Infinitesimalrechnung auf Grund einer einfachen Überlegung zeigen, dass sich der Wert des mittleren magnetischen Radius für einen Ring vom äusseren Radius $r_1$ und vom inneren Radius $r_2$ aus der Beziehung

$$r_m = \frac{r_1 - r_2}{\lg \text{nat } \frac{r_1}{r_2}} = \frac{r_1 - r_2}{2{\cdot}3026 \lg_{10} \frac{r_1}{r_2}} \ldots . \; . \; . \; 12)$$

ermitteln lässt, wenn man statt der natürlichen die dekadischen Logarithmen einführt, welche der Logarithmentafel oder dem Rechenschieber zu entnehmen sind. Im vorliegenden Falle war $r_m = 3{\cdot}858$ *cm* und somit schliesslich $H = 100\,i$, wie oben bereits erwähnt.

Man erkennt, dass hier der Unterschied zwischen magnetischem und geometrischem Radius nicht gerade erheblich, aber immerhin von merkbarer Grösse ist. Es sind jedoch Fälle denkbar, wo der Unterschied etwas grösser wird. Wir werden auf die Ermittelung des magnetischen Radius auch bei der Berechnung der Transformatoren zurückkommen müssen.

Wenn also $H = 100\,i$ war, so wird $\frac{B}{i} = \frac{100\,B}{H} = 100\,\mu$ sein und wir erkennen aus der dritten Spalte der Tabelle 1 auf S. 10, dass innerhalb der Grenzen von $B = 7390$ bis $B = 19820$ und für das von Bidwell untersuchte Eisen die magnetische Leitungsfähigkeit $\mu$ von einem Maximalwerte 1899·10 bis zu einem Minimalwerte 33·90 abnimmt.

## 8. Unzulässigkeit der Analogie zwischen dem Ohm'schen Gesetze und dem Gesetze des magnetischen Kreises.

Es ist von verschiedenen Seiten in neuerer Zeit hervorgehoben worden, dass es unberechtigt sei, das von Rowland und Bosanquet angeregte magnetomotorische Gesetz als Analogon für das Ohm'sche Gesetz aufzufassen. Auf den ersten Blick erscheint die Ähnlichkeit zwischen beiden Gesetzen überraschend, besonders, wenn man die magnetische Leitungsfähigkeit als Analogon der elektrischen auffasst. Diese Auffassung ist auch der vorstehenden Erläuterung des magnetomotorischen Gesetzes zugrunde gelegt worden, da der Verfasser sich von der Erwägung leiten liess, dass das heute jedem Elektrotechniker in Fleisch und Blut übergegangene Ohm'sche Gesetz die Einprägung des magnetomotorischen Gesetzes erheblich erleichtern könne. Thatsächlich aber entspricht, wie Föppl[1]) und Heaviside[2]) hervorheben, die Permeabilität $\mu$ des magnetomotorischen Gesetzes der Dielektrizitätskonstante c eines dem Ohm'schen Gesetze ganz ähnlich gestalteten elektromotorischen

---

[1]) Dr. A. Föppl, El. Zeitschr. 1891, p. 203. — El., London, 28, p. 344. — du Bois, Bericht über die Verhandlungen des Intern. Elektr. Kongresses zu Frankfurt a. M., II, p. 71.

[2]) O. Heaviside, El., London, 26, p. 448.

Gesetzes für die in einem Dielektrikum auftretenden Verschiebungsströme

$$D = c\,E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

In dieser Gleichung bedeutet E die elektrostatische Kraft, D die elektrische Verschiebung, c die Dielektrizitätskonstante. Heaviside nennt $\mu$, d. i. jene Eigenschaft, derzufolge ein Körper magnetische Induktion zu erfahren vermag, seine »inductivity«, und c, d. i. diejenige Eigenschaft, derzufolge ein Körper elektrische Verschiebung gestattet, seine »permittivity« oder »permittancy«. Grawinkel und Strecker[1]) haben in der zweiten Auflage ihres trefflichen Hülfsbuches für die Elektrotechnik darauf hingewiesen, dass die Kraftlinien, nachdem sie einmal erzeugt worden sind, ruhen und demnach keinen Widerstand mehr finden. Ihrer Ansicht nach kann der Vorgang der Magnetisierung viel eher mit dem Laden eines Kondensators als mit dem Fliessen eines konstant gewordenen Stromes verglichen werden (für den noch nicht konstant gewordenen Strom, der unmittelbar nach Stromschluss unter dem Einflusse einer konstanten E M K fliesst, gilt ja das Ohm'sche Gesetz noch nicht), und mit Rücksicht hierauf schlagen sie vor, den reciproken Wert des magnetischen Widerstandes als magnetische Kapazität zu bezeichnen.

Der Haupteinwand, der sich mit Recht gegen die Analogie zwischen Ohm'schem und magnetomotorischem Gesetze erheben lässt, ist der, dass man leicht aus der Analogie zu der falschen Annahme geführt werden könne, den magnetischen Widerstand im stationären Zustande als arbeitverzehrend und die magnetische Strömung als Energieträger zu betrachten.

Der zweite Einwand gegen die Analogie, dass nämlich die magnetische Durchlässigkeit oder Permeabilität $\mu$ nicht für alle magnetischen Strömungsdichten B konstant ist, muss schon deshalb nicht als allzu wichtig betrachtet werden, weil in neuerer Zeit gewichtige Stimmen ein ähnliches Verhalten der elektrischen Leitungsfähigkeit k als möglich erscheinen lassen.

Das Ohm'sche Gesetz erscheint uns heute von einer so ausserordentlichen Einfachheit und Selbstverständlichkeit, dass vielleicht nicht Einer unter Zwanzig seine absolute Richtigkeit bezweifelt. Trotzdem hat Maxwell versichert, dass die Annahme der absoluten Konstanz des Widerstandes eines Leiters für ver-

---

[1]) C. Grawinkel und K. Strecker, Hülfsbuch für die Elektrot., 2. Aufl., p. 47. Vergl. auch die Polemik zwischen Uppenborn und den Vorgenannten, El. Zeitschr. 1891, p. 327 u. 437.

schiedene Stromdichten eine vollkommen empirische sei und nur durch genaue Experimente zum Gesetze gestempelt werden könne. Diese Experimente sind im Jahre 1876 auf Grund von Vorschlägen Maxwell's von Prof. Chrystal durchgeführt worden, und man glaubte dabei bis auf die zwölfte Stelle die Richtigkeit dieser Form des Ohm'schen Gesetzes nachgewiesen zu haben, wenn die Temperatur künstlich konstant gehalten oder für ihren Einfluss eine entsprechende Korrektion angebracht wurde.

In neuerer Zeit erhoben Prof. Fitzgerald und Dr. Fison Einwände gegen die allgemeine Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes, deren teilweise Berechtigung Prof. Chrystal zugiebt[1]).

Chrystal's Experimente konnten nur den Zweck haben zu prüfen, ob jene Eigenschaft eines Leiters, welche den Namen Widerstand trägt, eine konstante Grösse ist oder nicht. Nun ist allgemein bekannt, dass der Widerstand sich mit einer variablen Grösse ändert, mit der Temperatur; Chrystal's Experimente sollten entscheiden, ob er sich nicht noch mit einer zweiten variablen Grösse, mit der Stromdichte, ändere. Silv. P. Thompson[2]) wirft jedoch sehr richtig die Frage auf, warum man bei diesen beiden Variablen stehen bleiben wolle und nicht auch andere Variable, wie z. B. das magnetische Feld, in welchem sich der Leiter befinde, die Belichtung seiner Oberfläche und andere mehr, in Betracht ziehe. Wenn man finden würde, dass eine oder die andere dieser Variablen die Grösse des Widerstandes beeinflusste, so würde man jedenfalls nicht das Ohm'sche Gesetz für unrichtig erklären, sondern einfach konstatieren, dass der Widerstand nicht konstant, sondern eine Funktion der betreffenden variablen Grösse sei.

Wir wissen z. B., dass Wismut auch für konstante Stromdichte und Temperatur seinen Widerstand im magnetischen Felde ändert; wir haben sogar diese Thatsache zur Messung der Induktion in diesem Felde benutzt und sie einfach mit den obigen Worten konstatiert, ohne deshalb zu sagen, dass das Ohm'sche Gesetz auf Wismut nicht anwendbar sei. Es ist ausserdem durch Sanford's[3]) Untersuchungen erwiesen worden, dass der Widerstand eines metallischen Leiters mit der Natur des ihn umgebenden Dielektrikums sich ändert. Monatelang fortgesetzte Vergleiche ergaben z. B., dass der Widerstand eines

---

[1]) El., London, 25, p. 302, 309.
[2]) El., London, 25, p. 325. 388.
[3]) El. Zeitschr. 1893, p. 90.

in Petroleum getauchten Kupferdrahtes um 0·18 % kleiner war als der Widerstand desselben Drahtes in Luft. Wir werden es deshalb auch mehr oder weniger als Ansichtssache betrachten müssen, ob es zulässig sei, das magnetomotorische Gesetz als Analogon für das Ohm'sche aufzufassen, da auch der am meisten angeführte Einwand, betreffend die Konstanz der elektrischen Leitungsfähigkeit bei verschiedenen Stromdichten, nicht tief genug eingreifend erscheint, um die bequeme Analogie vollkommen zu verwerfen.

## 9. Magnetisierungskurven.

Die Gleichung 11 auf S. 14

$$B = \mu H$$

besagt, dass für Luft, deren Permeabilität $\mu = 1$ gesetzt wird, die Induktion B gleich der magnetisierenden Kraft H wird. Und da diese Gleichheit zwischen H und B für alle möglichen Werte von B gilt, so sind für die überwiegende Mehrheit aller denkbaren Substanzen H und B auch innerhalb ihres ganzen Bereiches proportional, weil eben fast alle denkbaren Substanzen entweder unmagnetisch sind wie die Luft, oder so schwach diamagnetisch erscheinen, dass $\mu$ praktisch auch für diese Körper gleich der Einheit ist.

Denken wir uns zur Erleichterung der Vorstellung[1]) einen Ring von gleichförmigem Querschnitte und von irgend einem bestimmten Durchmesser, der auf seiner ganzen Länge gleichförmig mit isoliertem Kupferdrahte bewickelt ist. Denken wir uns über dieser inneren Bewickelung, welche wir die sekundäre nennen wollen, eine zweite, ähnlich ausgeführte angebracht, welcher unter Einschaltung eines Stromwenders der Strom einer Batterie zugeführt werden kann. Wenn dann die innere oder sekundäre Bewickelung an ein Schwingungsgalvanometer angeschlossen ist und der Strom in der äusseren oder primären Spule umgekehrt wird, so erhält die Galvanometernadel einen plötzlichen Stoss (oder Impuls), welcher anzeigt, dass in der sekundären Bewickelung eine vorübergehende E. M. K. vorhanden war.

Die Grösse des Galvanometerausschlages giebt uns ein Mass für die Grösse der vorübergehenden E. M. K. Ob wir nun den Ring, auf welchem die beiden Bewickelungen angebracht sind, aus Holz, Glas, Kupfer oder Gold oder irgend einer anderen

---

[1]) Dr. John Hopkinson, El., London 24, p. 245.

unmagnetischen Substanz machen, ob wir ihn hohl oder massiv ausführen, die Galvanometerablenkung, welche einem bestimmten Strom in der primären oder äusseren Spule entspricht, wird stets die nämliche bleiben. Und wenn wir die primäre Stromstärke um die Hälfte vergrössern oder verkleinern, so vergrössert oder verkleinert sich auch der Galvanometerausschlag um die Hälfte.

Wenn wir jedoch den Ring aus weichem Eisen herstellen, haben wir ein vollkommen anderes Verhalten des Galvanometerausschlages. Derselbe ist zunächst für gleiche Ströme in der äusseren oder primären Bewickelung ausserordentlich viel grösser, da uns schon Bidwell's Experimente andeuten, dass $\mu$ ganz leicht gleich 2000 werden kann, dass also in diesem Falle die Induktion, für die gleiche magnetisierende Kraft H, 2000 mal grösser

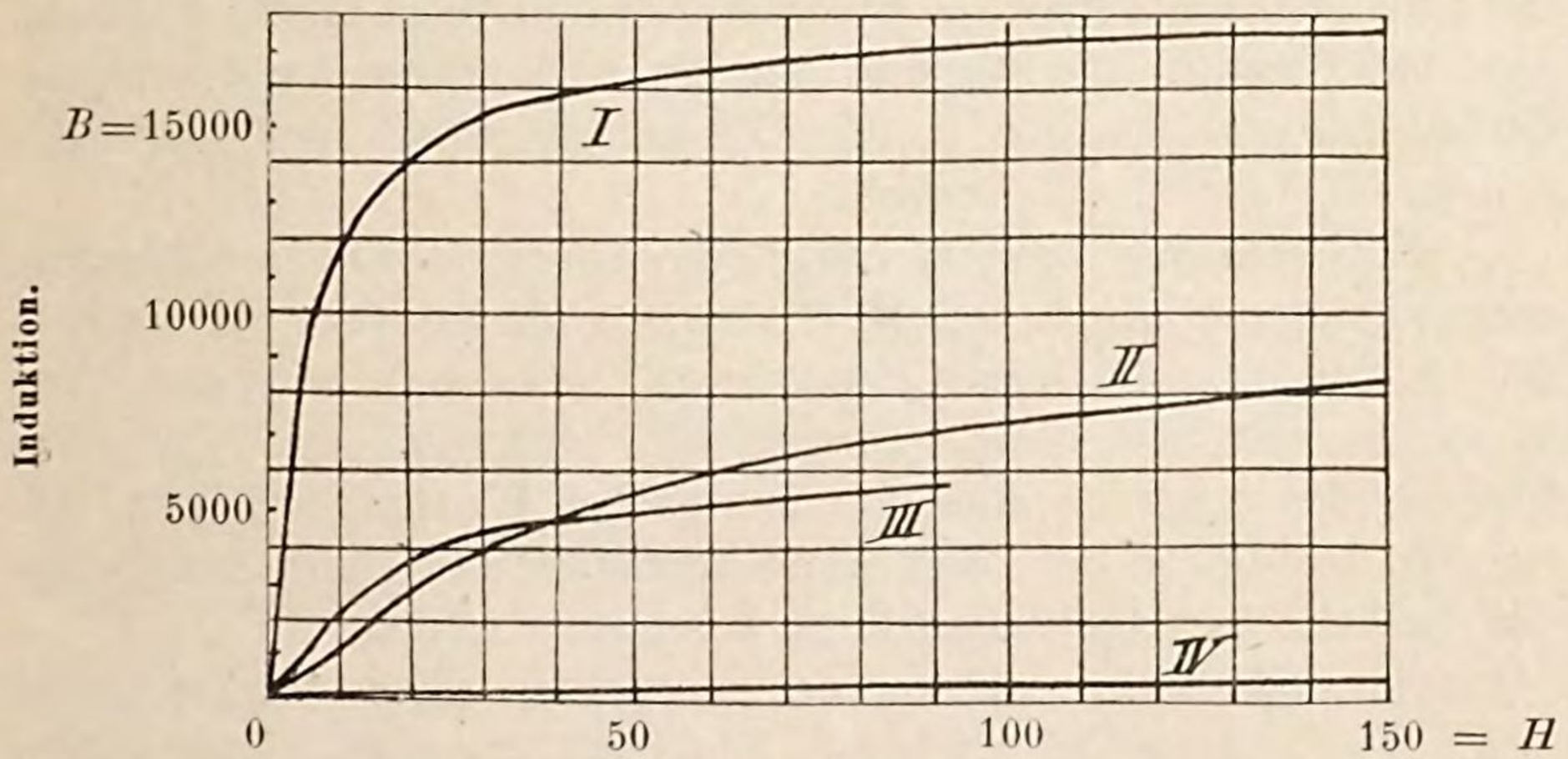



Fig. 3.

I. Magnetisierungskurve für Schmiedeisen.
II. Magnetisierungskurve für Kobalt.
III. Magnetisierungskurve für Nickel.
IV. Magnetisierungskurve für unmagnetische Substanzen.

sein muss, als wenn statt des Eisens nur Luft oder ein unmagnetischer Körper der Kraft H ausgesetzt wäre. Ausserdem aber ist dieser Ausschlag der Galvanometernadel nicht mehr dem Strome in der äusseren Bewickelung proportional. Wir finden vielmehr, wenn wir die Stromstärke in der primären Bewickelung Schritt für Schritt vergrössern und die beobachteten Galvanometerablenkungen als Ordinaten, die gleichzeitig gemessenen Stromstärken in der primären Bewickelung als Abscissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen, dass diese Kurve anfangs eine bestimmte Neigung besitzt, dann aber sich plötzlich nach oben wendet und so anzeigt, dass die Galvanometerablenkungen etwas rascher anwachsen als zuvor. So-

bald jedoch die primäre Stromstärke einen bestimmten Wert überschreitet, verringert sich die Steigung der Kurve und zeigt dadurch an, dass die Galvanometerablenkungen jetzt weniger rasch anwachsen als die primäre Stromstärke (Fig. 3).

Die Fig. 3 enthält ausser der eben besprochenen Kurve noch zwei andere, ähnlich verlaufende Kurven und eine geradlinig verlaufende Linie. Die beiden Kurven beziehen sich auf Nickel und Kobalt, jene zwei Körper, welche noch deutlich magnetische Eigenschaften besitzen. Ausser diesen beiden Körpern und dem Eisen sind praktisch alle anderen Körper in ihrem Verhalten durch die vierte, gerade Linie der Fig. 3 gekennzeichnet. Wenn die Ablenkung, welche dem unmagnetischen Ringe entspricht, als Einheit genommen wird, so erreicht jene für Eisen für eine bestimmte primäre Stromstärke den Wert 2000, während jene für Wismut, die stärkste der bis jetzt bekannten diamagnetischen Substanzen, den von der Einheit praktisch nicht verschiedenen Wert 0·999825 besitzt.

Man bemerkt, dass in Fig. 3 die Abscissen die Bezeichnung magnetisierende Kraft H, die Ordinaten die Bezeichnung Induktion B tragen. Die erste Bezeichnung erkennen wir nach dem Vorausgegangenen ohne weiteres als berechtigt an. Zur Erklärung der zweiten wollen wir in wenigen Worten schildern, wie wir die Induktion aus den Aichungsdaten und dem Ausschlage des ballistischen Galvanometers berechnen können.

Der ballistische Galvanometerausschlag misst eine während einer sehr kurzen Zeit wirkende Elektrizitätsmenge. Eine solche von bestimmter Grösse vermag z. B. ein Kondensator von bekannter Kapazität zu liefern, der auf ein bestimmtes Potential geladen und dann durch das Galvanometer entladen wird. Der unter diesen Umständen erfolgende Galvanometerausschlag ist proportional der vom Kondensator gelieferten Elektrizitätsmenge und gestattet jene vorübergehende E. M. K. zu berechnen, welche, wenn sie in dem sekundären Stromkreise des Ringes wirkte, im Galvanometer den Ausschlag 1 hervorzurufen im stande wäre. Aus dieser E. M. K. und dem nach Einschaltung des Ringes thatsächlich beobachteten Ausschlage lässt sich dann die Induktion B im Ringe berechnen. Wir begnügen uns hier mit diesen allgemeinen Andeutungen, da wir bei Besprechung der Untersuchung magnetischer Felder noch näher auf die Methode des ballistischen Ausschlages zurückkommen müssen.

Da es bisher noch nicht gelungen ist, für den Zusammenhang zwischen B und H einen einfachen analytischen Ausdruck

aufzufinden, so begnügt man sich meistens damit, für das untersuchte Material eine B H-Kurve ähnlich wie in Fig. 3 zu entwerfen und entweder diese Magnetisierungskurve direkt weiter zu verwenden, oder an Hand derselben Tabellen zu entwerfen, von denen im folgenden einige von verschiedenen Beobachtern nach verschiedenen Methoden erhaltene zusammengestellt sind.

**Magnetisierungsdaten für Schmiedeisen nach verschiedenen Beobachtern.**

| | I Hopkinson [1] | II Ewing [2] | III Rowland [2] | IV Vignoles [3] | V Steinmetz [4] | VI Mittelwert von H aus I bis V | VII Permeabilität berechnet aus B und $H_m$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B = 1000 | H = — | 2·3 | 0·9 | — | — | $H_m$ = 1·6 | $\mu$ = 626 |
| 2000 | — | 2·7 | 1·2 | – | 1·5 | 1·8 | 1112 |
| 3000 | — | 2·9 | 1·4 | — | 2·0 | 2·1 | 1427 |
| 4000 | — | 3·2 | 1·7 | 2·6 | 2·4 | 2·5 | 1600 |
| 5000 | 1·7 | 3·6 | 2·1 | 3·5 | 2 6 | 2·7 | 1850 |
| 6000 | 2·1 | 3·8 | 2 4 | 4·2 | 3 0 | 3·1 | 1935 |
| 7000 | 2·6 | 4·3 | 3·0 | 4·9 | 3·5 | 3 7 | 1890 |
| 8000 | 3·2 | 4·7 | 3·6 | 5·6 | 4·3 | 4 3 | 1860 |
| 9000 | 4·0 | 5·3 | 4·3 | 6 6 | 5·3 | 5·1 | 1765 |
| 10000 | 5·0 | 5·9 | 5·2 | 7 4 | 6·2 | 5·9 | 1695 |
| 11000 | 6 5 | 6·8 | 6·4 | 8·8 | 7·8 | 7·4 | 1485 |
| 12000 | 8·5 | 8·2 | 7·9 | 10·5 | 9·0 | 8·9 | 1430 |
| 13000 | 12 0 | — | 10·4 | 13·8 | 12·2 | 12·1 | 1075 |
| 14000 | 17·0 | — | 15 | 20·0 | 15·6 | 16·9 | 828 |
| 15000 | 28·5 | — | 23 | 29·4 | 20·0 | 25·2 | 596 |
| 16000 | 50·0 | — | 40 | — | 27·4 | 39 | 410 |
| 17000 | 105 0 | — | — | — | 40 2 | 73 | 233 |

Die Spalte VI dieser Tabelle enthält das arithmetische Mittel der in den Spalten I — V enthaltenen Werte von H. Eine solche Zusammenfassung willkürlich ausgesuchter Versuchsreihen, welche zudem noch nach verschiedenen Methoden und an verschiedenem, wenn auch gleich bezeichnetem Materiale erhalten wurden, mag unzulässig erscheinen. Doch mag eine solche Zusammenfassung immerhin dazu dienen, von dem Verlaufe einer Magnetisierungskurve für eine mittlere Eisensorte ein ungefähres Bild zu geben

---

[1]) Aus Silv. P. Thompson, Die dynamoelektr. Maschinen, deutsch von C. Grawinkel, I, p 283.

[2]) Aus Ewing's Kurven und Tabellen, El., London, 24, p. 567.

[3]) Aus Vignole's Kurven und Tabellen, El., London, 27, p. 78.

[4]) Aus Steinmetz' Kurven und Tabellen, El., London, 28, p. 409, El. Zeitschr. 1892, p. 43, 55.

(Fig. 4), und schliesslich kommt noch die Überlegung in Betracht, dass für eine nicht untersuchte Eisensorte die B H-Kurve angenommen werden muss. Dass in einem solchen Falle die wahren Werte von H eher gleich jenen der VI. Spalte als gleich jenen

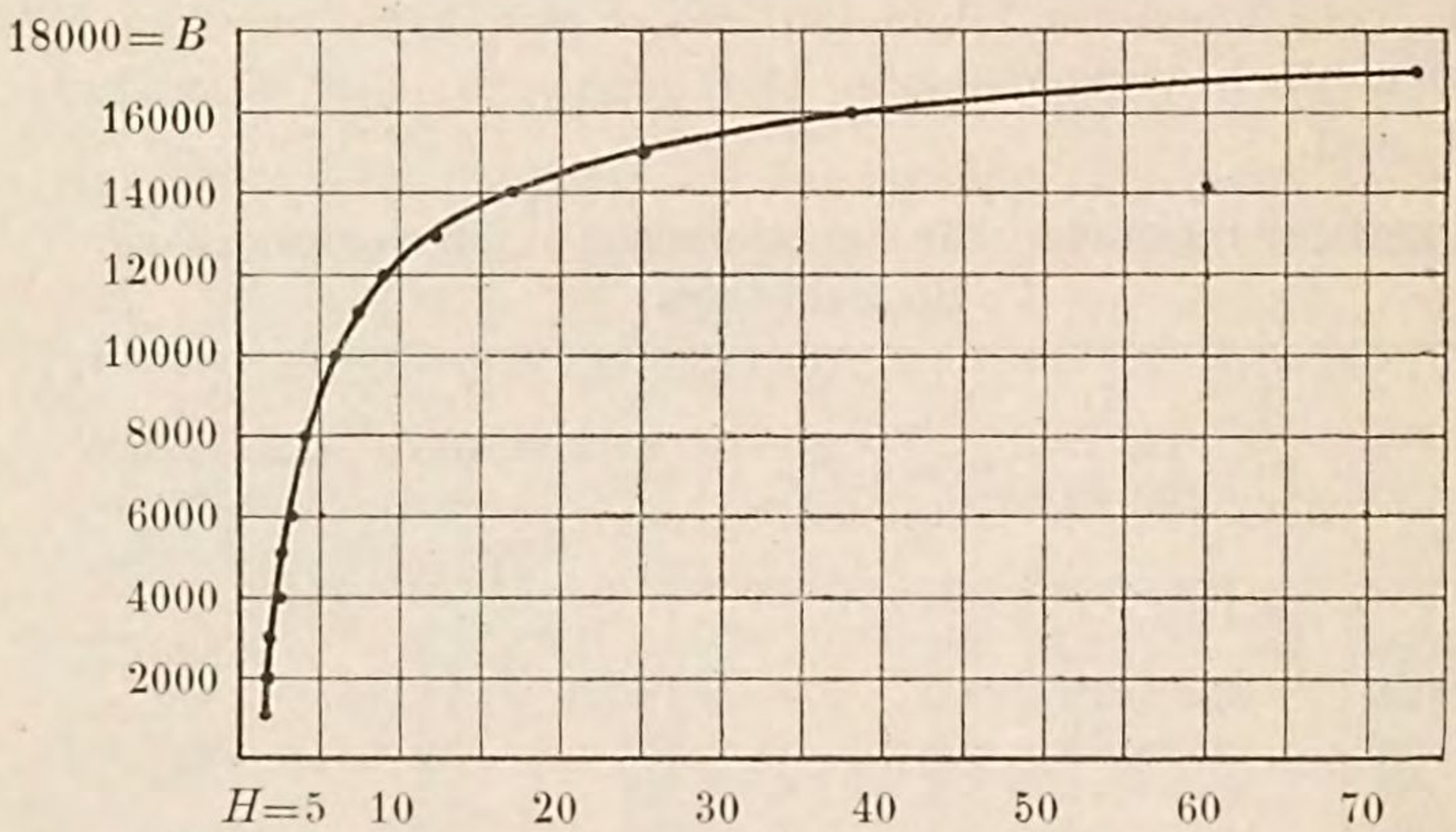



Fig. 4.
Magnetisierungskurve für gutes Schmiedeisen.

einer beliebig herausgegriffenen Versuchsreihe sein werden, liegt auf der Hand. Übrigens ist hier stets wieder darauf hinzuweisen, dass eine Prüfung der zum Bau von Dynamos und Transformatoren zu verwendenden Eisensorten dringend zu empfehlen und ausserdem, selbst bei dauerndem Bezuge des Materials von einem und demselben Lieferanten, von Zeit zu Zeit zu wiederholen ist. Die letzte Spalte der Tabelle enthält die Werte der aus $H_m$ und B berechneten Permeabilität. Man erkennt, dass mit steigender Induktion die Permeabilität bis zu einem Maximalwerte anwächst und dann aber stetig abnimmt (Fig. 5).

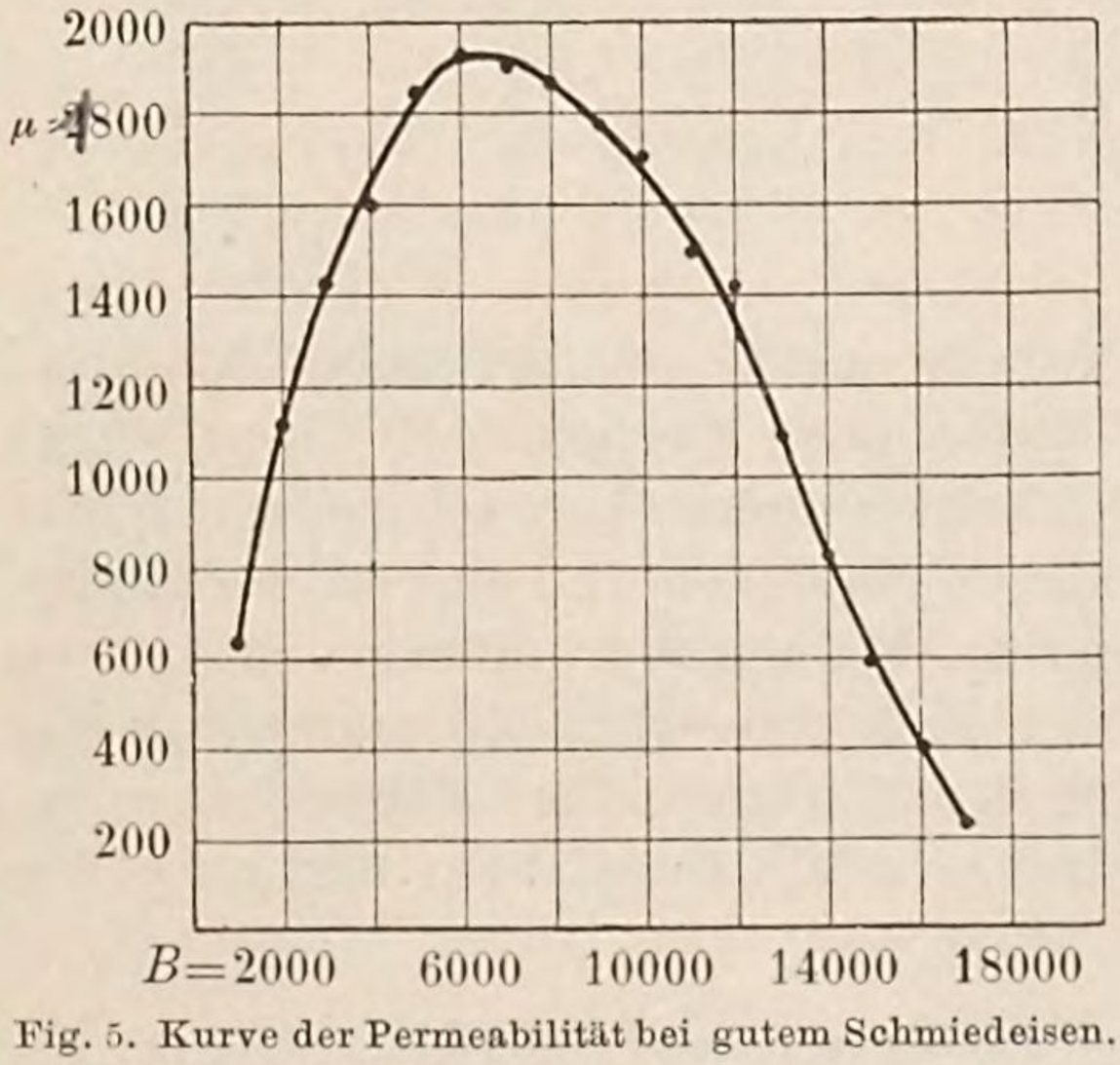



Fig. 5. Kurve der Permeabilität bei gutem Schmiedeisen.

Die Abnahme der Permeabilität schreitet stetig bis zu den höchsten Werten fort, welche bis jetzt für die Induktion B erreicht worden sind. Dies geht deutlich aus der folgenden Versuchs-

reihe Ewing's hervor, bei welcher B den Wert 40730 erreichte und die Permeabilität nur noch 2·15 betrug. Für den höchsten bis jetzt für B erreichten Wert[1]) war

$$B = 45350, \quad H = 24500, \quad \mu = 1{\cdot}85,$$

die Permeabilität des weichen Schmiedeisens (Lowmoor Wrought Iron), also nur noch 85% höher als jene der Luft.

**Untersuchung eines Stückes Lowmoor Wrought Iron nach Ewing[1]).**

| | | |
|---|---|---|
| H = 3080, | B = 24130, | $\mu$ = 7·83, |
| 6450, | 28300, | 4·39, |
| 10450, | 32250, | 3·09, |
| 13600, | 35200, | 2·59, |
| 16390, | 36810, | 2·25, |
| 18760, | 39900, | 2·13, |
| 18980, | 40730, | 2·15. (?) |

Es sind jedoch ausser den durch die Kurven der Fig. 3 dargelegten noch weitere Unterschiede zwischen dem Verhalten der grossen Klasse unmagnetischer und der beschränkten Klasse magnetischer Körper vorhanden.

Denken wir uns zur Erklärung dieser Unterschiede die sekundäre Spule auf einer Seite des Ringes angeordnet und den Ring selbst geteilt, so dass seine Teile, wie bei Bidwell's Versuchsanordnung, auseinander gezogen werden können und die sekundäre Spule vollkommen vom Ringe abgezogen werden kann. Wir senden nun zunächst einen Strom von bestimmter Stärke durch die primäre Windung des Ringes, verringern die Stärke dieses Stromes allmählich bis auf Null, ziehen dann die Teile des Ringes auseinander und lassen schliesslich die sekundäre Spule aus dem Ringe herausschlüpfen. Wenn das Material des Ringes unmagnetisch war, so finden wir bei diesem Vorgehen keine Ablenkung der Galvanometernadel; war jedoch das Material des Ringes magnetisch, so finden wir eine starke Ablenkung, welche unter Umständen, bei besonders hartem Material, 80—90% jenes Ausschlages betragen kann, den das Herausziehen der Sekundärspule bei Vorhandensein der vollen Stromstärke verursacht hätte[2]). Welche Eigenschaften also auch die magnetisierende Stromstärke dem Eisen mitgeteilt haben mag, so zeigt das vorliegende Experiment deutlich, dass das Eisen einen grossen Teil dieser Eigenschaften auch dann noch zurückbehält, wenn die magnetisierende Kraft zu wirken aufgehört hat.

---

[1]) Aus Ewing, Magn. Ind. in iron and other metals. p. 139 u. 144.
[2]) J. Hopkinson, El., London, 24, p. 246.

Wir können diesen Versuch noch einen Schritt weiter treiben, indem wir den Strom allmählich zu einem grossen Werte anwachsen und dann auf einen kleinen Wert abnehmen lassen, hierauf den Ring öffnen und die Sekundärspule herausziehen. Bei den meisten Substanzen finden wir, dass die Ablenkung genau dieselbe ist, als ob wir den Strom nur von Null bis zu seinem kleinen Endwerte gebracht hätten. Bei Eisen und anderen magnetischen Materialien aber finden wir, dass die Ablenkung nicht nur von dem Endwerte, sondern in hohem Masse auch von dem Maximalwerte abhängt, den der Strom erreicht hatte.

## 10. Der magnetische Kreisprozess.

Nimmt man eine cyklische Veränderung[1]) der magnetisierenden Kraft H vor, d. h. verleiht man ihr allmählich alle Werte von Null an bis zu einem beliebigen positiven Maximum, von da über Null hinaus bis zu einem negativen Maximum von gleichem oder anderem absoluten Werte[2]) und von diesem wieder auf Null zurück, und trägt man dann die erhaltenen Werte von B als Ordinaten zu den entsprechenden Abscissenwerten H auf, so erhält man für den ansteigenden und abnehmenden Wert besondere Kurven, welche nicht zusammenfallen. Es zeigt sich vielmehr, dass einem und demselben Werte der magnetisierenden Kraft H verschiedene Werte der Induktion B entsprechen, je nachdem man sich auf dem aufsteigenden oder dem abnehmenden Aste der B H-Kurve befindet.

Nimmt man z. B. einen Draht aus sehr weichem Eisen, dessen Durchmesser = 0·158 *cm*, dessen Länge = 64 *cm* ist, und verändert man H

1) von Null bis + 17·26 und zurück,
2) « + « + 17·26 über Null bis — 17.26, und
3) « — « — 17·26 über Null bis + 17·26,

so hat man[3]) z. B. (Fig. 6) für

1) H = + 1.9, B = 4900,
2) H = — 1·9, B = 0,
3) H = + 1·9, B = — 1000,

oder für

1) H + 4, B = 10000,
2) H — 4, B = — 9000,
3) H + 4, B = 9700.

---

[1]) Baur, El. Zeitschr. 1889, p. 130.

[2]) Die Vorzeichen sind hier nur zur Unterscheidung der Richtung des magnetischen Stromes eingeführt.

[3]) Nach Versuchen von Ewing. Vergl. Dr. Baur, El. Zeitschr. a. a. O.

Der Erste, welcher ein derartiges Verhalten beobachtete und auch die Bedeutung der von den beiden Ästen der B H-Kurve eingeschlossenen Fläche richtig erkannte, war Prof. Warburg[1]) in Freiburg i. B.; nach ihm hat Prof. Ewing in einer langen und eingehenden Reihe glänzender Versuche diese Erscheinung genauer verfolgt und ihr den Namen Hysteresis beigelegt, während Warburg dieselbe einer Wirkung der Koërcitivkraft zugeschrieben hatte.

Die von den beiden Ästen der Magnetisierungskurve eingeschlossene Fläche stellt jene Arbeit dar, welche aufgewendet werden muss, um die Volumeinheit (das *ccm*) des magnetischen Materials von dem + zum — Maximum und zurück zu magnetisieren.

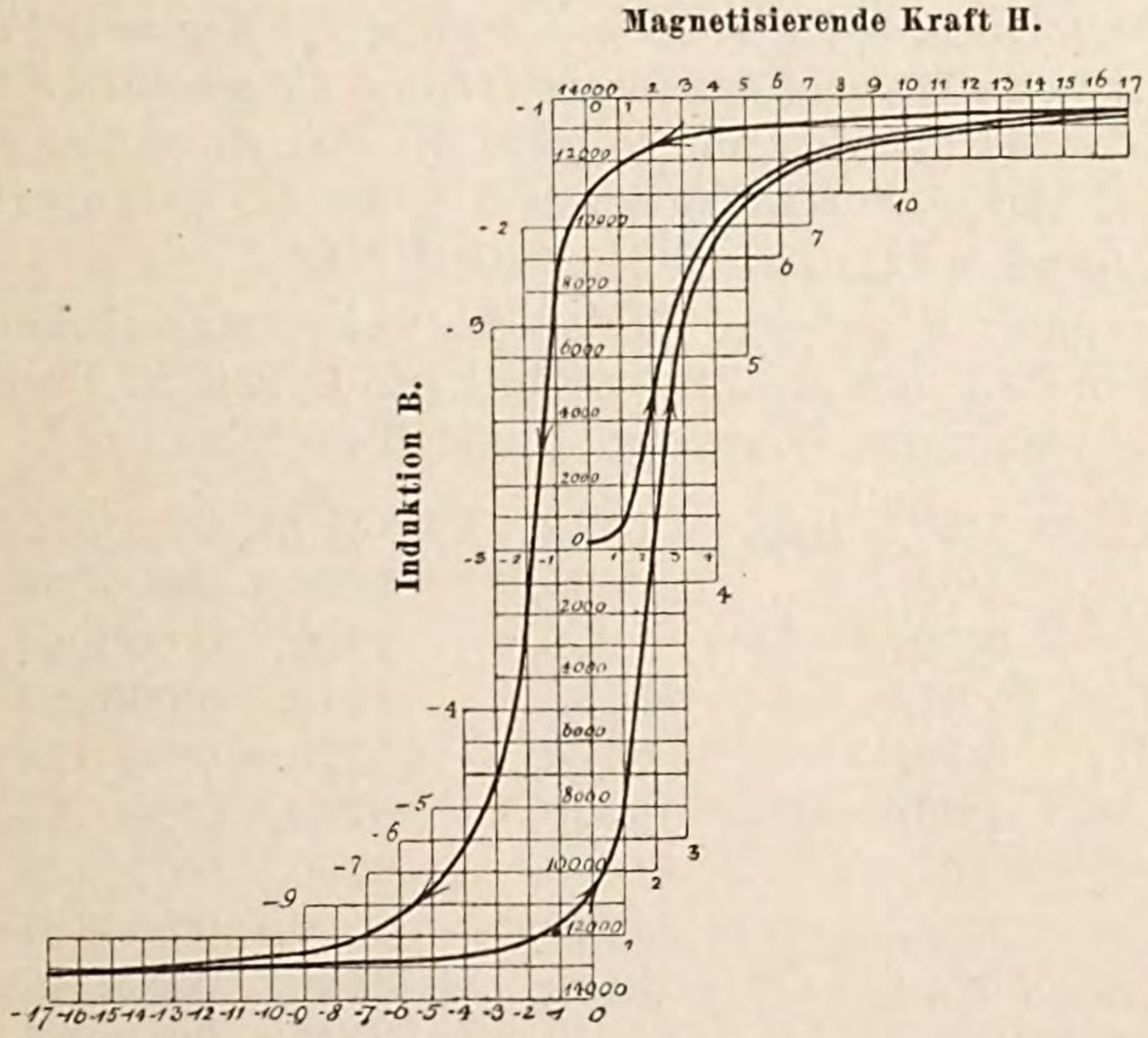



Fig. 6.

Magnetischer Kreisprozess für weiches Schmiedeisen.

Um den während des magnetischen Kreisprozesses verbrauchten Effekt zu bestimmen, braucht man nur den Flächeninhalt der Schleife mit dem Planimeter zu messen, indem man als Flächeneinheit ein Rechteck mit den Seiten B = 1 und H = 1 wählt. Dividiert man dann die erhaltene Fläche durch

---

[1]) Warburg, Freiburg Ber., 8, 8. Dezember 1890. Wiedemann, Ann. 1881, 13, p. 141.

$4\,\pi$, so erhält man den Effekt direkt in absoluten C. G. S. Einheiten, in Erg, welche durch $10^7$ dividiert die praktischen Einheiten, Watt, ergeben.

So ist für unsere Fig. 6 die gesamte Fläche

$$= 584040\ qmm,$$

oder, da $B = \sqrt{5}\ mm$ und $H = \sqrt{5}\ mm$,

$$= 116808\ B\,H \text{ Einheiten.}$$

Dies giebt, durch $4\,\pi = 12{\cdot}56$ geteilt,

$$9300 \text{ Erg} = 0{\cdot}00093 \text{ Watt.}$$

Die während des Kreisprozesses absorbierte Energie setzt sich in Wärme um. Nimmt man als mechanisches Wärmeäquivalent $425 \times 980{\cdot}6 \times 100 = 4{\cdot}17 \times 10^7$ Erg $= 4{\cdot}17$ Watt, als spezifisches Gewicht des Eisens $7{\cdot}7$ und als spezifische Wärme desselben $0{\cdot}11$ Kalorien an, so wäre die von einem Erg pro *ccm* erzeugte Temperaturerhöhung, wenn keine Wärmeabgabe stattfinden würde, $= 2{\cdot}84 \times 10^{-8}$ ° C.

Es sind mit anderen Worten die Temperaturerhöhung pro Cyklus in ° C. und der Effektverlust pro Cyklus in Erg, wenn man die maximalen Werte von B und H einführt,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| für $H_{max} =$ | $1{\cdot}50$, | $B_{max} = 1974$, | Erg 410, | $0{\cdot}000012$ ° C. |
| | $1{\cdot}95$, | 3830, | 1160, | $0{\cdot}000033$ |
| | $2{\cdot}56$, | 5950, | 2190, | $0{\cdot}000062$ |
| | $3{\cdot}01$, | 7180, | 2940, | $0{\cdot}000083$ |
| | $3{\cdot}76$, | 8790, | 3990, | $0{\cdot}000113$ |
| | $4{\cdot}96$, | 10590, | 5560, | $0{\cdot}000153$ |
| | $6{\cdot}62$, | 11480, | 6160, | $0{\cdot}000175$ |
| | $7{\cdot}04$, | 11960, | 6590, | $0{\cdot}000187$ |
| | $26{\cdot}5$, | 13700, | 8690, | $0{\cdot}000247$ |
| | $75{\cdot}2$, | 15560, | 10040, | $0{\cdot}000285$. |

Da thatsächlich stets Wärme von seiten des magnetisierten Eisenstückes abgegeben wird, so wird die von der Hysteresis herrührende Erwärmung stets geringer sein, als die vorstehende Tabelle dies angiebt. Freilich ist hierbei zu beachten, dass nur der der statischen Hysteresis entsprechende Energieaufwand berücksichtigt wurde. Von den in der Masse des Eisens möglicherweise auftretenden Wirbelströmen, die auch Foucaultströme genannt werden (obwohl Foucault nichts mit ihrer Entdeckung oder Erkennung zu thun hat), sowie von dem Einflusse der viskosen Hysteresis ist vollkommen abgesehen.

Die Wirkung dieser letzteren Form der Hysteresis äussert sich darin, dass unter dem Einflusse einer wechselnden magnetisierenden Kraft H die magnetische Induktion B auch zeitlich hinter dem normalen Wert zurückbleibt und z. B. noch längere Zeit nach dem Stromschlusse langsam steigt, wenn dem Stromschlusse eine höhere Induktion vorhergegangen, oder sinkt, wenn eine niedrigere Induktion zuvor vorhanden war. Die von der viskosen Hysteresis absorbierte Energie und die von dieser erzeugte Wärme müssten um so grösser sein, je rascher H wechselt.

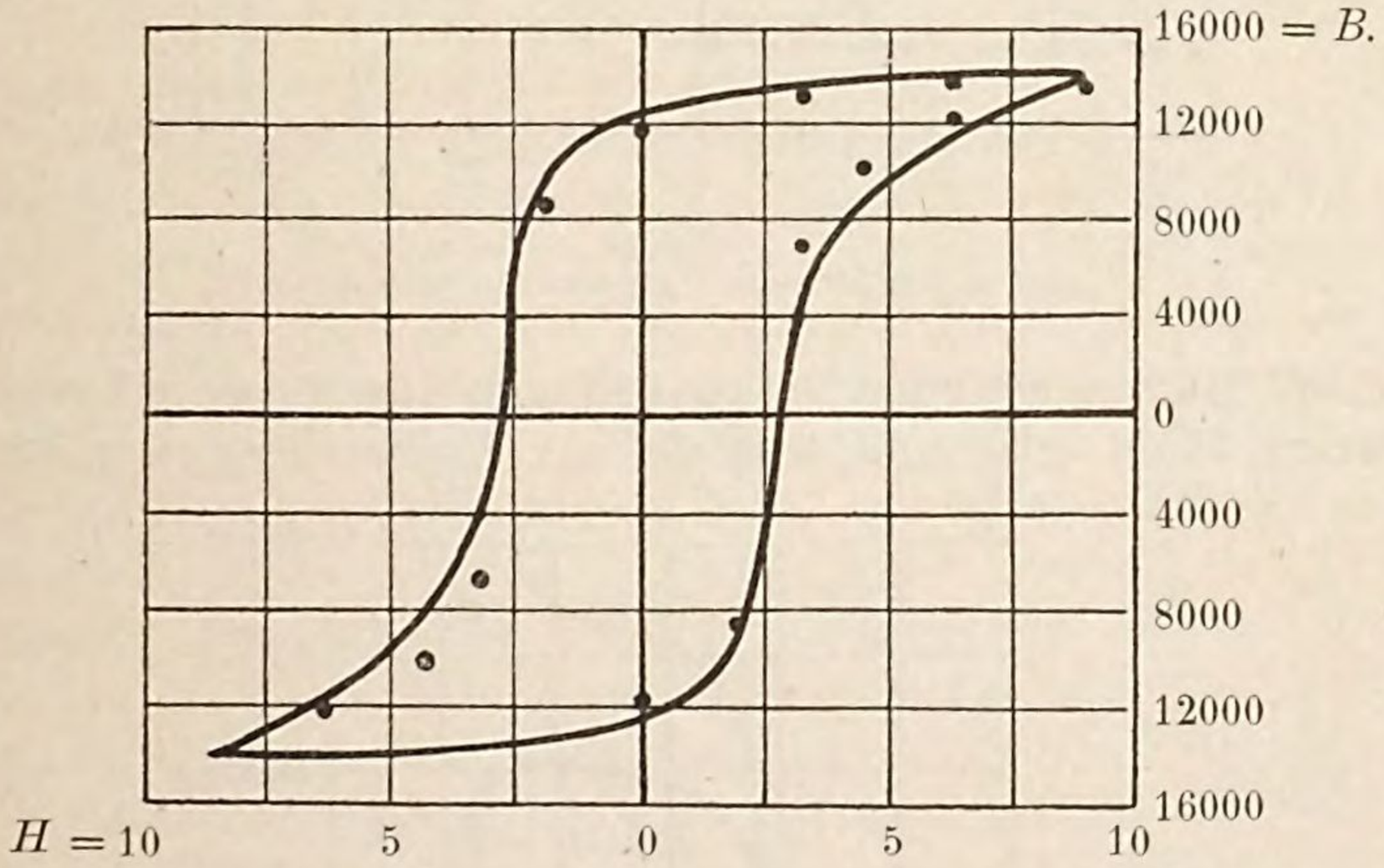



Fig 7.

Einfluss der viskosen Hysteresis bei weichem Eisen.

Um das Auftreten einer zeitlichen Verzögerung der Wirkung einer magnetisierenden Kraft, also das Vorhandensein einer magnetischen Viskosität, zu erklären, schreibt Ewing[1]) den magnetischen Molekülen eine gewisse Trägheit zu. Unter dem Einflusse einer magnetisierenden Kraft beginnt die Störung des Gleichgewichtes der magnetischen Teilchen zunächst an der Oberfläche des magnetischen Körpers, und die Wirkung pflanzt sich dann von Molekül zu Molekül fort. Daraus erklärt sich auch die Erscheinung, dass die zeitliche Verzögerung der magnetisierenden Wirkung in einem grossen Stücke weichen Eisens erheblich grösser ist, als in einem dünnen Drahte.

---

[1]) J. A. Ewing, Ind. in iron . . . . p. 322.

Um die relative Grösse der viskosen Hysteresis gegenüber der statischen zu bestimmen, haben J. und E. Hopkinson[1])

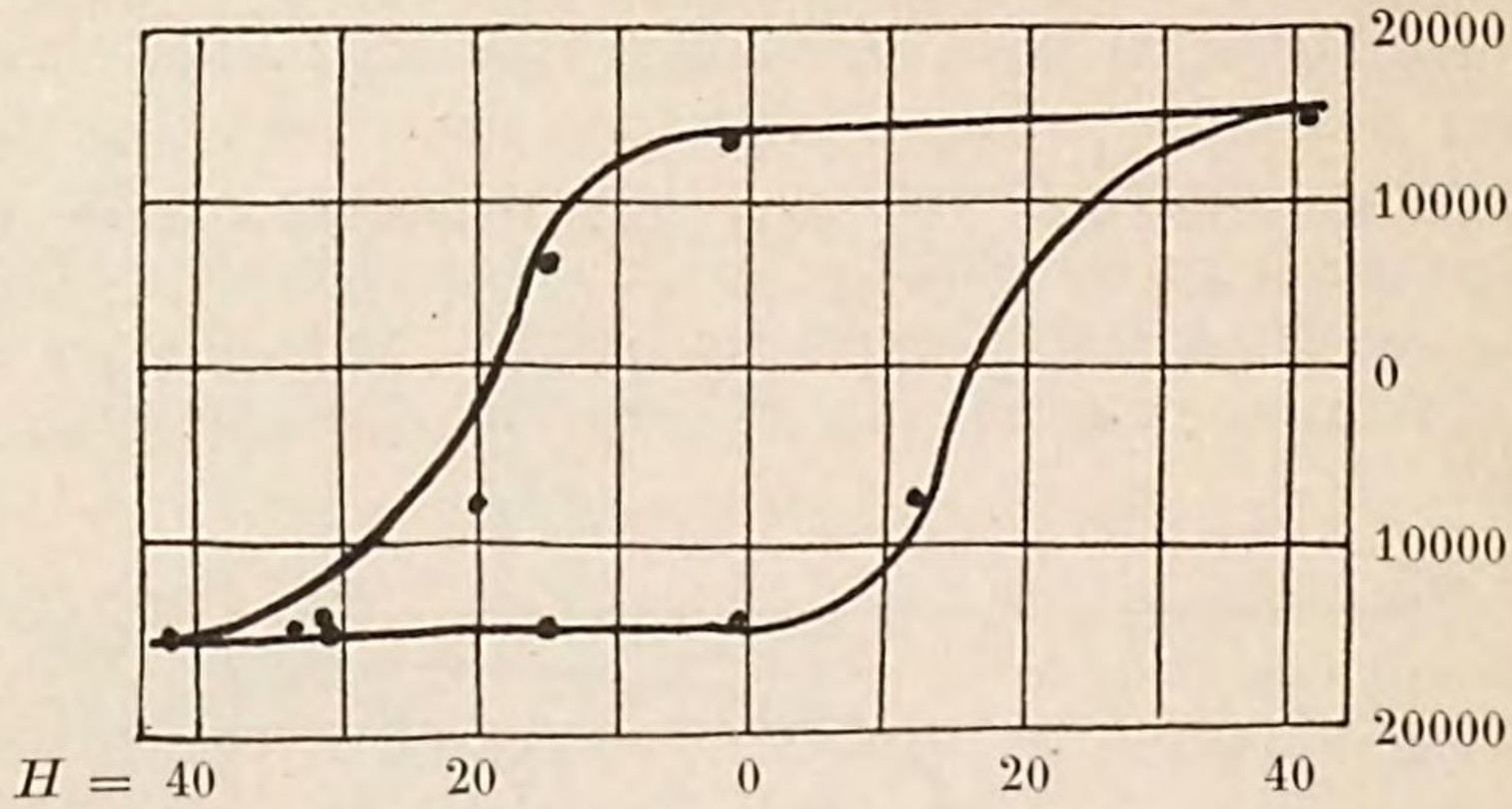



Fig. 8.
Einfluss der viskosen Hysteresis bei hartem Stahl.

genaue Untersuchungen an zwei Ringen aus weichem Eisen und hartem Stahl angestellt, welche zur Vermeidung von Wirbel-

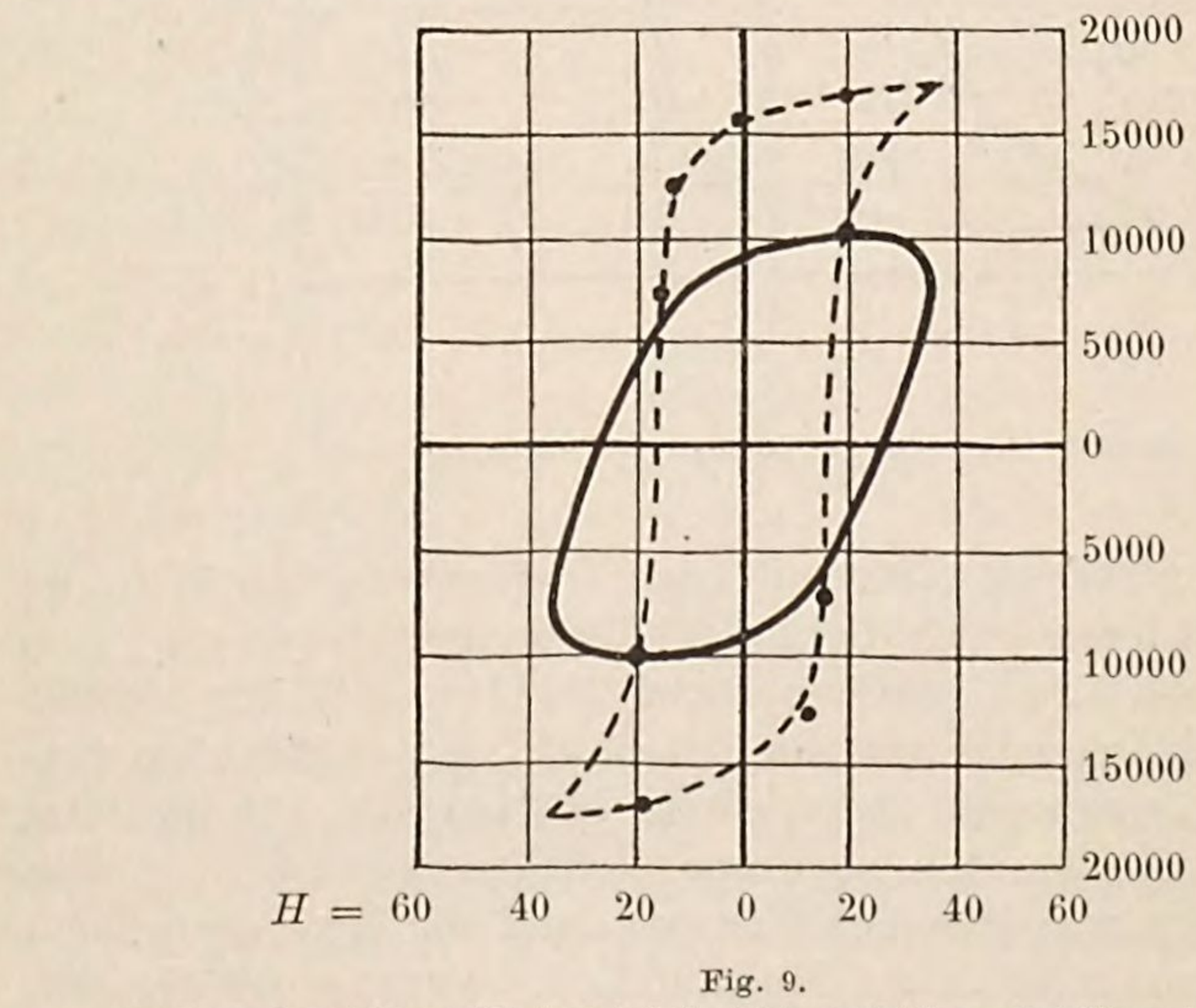



Fig. 9.
Einfluss der viskosen Hysteresis bei nicht sorgfältig unterteiltem, hartem Stahl.

strömen aus sorgfältig schellackierten Drähten von $^1/_4$ *mm* Durchmesser hergestellt waren. Untersucht man die in den Fig. 7 bis 9

---

[1]) J. und E. Hopkinson, El., London, 29, p. 510. Lum, él., 49, p. 38, 1892.

niedergelegten Resultate dieser Messungen etwas genauer, so erkennt man, dass für mittlere Induktionen von B = 3000 — 4000 die nach der ballistischen Methode erhaltenen Punkte mit den bei 125 kompletten Cyklen sich ergebenden Kurven übereinstimmen, dass aber, sobald die Induktion hohe Werte erreicht, die Kurven besonders in dem der maximalen Induktion vorausgehenden Teile etwas voneinander abweichen.

Man hatte damals nicht untersucht, ob diese Abweichung wirklich eine Folge des zeitlichen Zurückbleibens der Induktion hinter der magnetisierenden Kraft war, oder ob man sie der Anwendung des ballistischen Galvanometers zuzuschreiben hatte.

In einer neuerdings von J. Hopkinson, E. Wilson, F. Lydall ausgeführten Untersuchung[1]) gelangte man zu der Erkenntnis, dass 1) nach einer plötzlichen Vergrösserung der magnetisierenden Kraft die Induktion nicht sofort ihren definitiven Wert erreicht, sondern während einiger Sekunden noch etwas anwächst, und dass 2) der kleine Unterschied zwischen den bei langsamem Durchlaufen der Cyklen und bei einer beträchtlichen Zahl von Cyklen pro Sekunde erhaltenen Kurven thatsächlich in einer zeitlichen Verzögerung der Magnetisierung begründet ist und mit der Zahl der Cyklen pro Sekunde etwas wächst. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Übereinstimmung mit den von Evershed und Vignoles[2]) erhaltenen. Diese Autoren gelangten zu der Erkenntnis, dass die Effekte, welche aufgewendet werden müssen, um ein und dasselbe Stück Eisen einen geschlossenen magnetischen Kreislauf das eine Mal in einem kleinen Bruchteil einer Sekunde, das andere Mal in etwa 2 Sekunden durchlaufen zu lassen, sich höchstens um 4—5, wahrscheinlich aber nur um 2 %, unterscheiden, dass aber diese Differenz bis auf 20 % anwachsen kann, wenn zur Vollendung des langsamen Kreisprozesses einige Minuten gebraucht werden.

Es mag an dieser Stelle auch gleich ein Punkt von grosser praktischer Bedeutung hervorgehoben werden, auf welchen Evershed und Vignoles[2]) hinweisen. Dieselben fanden, dass zwei von einem und demselben Walzwerk bezogene, als gleiche Qualitäten verkaufte Eisenproben, welche zudem gleiche Permeabilität besassen, in ihren Hysteresisverlusten um mehr als 70 % voneinander verschieden waren. Diese Beobachtung steht aller-

---

[1]) J. Hopkinson, E. Wilson und F. Lydall, Lum. él. 48, p. 384, 1893 El. Zeitschr. 14, p. 449, 1893.

[2]) Evershed u. Vignoles, El., London 27, p. 49 und 29, p. 583.

dings vereinzelt da. Bei den zahlreichen Untersuchungen, welche der Verfasser an Transformatoren auszuführen Gelegenheit hatte, betrugen die Unterschiede zwischen den Hysteresisverlusten der aus gleichen Eisensorten hergestellten Transformatoren nie mehr als 15—20%. Aber man wird in der Praxis finden, dass im allgemeinen jede Eisensorte andere Hysteresisverluste aufweist, und es wird sich somit dringend empfehlen, die zur Verwendung gelangenden Eisensorten durch ein praktisch brauchbares und mehr für die Werkstätte als für das Laboratorium geeignetes Verfahren auf ihre Hysteresisverluste zu untersuchen. Wir werden an anderer Stelle hierauf näher eingehen und wenden uns nun zunächst einigen Sonderfällen des magnetischen Kreises und dann den Grundgesetzen der Induktion zu.

## 11. Behandlung einiger Sonderfälle des magnetischen Kreises.

Wir haben bisher nur den einfachsten Fall eines magnetischen Kreises behandelt, welcher auf seiner ganzen Länge gleichen Querschnitt und gleiche, wenn auch mit der jeweiligen Induktion veränderliche Permeabilität aufweist. Wenig komplizierter nur ist der Fall, wo der magnetische Kreis aus verschiedenen Teilen zusammengesetzt ist, welche zwar von derselben magnetischen Strömung durchsetzt werden, dabei aber verschiedene Querschnitte aufweisen und aus verschiedenem Materiale bestehen. Das wichtigste praktische Beispiel eines solchen magnetischen Serienkreises bietet die Dynamomaschine, deren genaue Berechnung durch die grundlegenden Arbeiten von Hopkinson und Kapp ermöglicht wurde. Gisbert Kapp[1]) ermittelt zum Zwecke der Vorausberechnung den gesamten magnetischen Widerstand (der sich bei einer Dynamo mit einfachem magnetischen Kreise als Summe der Einzelwiderstände des Kreises ergiebt) und erhält dann die von den Magnetschenkelwindungen auszuübende magnetomotorische Kraft aus diesem magnetischen Gesamtwiderstande und der bekannten magnetischen Strömung. Die Doktoren J. und E. Hopkinson[2]) führen den magnetischen Widerstand, der ja auch bei Kapp nicht Zweck, sondern nur Mittel zum Zweck ist, nicht explizit ein, sondern entwerfen für jeden Teil des Serienkreises eine Kurve, deren Ordinaten die allen Teilen gemeinsame magnetische Strömung N und deren Abscissen die Werte der magneto-

---

[1]) Gisbert Kapp, El., London 14, 15 u. 16.
[2]) J. und E. Hopkinson, El., London 18, p. 39.

motorischen Kraft M für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises sind. Bei richtiger Interpretation der in Betracht kommenden Grössen stimmen die beiden Berechnungsmethoden in ihren Endresultaten überein, wie O. Frölich[1]) in einer längeren Abhandlung dargelegt hat.

Um das Hopkinson'sche Verfahren an einem konkreten Falle klarzulegen, denken wir uns den magnetischen Serienkreis aus zwei Teilen a c b und a d b gebildet. (Fig. 10.) Wir ermitteln dann zunächst in einem Vorversuche für jeden dieser Teile, deren geometrische Dimensionen uns bekannt sind, den Zusammenhang zwischen der magnetomotorischen Kraft M und der magnetischen Strömung N und legen denselben in einer Kurve graphisch nieder. Diese M N-Kurve muss ähnlichen Verlauf aufweisen wie die B H-Kurve des betr. Teiles; denn es besteht zwischen beiden Kurven der Zusammenhang, dass die Abscissen M gleich sind l mal den Abscissen H und dass die Ordinaten N gleich sind f mal den Ordinaten B, wenn mit l und f die Länge und der Querschnitt des betreffenden Teiles des magnetischen Kreises dargestellt werden.

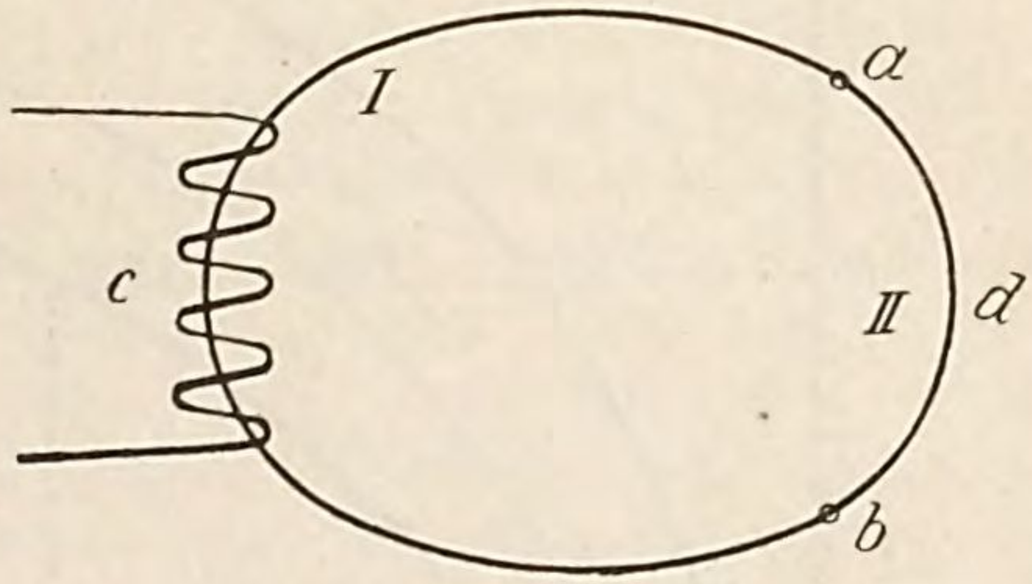


Fig. 10.

Es sei in unserem Falle die M N-Kurve für den Teil I durch die Kurve O A, die M N-Kurve für den Teil II durch die Kurve O B der Figur 11 dargestellt.

Die gesamte magnetomotorische Kraft ergiebt sich dann, wenn wir für jeden Punkt n der Ordinatenaxe die zugehörigen Abscissen $n\,m_1$ und $n\,m_2$ addieren, d. h. für jeden Wert der Gesamtströmung die Summe der magnetomotorischen Kräfte ermitteln. Die Konstruktion bleibt natürlich genau dieselbe, wenn ein kürzerer oder längerer Luftweg den einen Teil des magnetischen Kreises bildet. Dieser Fall, der uns bei dem Swinburne'schen Transformator mit offenem magnetischen Kreise entgegentritt, unterscheidet sich nur dadurch von dem vorhergehenden, dass die dem Luftwege entsprechende Kurve

---

[1]) O. Frölich, El. Zschr. 1893, p. 365.

(wegen der konstanten Permeabilität des Luftweges) in eine gerade Linie übergeht.

Von gleich grosser praktischer Bedeutung wie der eben behan-

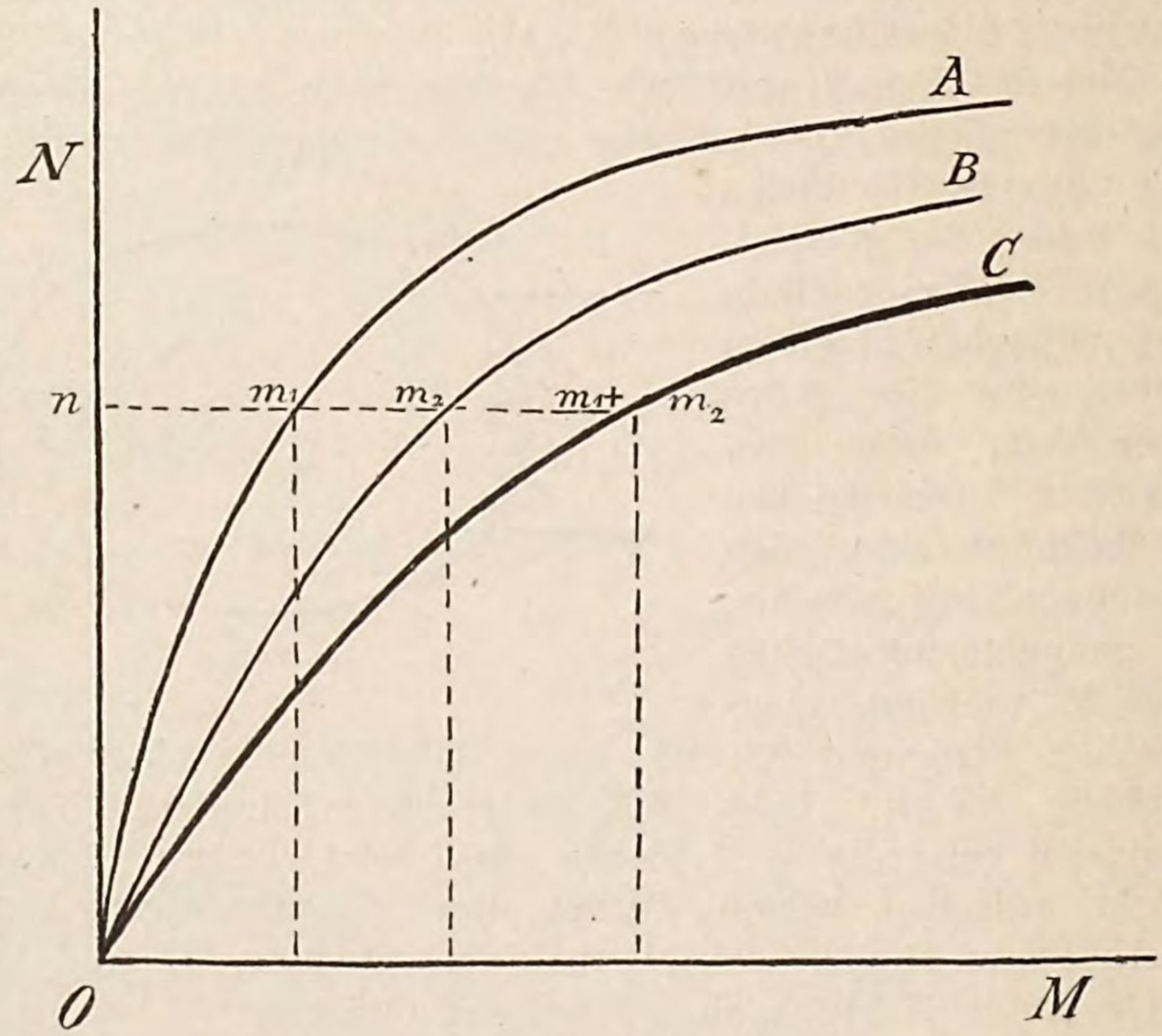



Fig. 11.

delte Fall ist jener, wo der magnetische Kreis geteilt oder verzweigt ist und mehrere parallelgeschaltete Teile enthält. Für diesen Fall hat E. Hanauer[1]) eine graphische Lösung gegeben, welche sich der vorigen, von Hopkinson gegebenen vollkommen anschliesst.

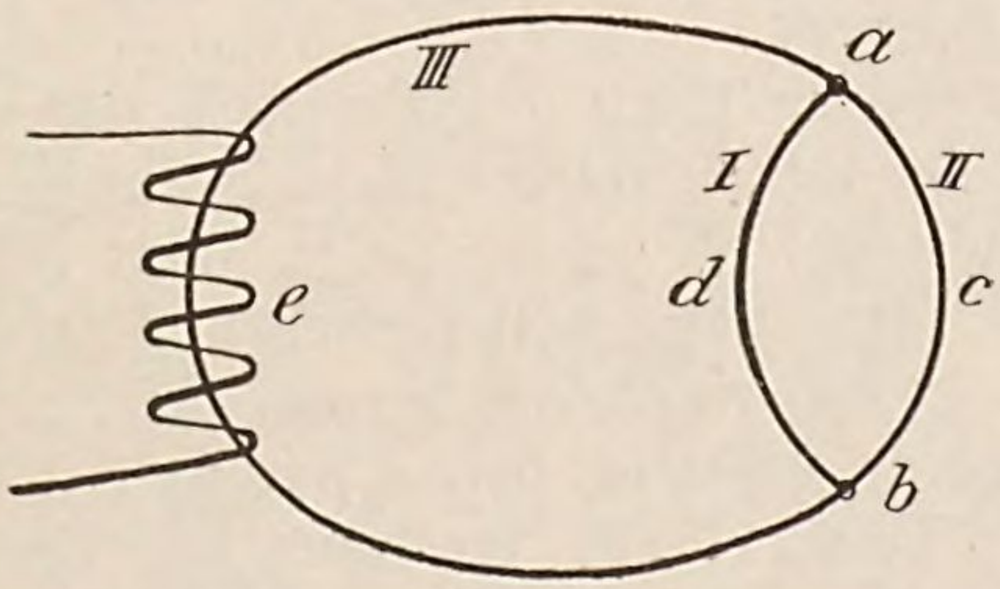



Fig. 12.

Wir wollen hier den einfachen Fall betrachten, wo der magnetische Kreis aus einem unverzweigten Teile a e b und zwei zwischen a und b parallel geschalteten Teilen a c b und a d b besteht. (Fig. 12.) Wir ermitteln zunächst wieder für jeden der drei

---

[1]) E. Hanauer, El. Zschr. 1893. p. 527.

Teile die MN-Kurve und bedenken dann, dass die parallelgeschalteten Teile I und II gleiche magnetomotorische Kraft, aber verschiedene magnetische Strömungen besitzen. Wir werden also für diese Teile die gesamte Strömung erhalten, indem wir für jeden Punkt in der Abscissenaxe die zugehörigen Ordinaten $m n_1$ und $m n_2$ addieren, d. h. für jeden Wert der magnetomotorischen Kraft zwischen a und b die Summe der Strömungen in den Zweigen I und II ermitteln. Die so erhaltene und in Fig. 13 durch die Kurve O C dargestellte Gesamtströmung passiert den unverzweigten Teil des Stromkreises und ruft in demselben einen magnetischen Spannungsabfall O D hervor. Die seitens der erregenden Spule e (Fig. 12) aufzuwendende magnetomotorische Gesamtkraft ergiebt sich dann auf Grund des zuerst behandelten Problems, indem man für jeden Punkt der Ordinatenaxe die entsprechenden Abscissen $n' m'$ und $n' m''$ addiert, das heisst für jeden Wert der Gesamtströmung die Summe aus der magnetischen Klemmenspannung des verzweigten Teiles und dem magnetischen Spannungsverluste des unverzweigten Teiles bildet. Werden die drei Teile aus Eisen gebildet, so besitzen die drei Kurven O A, O B, O D die in Fig. 13 dargestellte Gestalt, und der behandelte Fall entspricht der gegenwärtig am weitesten verbreiteten Transformatorenkonstruktion. (Fig. 14.)

Verläuft jedoch eine der Kurven, z. B. O B, geradlinig, so kann Fig. 13 als Darstellung jenes Falles aufgefasst werden, wo zu dem aus Eisen gebildeten Teile I ein Luftnebenschluss II vorhanden ist. Ein solcher Luftnebenschluss tritt z. B. dann auf, wenn ein ringförmiger Eisenkern nicht gleichförmig über seine ganze Länge, sondern einseitig bewickelt ist.

Solange ein Ring von durchaus gleichförmigem Querschnitt über seine ganze Länge gleichförmig bewickelt ist, sind alle Induktionslinien auf das Eisen beschränkt; die Induktion ist in allen Teilen des Ringes dieselbe, und es findet keine Kraftlinienstreuung statt.

Wenn jedoch die magnetisierende Spule so angeordnet ist, wie Fig. 15 [1]) dies andeutet, so wird die magnetische Strömung nicht in allen Querschnitten des Ringes gleichen Wert be-

---

[1]) Ewing, Induction in iron and other metals. p. 261. Fig. 131.

sitzen. Manche der Induktionslinien werden zum Teile im Eisen des Ringes, zum Teile in Luft verlaufen, und in der Nähe der magnetisierenden Spule wird die Zahl der Induk-

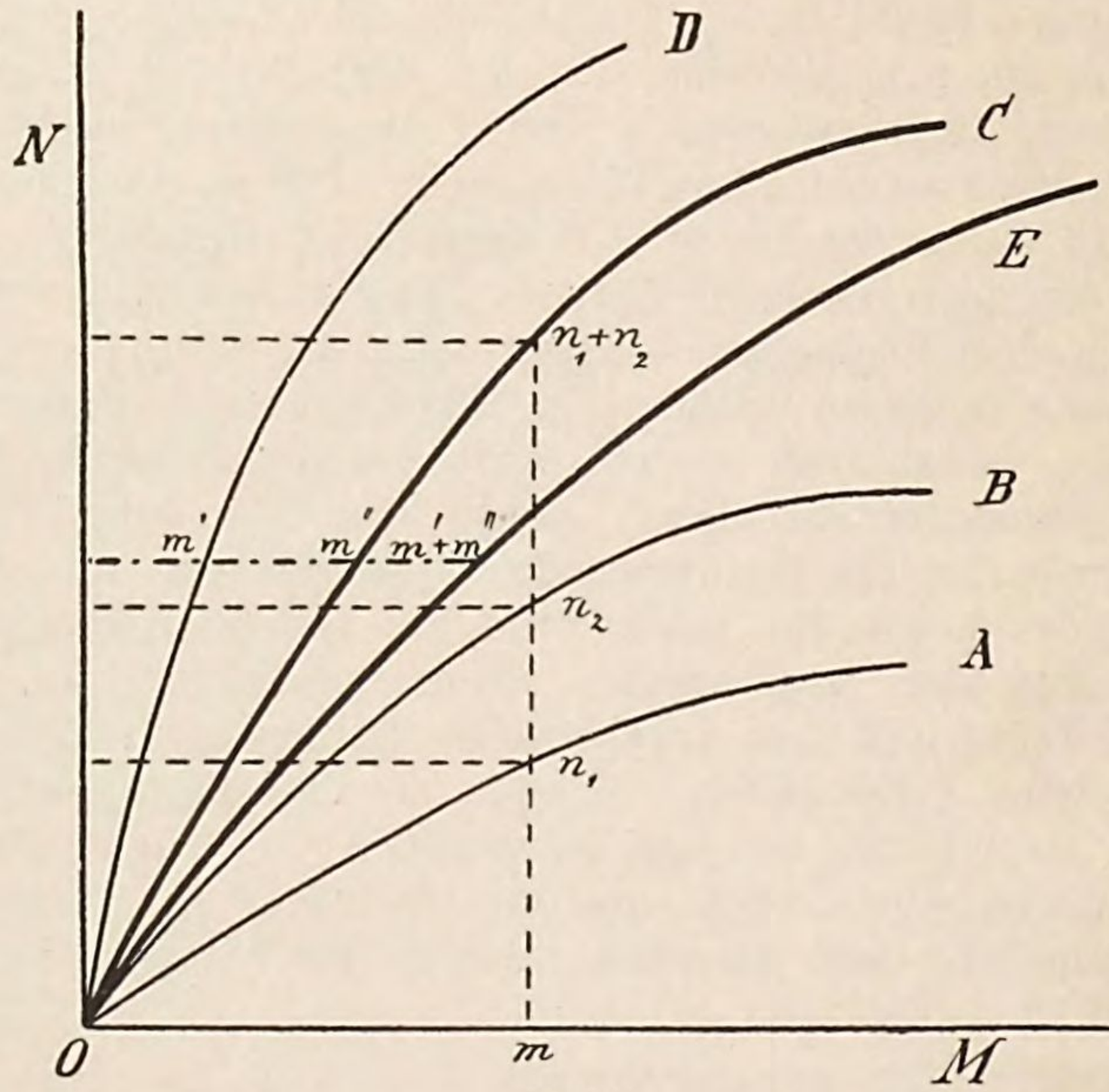



Fig. 13.

tionslinien grösser sein, als auf dem unbewickelten Teile des Ringes. Wir werden später bei Behandlung der Transformatoren den Einfluss des Luftnebenschlusses oder Streufeldes noch genauer studieren müssen. Vorläufig begnügen wir uns mit der Feststellung der Thatsache, dass die Unterschiede der Induktion in den Teilen des ungleichförmig bewickelten Ringes umso kleiner ausfallen, je grösser die Permeabilität des Eisens ist. Wir erkennen daraus sofort, dass mit steigender Sättigung des Eisenkernes die Streuung zunehmen

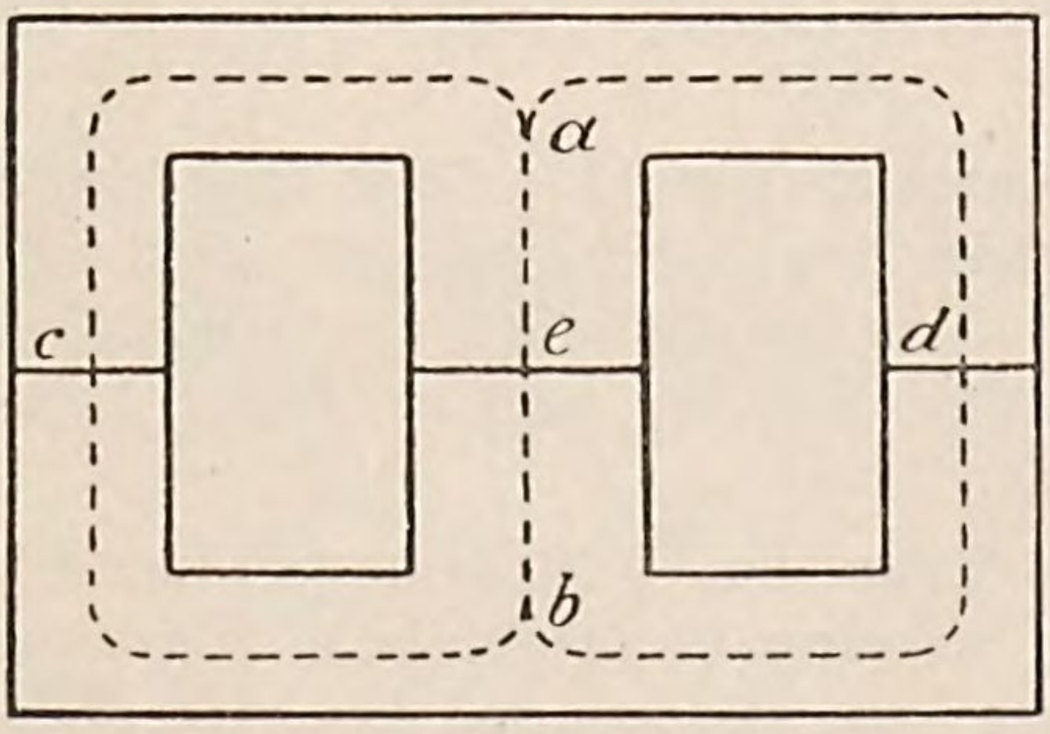



Fig. 14.

muss, weil die Permeabilität des Eisens sich mehr und mehr jener der Luft nähert. Die früher erörterte Formel 2)

$$H = \frac{4\,\pi}{10}\ n\,i$$

für die magnetisierende Kraft einer Spule enthält den Durchmesser der Spulenwindungen nicht und lässt dadurch erkennen, dass die magnetisierende Kraft der Spule, so lange die Zahl n i der Ampère-Windungen pro *cm* Länge konstant bleibt, denselben Wert besitzt, ob nun die Spulenwindungen den Eisenkern dicht umschliessen oder weit von demselben abstehen. Dies ist jedoch nur so lange richtig, als die ganze von der magnetisierenden Kraft hervorgerufene magnetische Strömung auf den Eisenkern beschränkt bleibt.

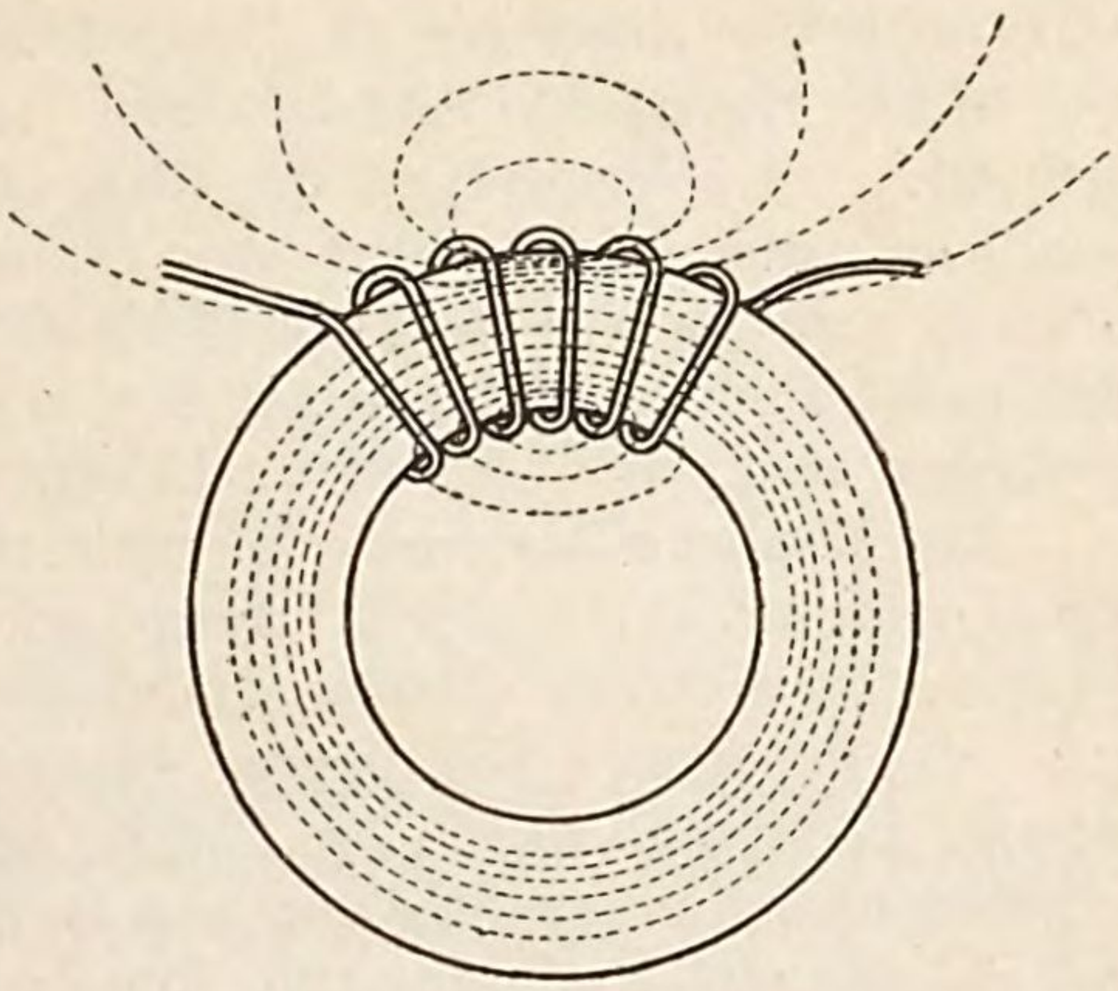


Fig. 15.

Wenn jedoch in eine Spule von sehr grossem Windungsdurchmesser ein relativ kleiner Eisenkern eingesetzt wird, so werden einzelne Kraftlinien ihren Weg nur teilweise im Eisen, teilweise in Luft vollenden; andere wieder werden vollkommen in Luft verlaufen und die Spulenwindungen umschliessen, ohne den Eisenkern zu berühren. In diesem Falle wird nur ein Teil der gesamten magnetisierenden Kraft der Spule zur Erzeugung der nutzbaren Kraftlinienströmung im Eisenkerne verwendet; ein anderer, allerdings bedeutend kleinerer Teil aber dient zur Hervorrufung des nutzlosen Streufeldes. Daraus geht hervor, dass in dem in Fig. 16 übertrieben dargestellten Falle zur Hervorrufung

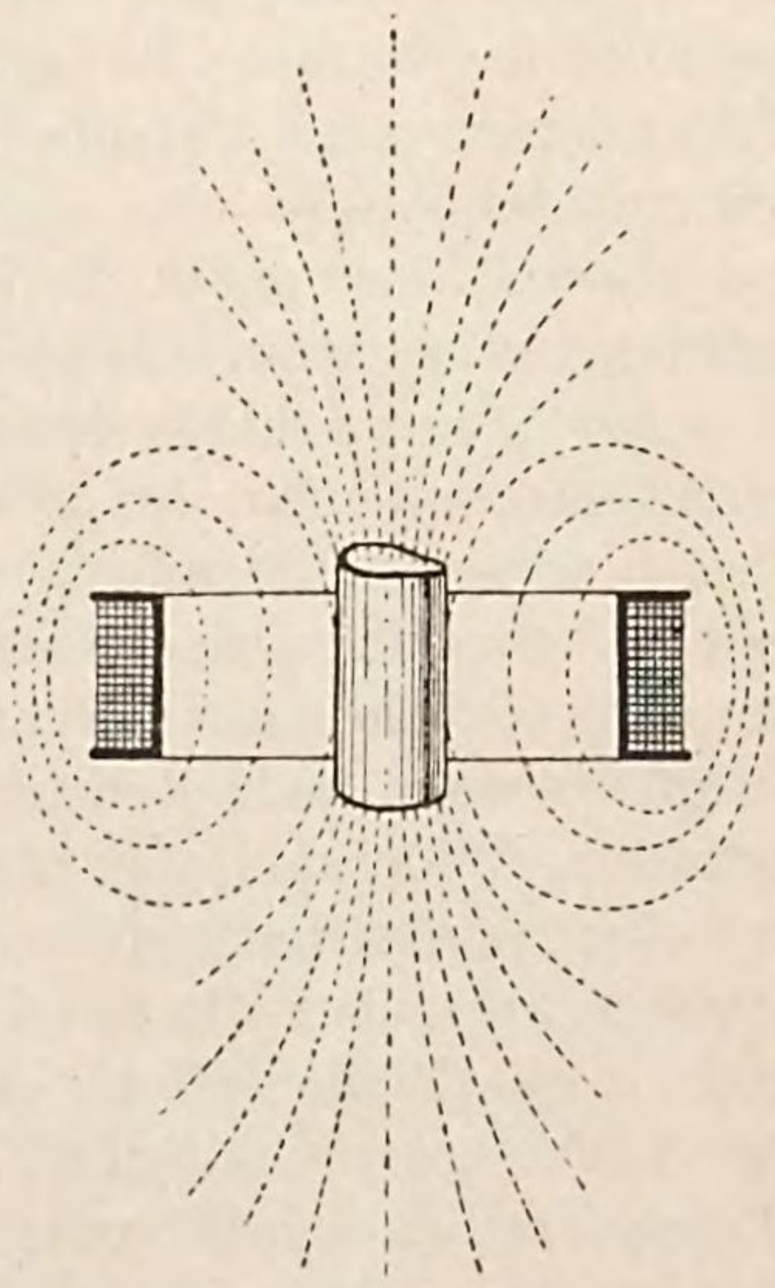


Fig. 16.

der nämlichen nutzbaren Induktion eine etwas grössere magnetisierende Kraft erforderlich ist, als in dem Falle, wo die Spulenwindungen den Eisenkern dicht umschliessen. Man wird deshalb, wo nicht Konstruktionsrücksichten eine andere Anordnung erfordern, zur Vermeidung der Streuung die Spulenwindungen möglichst nahe dem Eisenkerne anordnen. Allzu ängstlich braucht man jedoch in dieser Beziehung nicht zu sein, da bei den meist üblichen Induktionen die Permeabilität des Luftnebenschlusses etwa 1500 bis 2000 mal kleiner ist als jene des Eisens.

Eine ähnliche Erhöhung der magnetisierenden Kraft ist auch dann erforderlich, wenn in einem mit einer Stossfuge versehenen Eisenstücke dieselbe Induktion hervorgerufen werden soll, wie in einem ungetrennten Eisenstücke aus gleichem Materiale. Dieser Fall wurde von Ewing und Low[1]) im Jahre 1888 experimentell untersucht, dann von H. E. J. G. du Bois[2]) theoretisch behandelt und daraufhin von Ewing[3]) einer nochmaligen Untersuchung unterzogen.

Ewing's Experimente wurden an einem zerschnittenen Eisenstücke angestellt, dessen Endflächen nach der Richtplatte vollkommen eben geschabt waren und somit praktisch vollkommen aufeinander passten. Es ergab sich, dass trotz dieses sorgfältigen Zusammenpassens dieselbe magnetisierende Kraft in dem ungeteilten Eisenstücke eine grössere Induktion hervorzurufen vermochte und dass somit die Stossfläche der Einfügung eines Luftraumes von bestimmter Länge in den magnetischen Kreis entsprach.

Die Länge x dieses äquivalenten Luftraumes lässt sich leicht ermitteln, wenn wir von einem eisengeschlossenen magnetischen Kreise von gleichförmigem Querschnitte und der Länge l ausgehen. So lange das Eisen noch ungeteilt ist, vermag die magnetisierende Kraft H in demselben eine Induktion B hervorzurufen; wenn jedoch durch die Stossfläche ein neuer magnetischer Widerstand in den Kreis eingefügt ist, entspricht derselben magnetisierenden Kraft N eine kleinere Induktion B′. Hierbei wird aber die Permeabilität des Eisens in beiden Fällen nicht den gleichen Wert besitzen. Es ist daher im Interesse der einfacheren Endformel für die Länge x die Wirkung der Stossfläche dadurch auszudrücken, dass man die magnetomotorischen Kräfte H und H′ ermittelt, welche im ungeteilten

---

[1]) Ewing u. Low, Phil. Mag., 1888.

[2]) H. E. J. G. du Bois, Bericht über die Verhandlungen des Intern. El. Kongresses zu Frankfurt a. M. vom 7.—12. Septbr. 1891, II. Hälfte, p. 71.

[3]) Ewing, El., London, 29, p. 673, 1892. Ind. in iron. p. 273.

und im geteilten Eisen die nämliche Induktion hervorzurufen vermögen. Die Permeabilität des Eisens von der Länge l sei $\mu$, jene des äquivalenten Luftraumes von der Länge x ist natürlich gleich Eins. Dann gilt für das ungeteilte Eisen die Beziehung

$$H = \frac{B}{\mu} \text{ oder auch } H\,l = \frac{B\,l}{\mu} \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

und für das geteilte Eisen besteht die Gleichung

$$H'\,l = \frac{B\,l}{\mu} + B\,x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

woraus dann folgt

$$x = l\left(\frac{H' - H}{B}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14a)$$

**Abnahme der magnetischen Induktion bei gleicher magnetisierender Kraft durch Einfügung einer ebenen Stossfläche in den magnetischen Kreis.**

| Magnet. Kraft. | Magnetische Induktion. Ohne Stossfuge. | Mit Stossfuge. |
|---|---|---|
| H = 4 | B = 3950 | B′ = 3000 |
| 6 | 6900 | 5300 |
| 8 | 9250 | 7400 |
| 10 | 10900 | 9150 |
| 15 | 13250 | 12000 |
| 20 | 14300 | 13500 |
| 30 | 15200 | 14900 |

Entnimmt man einer solchen Versuchsreihe die zusammengehörigen Werte von B und H, und B′ und H, so erhält man zwei Kurven I und II (Fig. 17 und 18), aus welchen man leicht die punktierte Kurve III ableiten kann, deren Abscissen für irgend einen Ordinatenwert B durch den horizontalen Abstand der Kurven I und II gegeben sind. Die Kurve III wird also den Zusammenhang zwischen (H′ — H) und B darstellen, und da dieselbe nahezu geradlinig verläuft, so deutet sie an, dass der magnetische Widerstand der Stossfuge nahezu konstant ist; die Länge x des diesem magnetischen Widerstande äquivalenten Luftraumes berechnet sich aus den Werten der vorstehenden Tabelle zu 0·0033 *cm* und aus den Werten der unabhängigen, durch Fig. 18 dargestellten Versuchsreihe zu 0·0036 *cm*. Wenn jedoch die Stossflächen nach der auf der Drehbank vorgenommenen Zerteilung des Versuchsstabes nicht vollkommen eben geschabt wurden, so stieg die Länge des äquivalenten Luftraumes auf 0·005 *cm*. Diese Länge, die durch kräftiges Zusammenpressen der Stossflächen noch verringert

werden kann, erscheint vernachlässigbar. Wenn man aber bedenkt, dass die Permeabilität dieser dünnen Luftschicht nur = 1 ist, jene des Eisens aber z. B. $\mu = 2000$ sein kann, so würde in einem solchen Kreise dem äquivalenten Luftraume $x = 0{\cdot}005$ *cm* eine Eisenlänge $2000\ x = 10$ *cm* entsprechen, welche gegenüber der Gesamtlänge l des Kreises nicht vernachlässigbar sein wird.

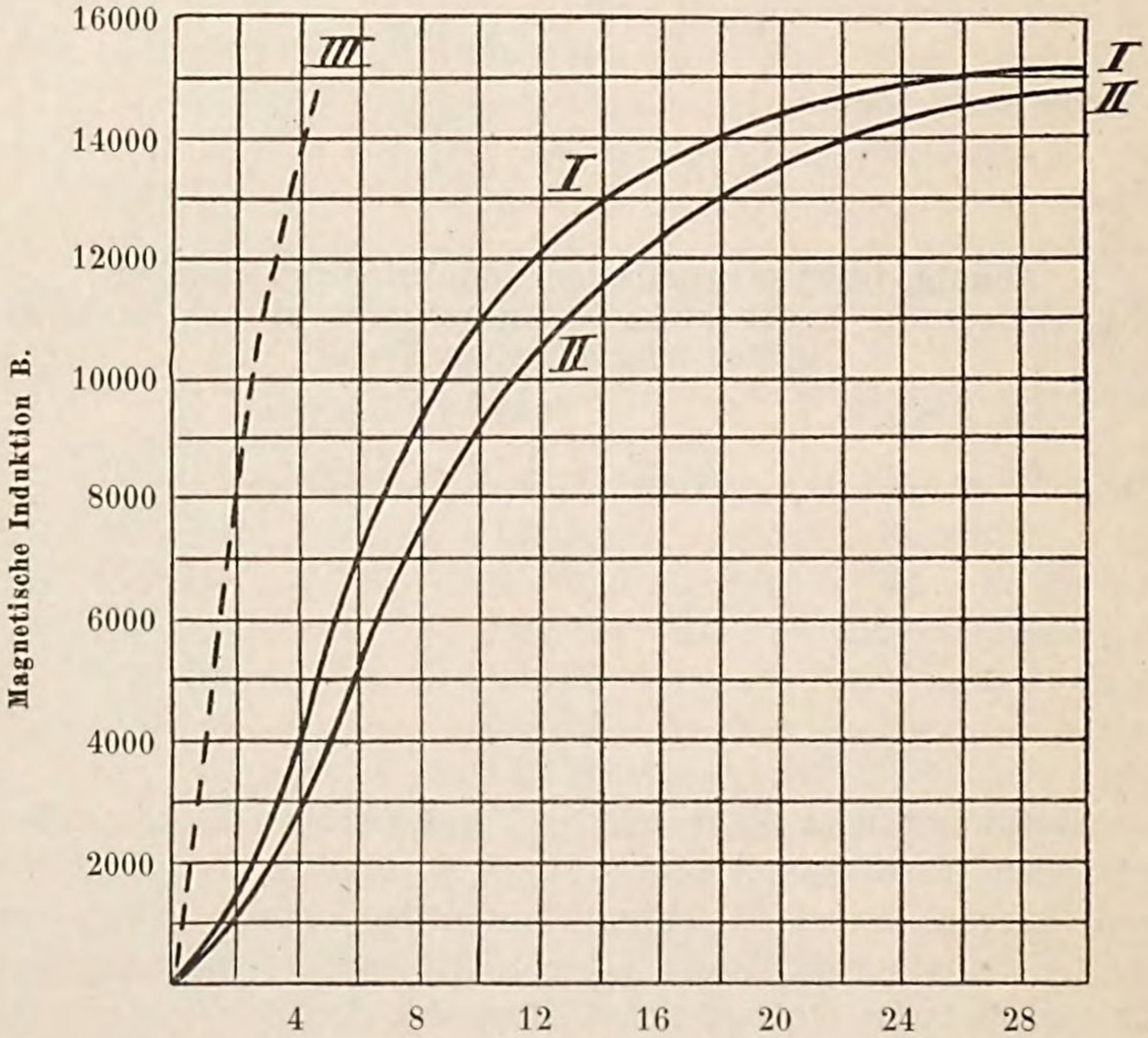



Fig. 17. Einfluss eines kleinen Luftraumes.

I. Zusammenhang zwischen B u. H für das ungeteilte Eisen.
II. „ „ B u. H für das geteilte Eisen.
III. „ „ B u. (H' — H).

So gering auch die Länge dieser äquivalenten Luftschicht ist, so erscheint es doch, besonders im Falle der durch Schaben abgerichteten Stossflächen, unwahrscheinlich, dass die metallischen Flächen thatsächlich so weit voneinander abstehen sollten. Es erscheint wahrscheinlich, dass der durch die Stossfuge eingeführte magnetische Widerstand teilweise von der Verringerung der Permeabilität rings um die Trennungsfläche und teilweise von dem Einflusse der an der Stossfuge auftretenden magnetischen Pole herrührt.

Da die Länge der äquivalenten Luftschicht für alle Induktionen konstant ist, so kann man zur graphischen Darstellung des Einflusses der Stossfläche ein Verfahren anwenden, welches von Lord Rayleigh eingeführt wurde und welches Ewing bezeichnet als eine Scherung der Bildebene parallel der Abscissenaxe um einen Winkel, dessen Tangente gleich ist $\frac{x}{l}$.

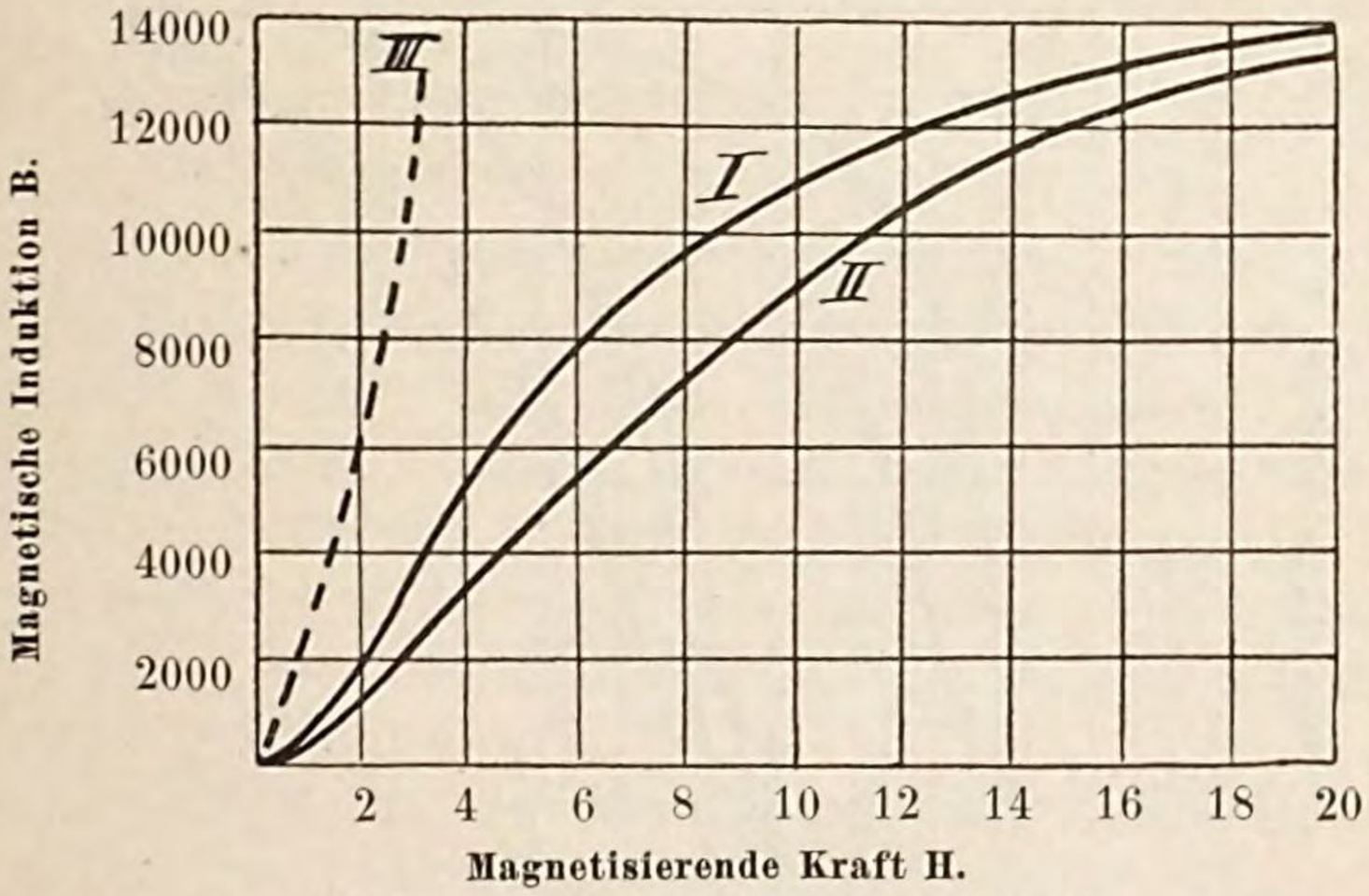



Fig 18. Einfluss eines kleinen Luftraumes.

I. Zusammenhang zwischen B u. H für das ungeteilte Eisen.
II. „ „ B u. H für das geteilte Eisen.
III. „ „ B u. (H' – H).

Fig. 19 stellt als praktisches Beispiel hierfür den Fall eines weichen Eisenringes dar, dessen magnetische Länge $l = 30\,cm$ ist und welcher in unzerteiltem Zustande die stark ausgezogenen B H-Kurven ergab. Wenn wir aus diesen Kurven die Beziehung zwischen B und H für den Fall ableiten wollen, dass der Ring in zwei sorgfältig zusammengepasste Halbringe zerlegt ist, so haben wir zwei Stossflächen, welche jede einer Luftschicht von $\frac{1}{300}\,cm$ Länge entsprechen. Die zwei Fugen bilden zusammen den $\frac{1}{4500}$ Teil der ganzen Ringlänge; wenn wir also eine Linie O P Q derart ziehen, dass $H = -1$ und $B = 4500$, so stellen die Abstände ihrer Punkte von der Axe der B die entmagnetisierenden Kräfte dar, welche von den Polen der Schnittflächen herrühren. Wir erhalten dann für jeden Wert B des zerteilten Ringes die erforderliche magnetisierende Kraft H', wenn wir als Abscissen für diesen Punkt B die

parallel der Abscissenaxe gemessenen Abstände der ursprünglichen Kurve von der Linie O P Q verwenden. Die Durchführung dieser Konstruktion ergiebt die in Fig. 19 punktierten B H′-Kurven und lässt erkennen, dass der remanente Magnetismus von dem Werte 9050 auf den Wert 6000 durch die Zerteilung des Ringes vermindert wurde.

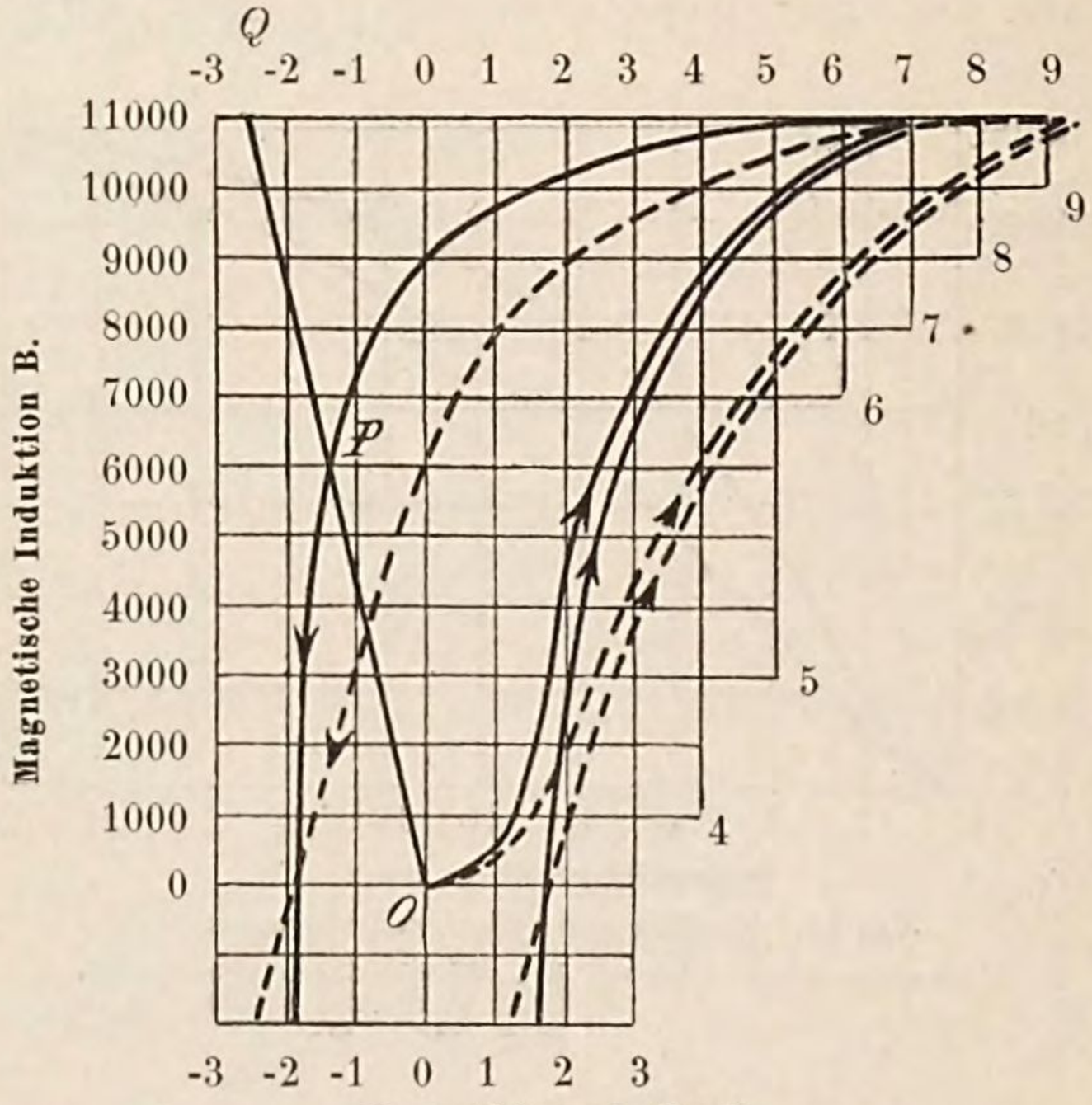



Fig. 19. Einfluss einer Stossfläche.

## 12. Änderung der Kraftlinienzahl.

So oft in einer Spule die Zahl der die Spulenfläche normal durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht zwischen den Enden der Spulenwindungen eine Spannungsdifferenz und, wenn diese Enden durch einen Widerstand verbunden sind, auch ein Strom. Die Grösse der entstehenden E. M. K. ist in absoluten Einheiten gleich der Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit, und da die praktische Einheit der E. M. K., das Volt, gleich $10^8$ absoluten Einheiten ist, berechnet sich die Grösse der induzierten E. M. K. aus der Zahl N der in t Sekunden zum Entstehen oder Verschwinden gelangten Kraftlinien aus der Beziehung $E = \frac{N}{t} \cdot 10^{-8}$, in welcher E in Volt ausgedrückt ist. Sieht man die Fläche in Richtung der Kraftlinien an, d. h. stellt man sich so, dass die Kraftlinien vom Hinterkopfe

nach dem Auge verlaufen, so umkreist der entstehende Induktionsstrom die Fläche der Spule im Sinne des Uhrzeigers, wenn die gesamte Zahl der Kraftlinien abnahm, und gegen den Sinn des Uhrzeigers, wenn die gesamte Zahl der Kraftlinien zunahm.

Soll der entstehende Induktionsstrom längere Zeit andauern, so muss die Kraftlinienzahl dauernd verändert werden. Und da man eine Veränderung in einer Richtung nur so lange vornehmen kann, bis man zu einem praktisch als zulässig erkannten Maximum gelangt, da man mit anderen Worten die Zahl der Induktionslinien nicht von Null bis zur Unendlichkeit anwachsen lassen kann, so muss man, wenn ein dauernder Strom hervorgerufen werden soll, nach einer längeren oder kürzeren Zeit die weitere Veränderung der Anzahl der Induktionslinien dadurch bewirken, dass man sie in entgegengesetzter Richtung vor sich gehen lässt. Daraus erklärt sich die Thatsache, dass jeder länger andauernde Strom ein Wechselstrom ist und von Hysteresis begleitet wird, sofern das Feld Eisen enthält und nicht aussschliesslich durch Spulen aus unmagnetischem Draht- und Kernmaterial gebildet wird [1]).

Die einfachste Art der Entstehung einer dauernden Veränderung der Zahl der Induktionslinien in einer Fläche ist die Rotation eines Kreisringes in einem homogenen Felde und um eine senkrecht zu den Induktionslinien des Feldes gelegene Axe. Dieser Fall, bei welchem die Zahl der Induktionslinien allmählich bis zu einem Maximalwerte anwächst, dann bis auf Null und auf einen negativen Maximalwert abnimmt, um von da an wieder bis auf Null anzusteigen, wird gewöhnlich den Ableitungen über die Entstehung der E. M. K. in den Gleichstrommaschinen zugrunde gelegt. Der in deren Armatur ursprünglich vorhandene Wechselstrom wird erst nachträglich durch den Kommutator für den äusseren Stromkreis gleichgerichtet. Bei den vorerwähnten Ableitungen pflegt man zuerst eine Kurve zu geben, welche der Veränderung des Feldes entspricht, und aus dieser dann die Kurve desVerlaufes der E. M. K. abzuleiten.

Bei Gleichstrommaschinen giebt man dann nach dem Vorgange Silvanus P. Thompson's [2]) auch eine Reihe von Kurven, welche erkennen lassen, dass der durch den Kommutator gleichgerichtete Strom umso weniger in seiner Stärke schwankt, je

---

[1]) Die sogenannte unipolare Induktion ist hier ausser acht gelassen.

[2]) Silv. P. Thompson, Die dynamoelektr. Maschinen. Deutsch von C. Grawinkel, p. 322.

mehr Kommutatorsegmente vorhanden sind. Bei Wechselstrommaschinen ist natürlich diese Betrachtung hinfällig.

### 13. Die Kurve des Feldes und der E. M. K.

Jede Kurve giebt uns ein Bild über den Zusammenhang zwischen zwei variablen Grössen; sie lässt uns aus Figur oder Formel erkennen, welchen Wert die eine dieser Grössen annimmt, wenn die andere willkürlich geändert wird. Die Thatsache, dass der Zusammenhang zwischen den zwei Grössen ein ganz bestimmter ist, drückt man in der Sprache der Mathematik dadurch aus, dass man sagt, die eine (abhängig) variable Grösse sei eine Funktion der anderen (unabhängig) variablen Grösse.

So sind die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers und der von ihm zurückgelegte Weg Funktionen der Zeit, und da die Geschwindigkeit einfach proportional ist der Zeit, so nennt man sie eine lineare Funktion derselben, während der zurückgelegte Weg eine quadratische Funktion der Zeit ist.

Ist der Zusammenhang zweier Grössen, von denen die Zeit die unabhängig Variable ist, ein derartiger, dass nach dem Ablaufe gewisser Zeitperioden die abhängig Variable stets gleiche Werte annimmt, so nennt man die Funktion eine periodische.

Solche periodische Bewegungen sind z. B. die Bewegungen der Himmelskörper und der Wasserteilchen auf dem Meeresspiegel. Dieser letzteren Bewegung insbesondere, welche durch ein Auf- und Abwärtsgleiten der Teilchen den Eindruck hervorrufen wird, als fände eine seitliche Verschiebung statt, hat man den Namen einer Wellenbewegung gegeben.

Aber auch in der Technik haben wir eine häufig vorkommende einfache Form der periodischen Bewegung, jene nämlich, welche der Kreuzkopf a besitzt, wenn die gleichförmig rotierende Bewegung einer Kurbel b c in eine hin und her gehende umgesetzt werden soll. (Fig. 20.)

Lässt man einen mit dem Ende a verbundenen Schreibstift s auf eine gleichmässig in Richtung des auf Fig. 20 angedeuteten Pfeiles rotierende, mit Papier bespannte Trommel schreiben, so erhält man eine Kurve von der in Fig. 21 dargestellten Form.

Lässt man zunächst die Kurbel feststehen und dreht die Trommel einmal, so beschreibt der Stift auf der Trommel einen vollkommenen Kreis x x, der auf dem aufgerollten Papierstreifen die Gerade x a b c d f x ergiebt (Fig. 21). Lässt man umgekehrt die Trommel feststehen und die Kurbel eine Umdrehung machen,

so beschreibt der Schreibstift auf dem Papier der Trommel eine Gerade, deren gesamte Länge der Summe der Amplituden $b\,b_1 + d\,d_1$ in Fig. 21 entspricht. Lässt man aber die Trommel so rotieren, dass sie gerade eine Umdrehung macht, wenn der

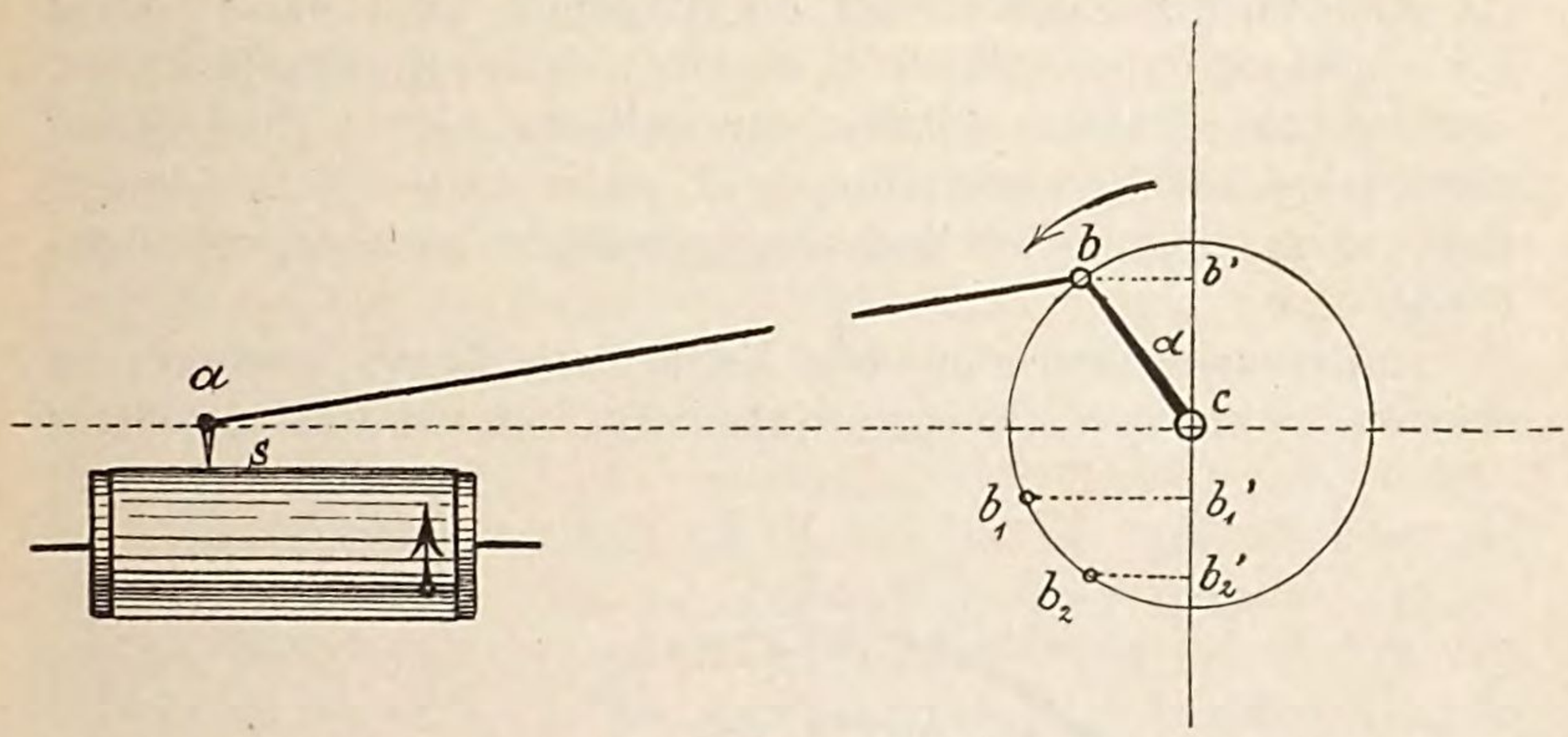



Fig. 20.

Kurbelzapfen b einmal den Kurbelkreis durchlaufen hat, dann entsteht die Wellenlinie $a\,b_1\ c\,d_1\ e\,f_1$ der Fig. 21.

Da sowohl die Trommel als auch die Kurbel sich vollkommen gleichmässig bewegen, so muss die Kurve eine vollkommen symmetrische werden. Steht der Kurbelwarzenpunkt in $a_1$

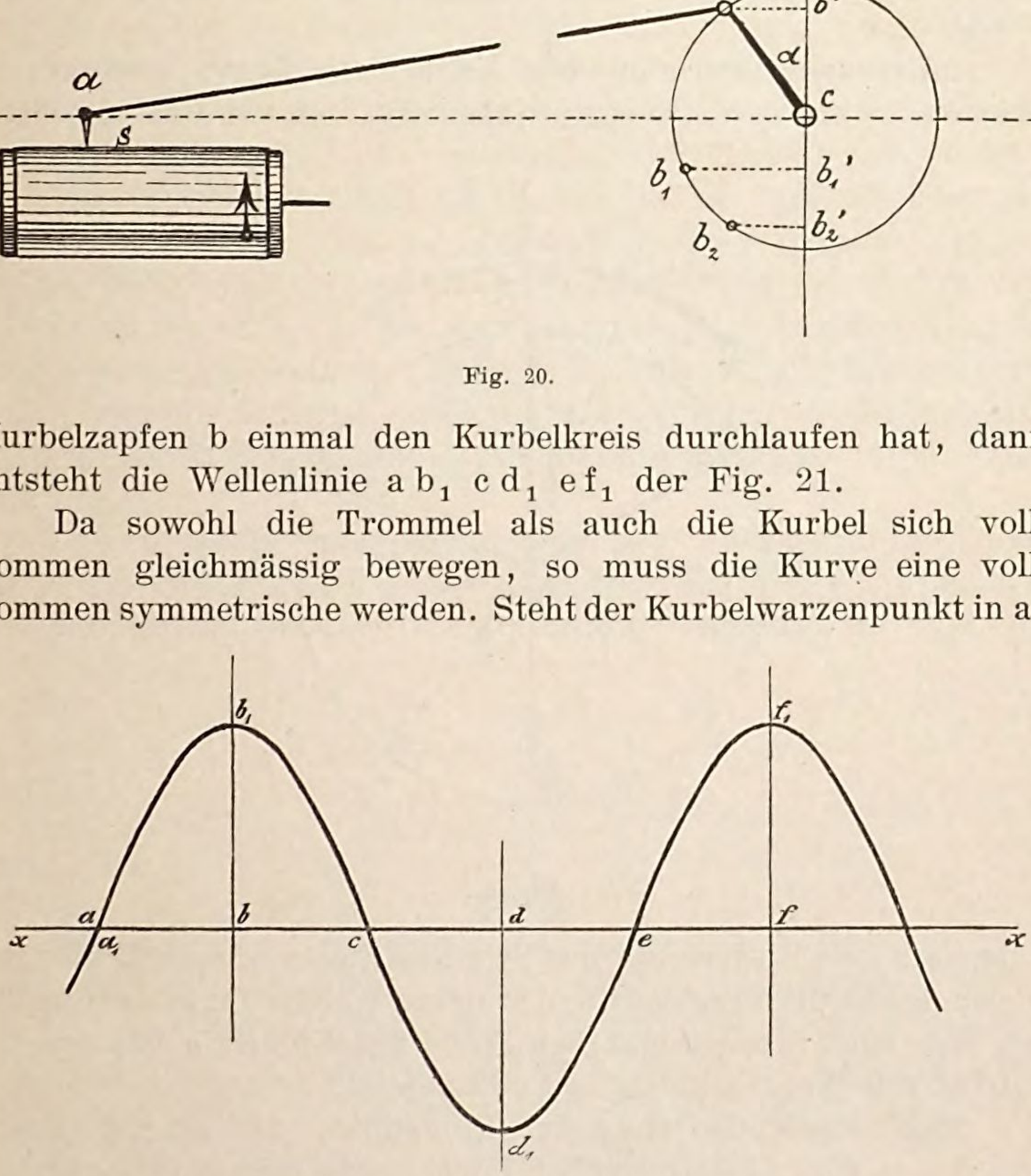



Fig. 21.

und die Trommel in einer beliebigen Anfangsstellung a, so macht der Schreibstift einen Punkt $a_1$, der dem Kreise x x angehört, also in Fig. 21 mit a zusammenfallen muss. Während die Kurbel ein der Wegstrecke a b entsprechendes Wegstück zurücklegt, gleitet der

Schreibstift allmählich nach $b_1$; da sich aber die Trommel in der Zwischenzeit allmählich bis b bewegt hat, so beschreibt der Stift das Kurvenstück $a_1 b_1$. Von hier an würde der Schreibstift langsam von $b_1$ nach b zurückgleiten, wenn die Trommel feststände; da aber in der Zwischenzeit die Trommel auch um $^1/_4$ ihres Umfanges weiter geschritten ist, ergiebt sich das Kurvenstück $b_1$ c. Der Rest der Kurve, welcher der weiteren halben Umdrehung der Kurbel und Trommel entspricht, muss natürlich in Fig. 21 sich genau symmetrisch und entgegengesetzt gerichtet repräsentieren.

Untersucht man die oben betrachtete Kurve genauer, so erkennt man, dass die irgend einer bestimmten Kurbelstellung

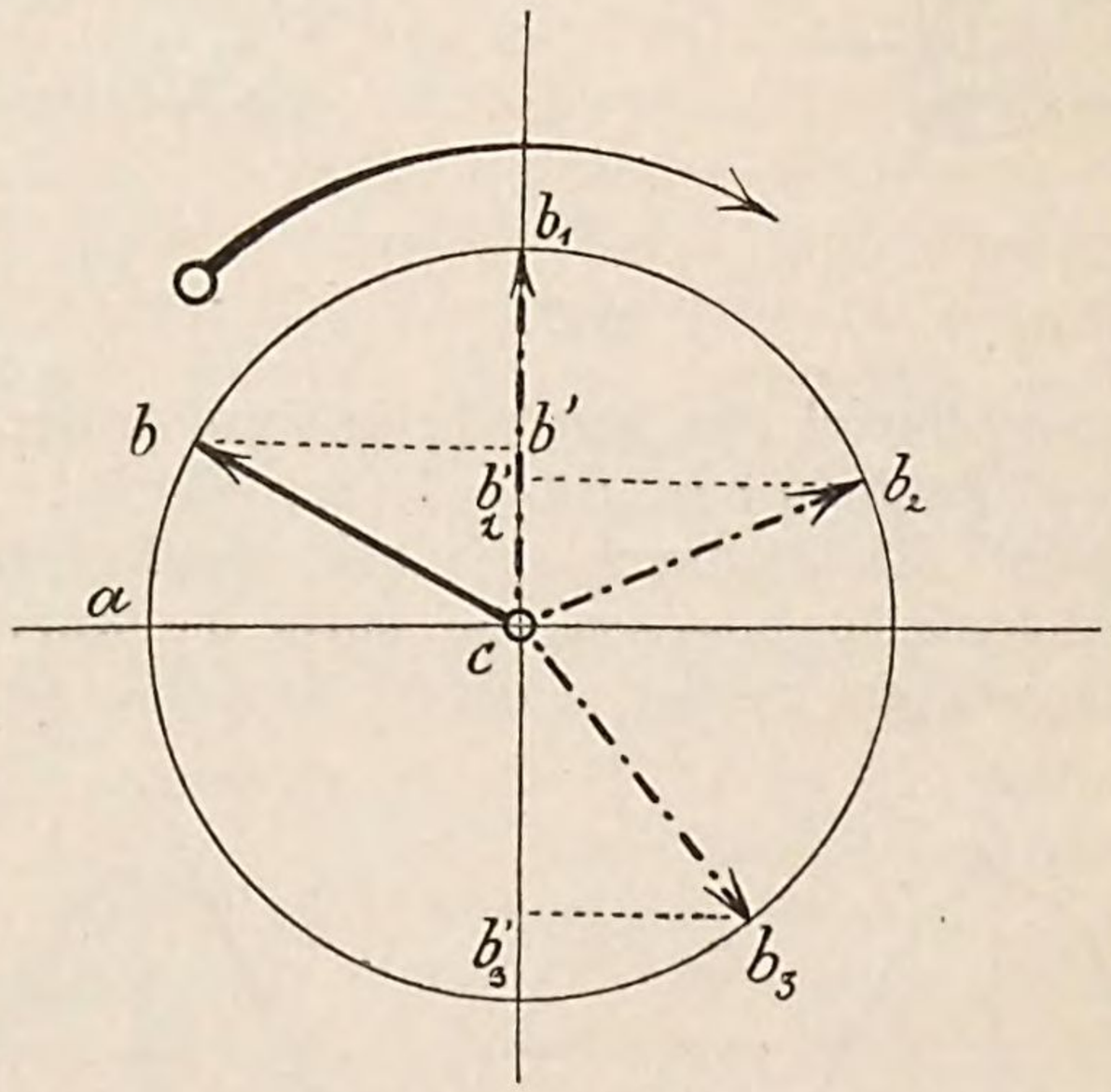



Fig. 22.

entsprechende Entfernung des Schreibstiftes von dem Kreise x x gleich der Entfernung des Kurbelzapfens von der Linie b c (Fig. 20) ist, also auch proportional dem Sinus des Winkels $\alpha$ ist, den die Kurbel mit ihrer Anfangslage einschliesst.

Man erhält also stets eine Sinuslinie, das ist eine Kurve von der in Fig. 21 dargestellten Form, wenn man eine Gerade c b um ihren einen Endpunkt c rotieren lässt und nun in ein rechtwinkliges Koordinatensystem auf der Abscissenaxe den Umfang des Kreises b, $b_1$, $b_2$, $b_3$... in beliebigem Massstabe, auf der zugehörigen Ordinatenaxe die Werte $\overline{a\,c}$, $\overline{b\,b'}$, 0, $\overline{b_2\,b'_2}$, $\overline{b_3\,b'_3}$ .. der zugehörigen Projektionen aufträgt (Fig. 22). Und

es kann und soll im Folgenden eine Sinuslinie einfach angedeutet werden durch die ihrem Maximalwerte entsprechende Gerade c b und den über derselben schwebenden Rotationspfeil.

Es giebt noch eine andere Art der elementaren Darstellung der Sinuslinie, bei welcher eigentliche Polarkoordinaten zur Anwendung gelangen.

Auf diese Polardiagramme, welche sich in der Dampfmaschinentechnik bei den Zeuner'schen Schieberdiagrammen seit langen Jahren eingebürgert haben und welche zur Behandlung elektrischer Probleme von C. Steinmetz [1]) und A. Blondel [2]) verwendet wurden, werden wir erst später zurückkommen.

Wir müssen uns nun näher mit den Eigenschaften der Sinuslinien befassen. Die verschiedenen Erhebungen der Kurve über der horizontalen Axe der Zeiten nennt man die Phasen der Kurve; die Zeit bis zur Vollendung einer ganzen Schwingung [3]) (oder einer ganzen Umdrehung der Linie b c in Fig. 22) heisst eine Periode T, die Zeit zwischen zwei Amplituden oder zwei in entgegengesetztem Sinne erfolgenden Durchgängen durch Null, überhaupt zwischen zwei entgegengesetzt gerichteten gleichen Phasen, heisst die Dauer eines Stromwechsels oder Polwechsels.

Jeder Periode entsprechen also zwei Polwechsel, und da die Polwechselzahl 2 p umso grösser sein muss, je kleiner die Periode ist, so muss die Gleichung bestehen

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2p}, \text{ oder } p = \frac{1}{T}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Die Sinuslinie ist die einfachste aller harmonischen Funktionen; sie lässt sich mathematisch am leichtesten behandeln, und seitdem Joubert in seiner grundlegenden Arbeit über die Theorie der Wechselströme an Hand experimenteller Untersuchungen einer Siemens'schen Wechselstrommaschine nachgewiesen hatte, dass die periodische Kurve der E. M. K, sich genügend genau einer Sinuslinie anschliesst, ist diese Annahme fast allen Abhandlungen über Wechselströme zugrunde gelegt worden, obgleich sie in vielen Fällen nicht zutreffend ist.

---

[1]) C. Steinmetz, El. Zeitschr. 1890, p. 185, und 1891, p. 394.

[2]) A. Blondel, Lum. El. 45, 1892, p. 351.

[3]) Das heisst die Zeit zwischen zwei im gleichen Sinne erfolgenden Durchgängen durch Null oder zwischen zwei gleichgerichteten und gleichen Phasen.

Wir wissen, dass die Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit gleich ist der E. M. K. Nehmen wir nun für einen Augenblick an, die zeitliche Änderung der Kraftlinienzahl oder des magnetischen Feldes werde durch die Kurve K dargestellt, deren Abscissen die Zeiten t, deren Ordinaten die Zahl der zu den entsprechenden Zeitpunkten vorhandenen Kraftlinien N sind. Wir erhalten dann ein Bild über die Änderung der Kraftlinienzahl, wenn wir die Änderung in der Neigung der Kurven ermitteln. Wir können dies, indem wir ein äusserst kleines Stück $N_2 N_1$ der Kurve als geradlinig betrachten, durch dasselbe eine Sekante $N_2 N_1$ ziehen und nun das Verhältnis $\frac{N_2 t_2 - N_1 t_1}{O t_2 - O t_1}$ betrachten. Dieses Verhältnis ist aber auch $\frac{N_2 a}{N_1 a} = \operatorname{tg} \alpha$, d. h. gleich der trigonometrischen Tangente des Neigungswinkels $\alpha$ der Sekante in $N_2 N_1$, welche für zwei unendlich nahe zusammenliegende Punkte in eine Tangente zu Kurve K übergeht.

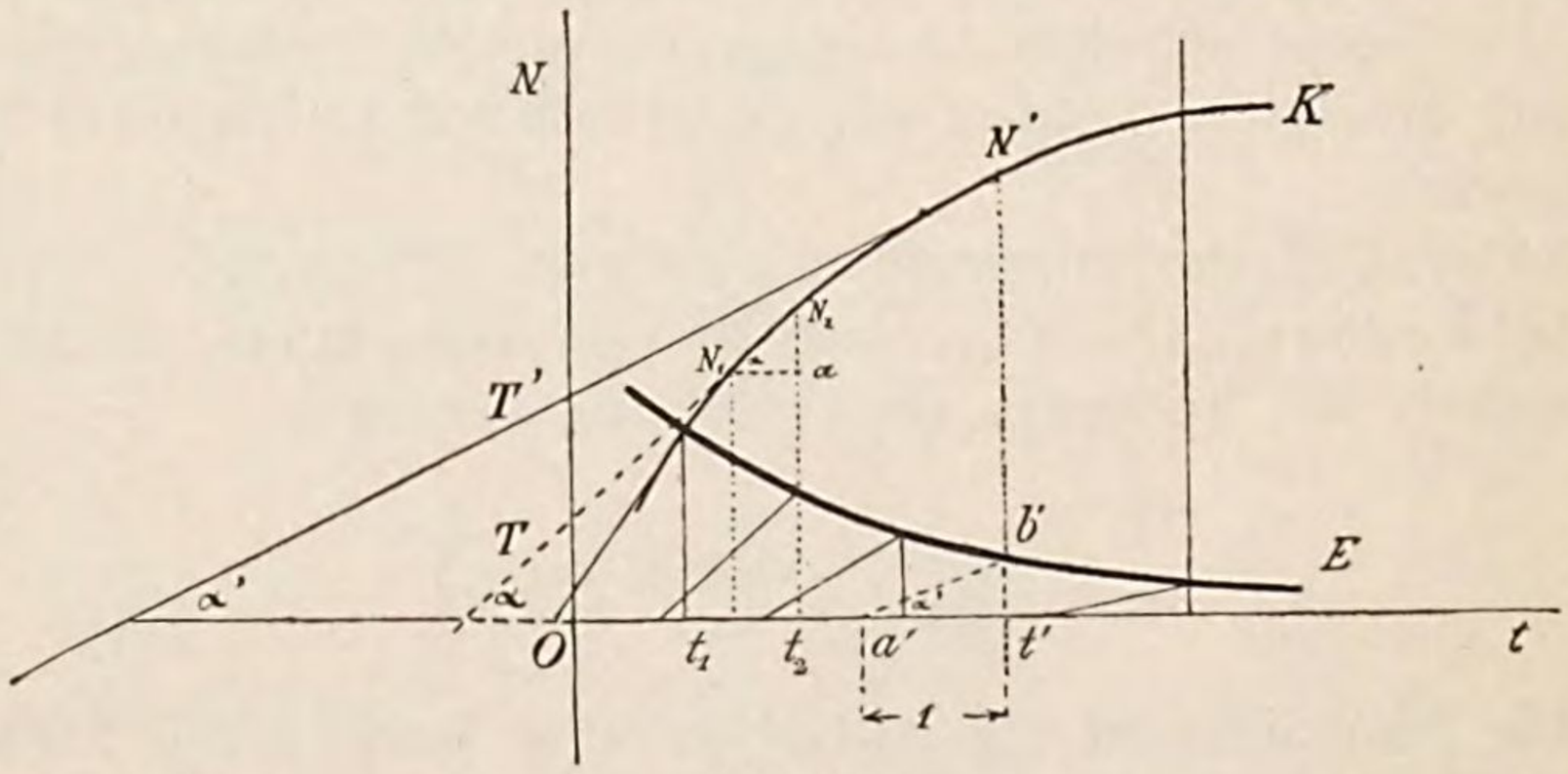



Fig. 23.

Wir können also, indem wir für jeden Punkt der Kurve K die Änderung der Kraftlinienzahl und den Wert tg $\alpha$ ermitteln (also die Tangente ziehen) und diese Änderung als Ordinate zu dem betrachteten Abscissenwerte auftragen, eine neue Kurve E erhalten, welche uns direkt die Kurve der E. M. K. darstellt. Wir verfahren dabei folgendermassen:

Da für den beliebigen Punkt t′ die Änderung der Ordinate gegeben ist durch die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels $\alpha'$ der in dem zugehörigen Kurvenpunkte N′ gezogenen geometrischen Tangente T′, so ziehen wir zunächst im Punkte N′ diese Tangente T′ zur Kurve K. Wenn wir dann von t′ nach O hin (Fig. 23) die Strecke t′a′ gleich einer willkürlich gewählten

Einheit auftragen und durch den Punkt a′ die Parallele a′ b′ zur Tangente T′ N′ ziehen, so wird der Schnittpunkt b′ dieser Parallelen mit der Ordinate t′ N′ ein Punkt der Kurve der E. M. K. sein. Denn es ist

$$\frac{\text{die Änderung der Kraftlinien}}{\text{die zugehörige Zeit}} = \text{tg } \alpha' = \overline{b' t'}.$$

Wenn wir in ähnlicher Weise mit allen Punkten der Kurve K verfahren, so erhalten wir die Kurve E, welche man als die abgeleitete Kurve bezeichnet.

Erfolgt die Änderung von N nach einer Sinuslinie, und führt man die oben beschriebene Konstruktion durch, so erkennt man (Fig. 24), dass auch die abgeleitete Kurve E die Form einer Sinuslinie besitzt, deren Maximum dort ist, wo die ursprüngliche Kurve N durch Null passiert, und welche überhaupt gleiche

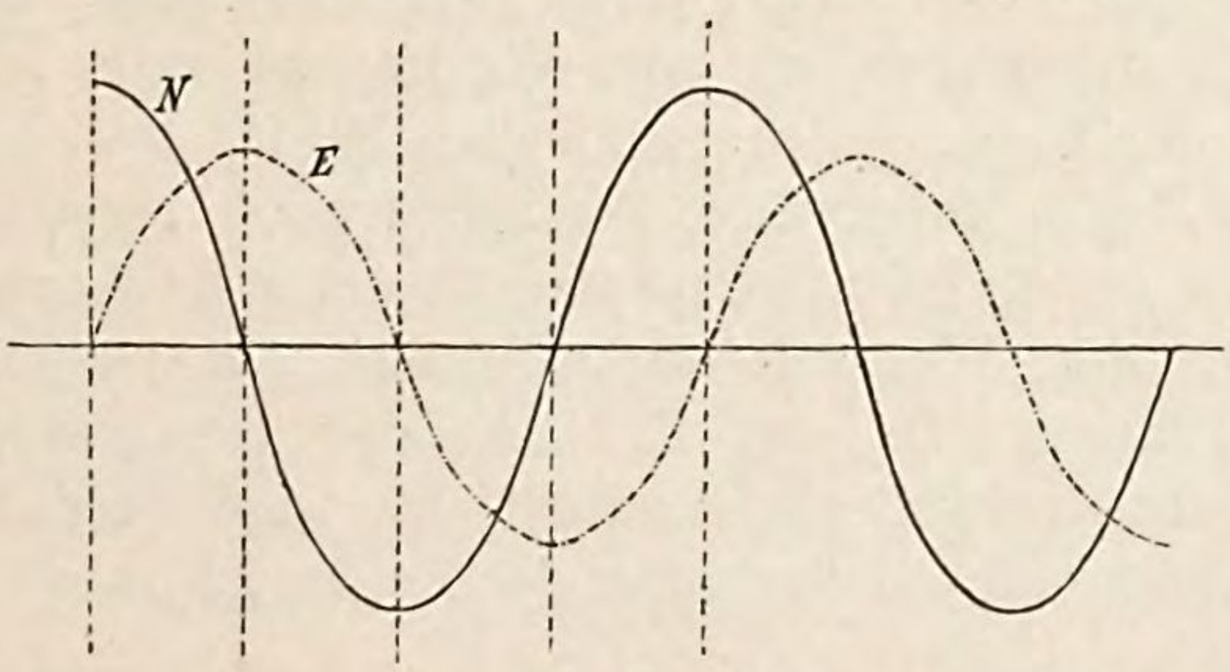



Fig. 24.

Phasen um eine Viertelperiode später erreicht als die Kurve des magnetischen Feldes. Man erhält mit anderen Worten zwei Sinuskurven, welche um eine Viertelperiode oder, wenn man sich die Sinuslinien nur nach Art der Fig. 20 und 22 durch ihre Maximalwerte als gerade Linien nach Grösse und Richtung dargestellt denkt, um $90^0$ verschoben sind. Diese Ausdrucksweise entspricht vollkommen dem Aussehen der Kurven, von denen man sich die eine aus der anderen durch eine parallel zur Axe der Zeiten vorgenommene Verschiebung und nachherige Änderung des Ordinatenmassstabes entstanden denken kann [1]).

---

[1]) Das Aussehen der abgeleiteten Kurve kann noch nicht als entscheidend dafür angesehen werden, dass dieselbe wirklich auch eine Sinuslinie ist. Eine einfache Überlegung, bei welcher man der höheren Mathematik vollkommen entraten kann, zeigt dies jedoch. Die sämtlichen Punkte einer Sinuslinie lassen sich erhalten, wenn man für einen beliebigen Abstand vom Anfangspunkte den Ordinatenwert y gleich macht dem Produkte aus

Wir werden später Gelegenheit haben, auf diese Verhältnisse genauer einzugehen.

Die Grundgesetze der Induktion lassen sich demnach in folgenden Sätzen noch einmal zusammenfassen:

Sobald in einer Spule die Zahl der die Windungsfläche durchsetzenden Kraftlinien sich ändert, entsteht an den Enden der Spule eine E. M. K., welche der Geschwindigkeit dieser Änderung proportional ist. Spannung und Kraftlinienzahl sind also der Grösse nach miteinander verbunden; sobald irgendwo eine E. M. K. auftritt, ist stets auch jene Zahl von Kraftlinien vorhanden, welche der E. M. K. entspricht, welche, wie man sagen könnte, ihr das Gleichgewicht hält, oder, wie M. v. Dolivo-Dobrowolsky sich ausdrückt, jede E. M. K. wird durch eine entsprechende Zahl von Kraftlinien abbalanciert. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob diese E. M. K. an den Enden der Spule durch Anschluss der letzteren an eine Wechselspannung, durch eine Bewegung der Spule im magnetischen Felde oder durch den in der Spule selbst zirkulierenden Wechselstrom hervorgerufen wird.

In dem ersten wichtigen Satze ist der zweite, zur einfachen Behandlung der Wechselstromprobleme bemerkenswerte Satz bereits enthalten. Da die E. M. K. der Geschwindigkeit der Änderung der Kraftlinienzahl entspricht, wird sie durch die aus der Kurve des zeitlichen Verlaufes des Feldes abgeleitete Kurve

---

der Amplitude A und dem Sinus des entsprechenden Winkels $\alpha$, wobei für $^1/_4$ Periode $\alpha = \frac{\pi}{2}$, für $^1/_2$ Periode $\alpha = \pi$, für $^3/_4$ Periode $\alpha = 3\,\frac{\pi}{2}$ und für eine ganze Periode $\alpha = 2\,\pi$ wird. Die Gleichung der Sinuslinie ist also $y = A \,.\, \sin \alpha$.

Wenn wir die Gleichung der abgeleiteten Kurve erhalten wollen, so verfahren wir gerade wie bei der graphischen Methode. Wir nehmen die Differenz zweier benachbarten Ordinaten $y_1$ und y, welche um ein sehr kleines Stück x voneinander entfernt sind; dies entspricht der Sekante in Fig. 23. Wenn wir dann das Verhältnis der Differenz dieser zwei Werte zu x für den Fall auswerten, dass x immer kleiner wird, geht die Sekante in die Tangente über, und wir erhalten die Gleichung der abgeleiteten Kurve. Nun ist $\frac{y_1 - y}{x} = A\,\frac{\sin(\alpha + x) - \sin \,.\, \alpha}{x}$, aber $\sin(\alpha + x) = \sin\alpha\cos x + \cos\alpha\sin x$.

Wenn nun x immer kleiner wird, so wird $\cos x$ immer mehr $= 1$ und $\sin x$ immer mehr $= x$. Es wird also der Grenzwert des Ausdruckes

$$\frac{y_1 - y}{x} = A\,\frac{\sin\alpha + x\cos\alpha - \sin\alpha}{x} = A \,.\, \cos\alpha = A \,.\, \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Damit ist erwiesen, dass die abgeleitete Kurve eine um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ gegen die ursprüngliche Sinuslinie verschobene zweite Sinuslinie ist.

dargestellt, und wenn die Variationen der Feldstärke sinusförmig erfolgen, ist auch die Kurve der E. M. K. eine um $90^0$ oder $^1/_4$ Periode gegen die Kurve des Feldes verschobene Sinuslinie. Diese Verschiebung erfolgt im Sinne der Voreilung oder Verzögerung, je nachdem wir uns die E. M. K. als Ursache oder als Folge des Feldes denken.

E. M. K. und Kraftlinienzahl sind also der Phase und der Form der Kurve nach fest aneinander gekuppelt und untrennbar voneinander, so lange man nicht durch eine besondere Anordnung des Stromkreises das Auftreten eines magnetischen Feldes überhaupt verhindert.

Eine solche Anordnung ist die bifilare Wickelung der Spulenwindungen, welche darin besteht, dass zwei Drähte gleichzeitig möglichst symmetrisch aufgewickelt und derart verbunden werden, dass ihre beiden Enden die Mitte der Spulenwindungen werden und dass ihre beiden Anfänge an die Stromzuführung und -Ableitung angeschlossen sind. Es werden dann zwei benachbarte Drähte stets Ströme von genau gleicher Stärke und entgegengesetzter Richtung führen, und diesen Strömen werden in jedem Momente magnetische Felder von genau gleicher Zahl und entgegengesetzter Richtung der Kraftlinien entprechen, so dass die Gesamtwirkung dieser sich neutralisierenden Felder dieselbe ist, als ob überhaupt kein magnetisches Feld entstände. Die ganze Wirkung eines in einem bifilaren Drahte zirkulierenden Stromes wird also in einer Erwärmung des Stromkreises nach dem Joule'schen Gesetze bestehen, gleichgültig, ob die den Strom hervorrufende E. M. K. unveränderliche Grösse besitzt oder periodischen Schwankungen unterworfen ist.

## Zweites Kapitel.

# Selbstinduktion und Kapazität im Wechselstromkreise.

---

### 1. Der verzögernde Widerstand oder die Impedanz.

Unterwerfen wir einen bifilar gewickelten, aus unmagnetischem Materiale hergestellten Widerstand der Einwirkung einer sinusförmig verlaufenden E. M. K., so wird der in diesem Drahte entstehende Strom in jedem Momente dem Ohm'schen Gesetze entsprechen und somit ebenfalls sinusförmig seine Stärke ändern. Die Änderungen des Stromes werden zudem genau gleichphasig mit jenen der Spannung erfolgen. Diese Änderungen der Stromstärke werden naturgemäss magnetische Felder von fortwährend wechselnder Richtung erzeugen, deren Rückwirkungen auf den Widerstand sich jedoch der bifilaren Anordnung wegen gegenseitig aufheben.

Wickeln wir jedoch denselben bisher bifilaren Draht zu einem Solenoide, so werden die Änderungen des das Solenoid umkreisenden Stromes ein magnetisches Feld hervorrufen, dessen Stärke sich ebenfalls sinusförmig und gleichzeitig mit jener des Stromes im Solenoide ändert. Die Linien dieses Feldes werden ein System anschwellender und abnehmender Kreisringe darstellen, welche kettengliederartig mit den Drahtwindungen des Solenoides verschlungen sind, und den in der Fläche dieser Windungen periodisch erfolgenden Änderungen der Zahl der Induktionslinien entspricht eine E. M. K., welche nach den früheren Entwickelungen gleichfalls sinusförmigen Verlauf aufweisen und zeitlich um eine Viertelperiode gegen das magnetische Feld, also auch gegen den dasselbe erzeugenden Strom, verschoben sein wird. Da der Strom zuerst vorhanden war, wird die seinen Änderungen proportionale E. M. K., welche man, da sie von induktiven Rückwirkungen des stromdurchflossenen Solenoides auf sich selbst herrührt, die E. M. K. der Selbstinduktion nennt, um eine Viertelperiode hinter dem Strome zurückbleiben.

Wenn wir später dazu übergehen wollen, die E. M. K. zu ermitteln, welche erforderlich ist, um in einem mit Widerstand und Selbstinduktion behafteten Stromkreise einen Strom von bestimmter Stärke hervorzurufen, so müssen wir zunächst Klarheit darüber besitzen, ob die Selbstinduktion das Zustandekommen des Stromes begünstigt oder erschwert.

Betrachten wir zu diesem Behufe eine Spule, in welcher bisher ein Strom im Sinne des Uhrzeigers floss, der plötzlich oder allmählich zum Verschwinden gebracht wird. Es verschwindet dann auch das diesem Strome entsprechende magnetische Feld, und da dem Verschwinden von Kraftlinien eine im Sinne des Uhrzeigers wirkende E. M. K. entspricht, so erkennen wir, dass diese E. M. K. der Selbstinduktion den ursprünglichen Zustand aufrecht zu erhalten strebt.

Ruft man nun wieder den Strom im Sinne des Uhrzeigers hervor, so drängen sich plötzlich viele Kraftlinien in die Windungsfläche der Spule; der zunehmenden Zahl der Kraftlinien entspricht eine entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung wirkende E. M. K., welche dem entstehenden Strome entgegenwirkt und somit gleichfalls den bestehenden Zustand der Stromlosigkeit aufrecht zu erhalten strebt.

Wenn also in einem Stromkreise, der mit Widerstand und Selbstinduktion behaftet ist, ein Strom entstehen soll, so muss die resultierende, also wirklich aufzuwendende E. M. K. genügen, um den vom Strome in dem Widerstande hervorgerufenen Spannungsverlust und die E. M. K. der Selbstinduktion zu überwinden. Die eine Komponente der resultierenden E. M. K. wird also entgegengesetzt der E. M. K. der Selbstinduktion gerichtet sein.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, dass eine Sinuslinie auch dargestellt werden kann durch eine Gerade A B, deren Länge in passendem Massstabe der Amplitude der Sinuslinie entspricht und welche um ihren einen Endpunkt rotierend gedacht wird. Der andere Endpunkt beschreibt dann einen Kreis, und die Projektionen desselben auf irgend eine feststehende Axe ergeben dann in der früher ausführlich geschilderten Weise die Sinuslinie mit der Amplitude A B.

Wir können diesen Fall nun leicht erweitern. Es ist ohne viel mathematische Überlegung klar, dass, wenn zwei solcher Grössen, z. B. zwei in demselben Stromkreise wirkende E. M. K., zwar verschiedene Maximalwerte und verschiedene Phasen, aber gleiche Perioden besitzen, jede dieser Grössen durch eine Gerade dargestellt

werden kann, deren einen Endpunkt man sich als Mittelpunkt der Rotation, deren anderen Endpunkt man sich auf eine feststehende Gerade projiziert denkt. Nur müssen die Geschwindigkeit, mit welcher man sich die Linien des Diagrammes rotierend denkt, und der Winkel, welchen die beiden Geraden im Diagramme einschliessen, von entsprechender Grösse sein.

Über die Geschwindigkeit, mit welcher die Linien des Diagrammes rotieren, kann man sich leicht auf Grund folgender Überlegung klar werden. Der zu projizierende Endpunkt jeder Linie des Diagrammes muss offenbar nach Ablauf einer Periode T seine Anfangsstellung wieder eingenommen, also den Kreisumfang einmal durchlaufen haben; derselbe hat also, wenn z. B. A die Länge der Linie ist, in der Zeit T den Weg $2\,\pi$ A zurückgelegt, und seine Winkelgeschwindigkeit ist somit

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = 2\pi\ p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Besteht zwischen den beiden Sinuslinien, welche im Diagramme dargestellt werden sollen, ein Phasenunterschied von $\frac{\pi}{n}$, so müssen die Geraden des Diagrammes ebenfalls einen im Bogenmasse gemessenen Winkel von $\frac{\pi}{n}$ einschliessen. Ist z. B., wie bei der Sinuslinie der E. M. K. der Selbstinduktion und jener des Stromes, dem dieselbe entspricht, die Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ = einer Viertelperiode, so werden diese Sinuslinien im Diagramme dargestellt sein durch zwei senkrecht aufeinander stehende Gerade, denn es ist der im Bogenmasse gemessene Winkel $= \frac{\pi}{2} = 90^0$.

Die Darstellungsweise periodisch wechselnder Grössen lässt sich zu einem Theoreme ausdehnen, welches dem Theoreme vom Dreiecke oder dem Polygone der Richtungsgrössen entspricht und sich wie folgt ausdrücken lässt[1]):

Wenn die Geraden A B, B C, C D . . . . S T (Fig. 25) die Maximalwerte verschiedener E. M. K. oder Ströme darstellen und in Bezug auf ihre Richtung so auf dem Zeichenblatte niedergelegt sind, dass ihre Projektionen auf eine feststehende gerade Linie

---

[1]) Th. H. Blakesley, die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann, p. 3.

in irgend einem Zeitpunkte die momentanen Werte dieser E. M. K. darstellen, dann ist die Resultierende der E. M. K. oder Ströme in jenem Zeitpunkte durch die Schlusslinie A T nach Grösse und Richtung dargestellt.

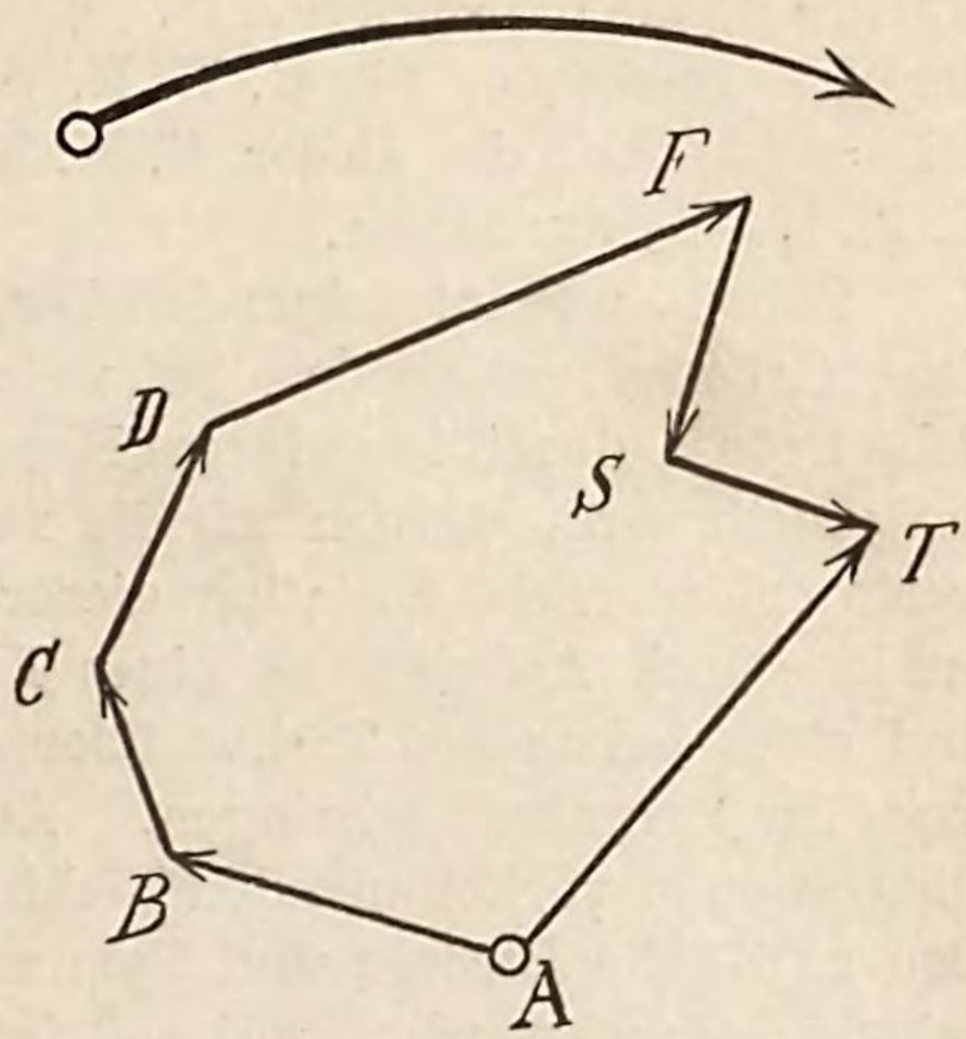



Fig. 25.
Polygon der Richtungsgrössen.

Haben wir in einem bestimmten Falle alle in Betracht kommenden E. M. K., also z. B. auch jene der Selbstinduktion, beachtet, dann wird offenbar diejenige Gerade, welche den resultierenden Spannungsverlust darstellt, der Phase nach in jedem Momente mit dem Strome zusammenfallen. Und wenn wir durch Ausmessung oder Rechnung den Wert dieser Resultierenden in Volt bestimmen, so ergiebt die Division mit dem Widerstande in Ohm den Maximalwert jenes Stromes in Ampère, welcher dem Zusammenwirken aller dieser E. M. K. entspricht.

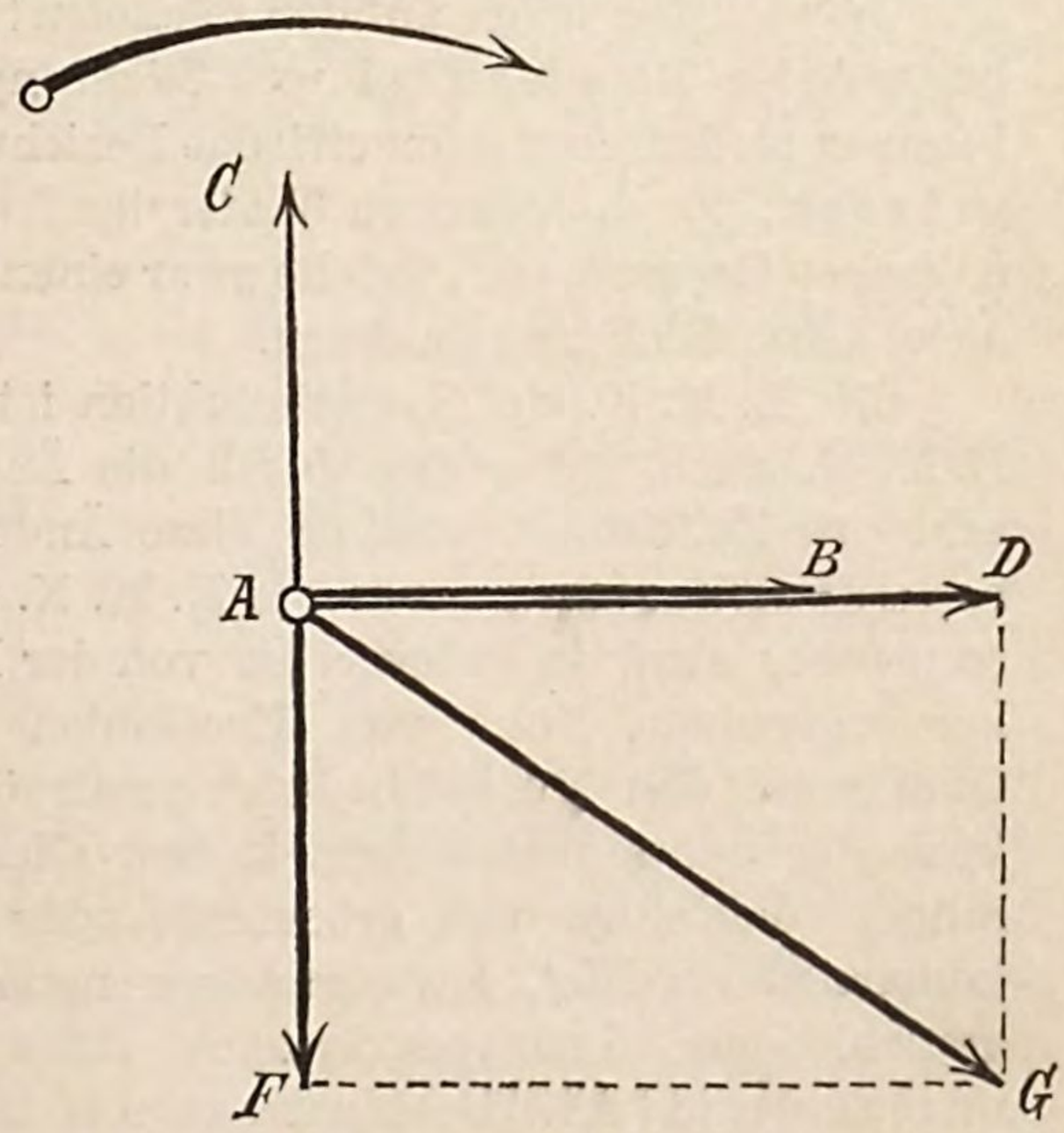



Fig. 26.
Diagramm eines Induktionswiders'andes..

Nun haben wir bereits mehrfach erwähnt, dass die E. M. K. der Selbstinduktion um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ gegen den sie hervorrufenden Strom verzögert ist. Wenn also A B (Fig. 26) nach Grösse und Richtung den Strom in einem mit Selbstinduktion behafteten Stromkreise darstellt und die Rotation im Sinne der Uhrzeigerbewegung um A erfolgt, so wird eine in A auf A B senk-

recht stehende Gerade A C gleiche Phasen um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ später erreichen, als die Gerade A B. Es kann also A C, im Massstabe der Volt gemessen, die E. M. K. der Selbstinduktion und somit A F = — A C die dieser E. M. K. das Gleichgewicht haltende E. M. K. $E_S$ darstellen.

Sobald wir im folgenden Diagramme periodisch veränderliche Grössen entwerfen, bei welchen die periodisch veränderliche Grösse durch eine ihrem Maximalwerte entsprechende Linie dargestellt wird, werden wir die zur Darstellung der Momentanwerte erforderliche Rotation dieser Linie um ihren einen Endpunkt durch Anbringung eines Kreises an diesem Endpunkte und eines gebogenen Pfeiles über dem Diagramme andeutungsweise in Erinnerung bringen. Ausserdem sollen alle in den Diagrammen vorkommenden Richtungsgrössen oder Vektoren, also z. B. die Ströme und Spannungen, durch Richtungspfeile gekennzeichnet werden und soll jede Linie, welche eine doppelte Bedeutung hat, also z. B. im Massstabe der Volt die Spannung und im Massstabe der Ampère den Strom in einem Teile des Stromkreises darstellt, als Doppellinie dargestellt werden.

Wir werden schon auf den nächsten Seiten Figuren begegnen, bei welchen Rotationspfeil und Richtungspfeile fehlen. Solche Figuren stellen eben geometrische Beziehungen zwischen Scalargrössen, z. B. zwischen Widerständen und ähnlichen physikalischen Grössen, dar, welche zwar einen bestimmten Zahlenwert, aber keine Richtung besitzen.

Die E. M. K. der Selbstinduktion ist, genau wie jede andere E. M. K. auch, gemessen durch die Änderung der Kraftlinienzahl pro Zeiteinheit, und da diese Änderung durch den Strom hervorgerufen wird, muss die E. M. K. der Selbstinduktion um so grösser sein, je grösser die von der Einheit der Stromstärke hervorgerufene Zahl von Kraftlinien ist. Man hat diesen Quotienten den Selbstinduktionskoëffizienten des Stromkreises genannt und zudem in fast allen theoretischen Abhandlungen denselben mit grösserem oder geringerem Rechte als konstant betrachtet, hat also angenommen, dass seine Grösse bei verschiedenen Beanspruchungen eines Wechselstromapparates unveränderlich sei. Doch wird es nur bei den theoretischen Ableitungen nötig sein, auf diesen Koëffizienten zurückzugreifen; wo es eben angeht, wollen wir lieber direkt von Induktionslinien sprechen. Hier sollen nur noch zwei Punkte hervorgehoben werden.

1. Will man den Selbstinduktionskoëffizienten ausdrücken, so darf man nicht vergessen, dass die absolute Einheit der Stromstärke 10 mal grösser ist als das Ampère.

2. Die Dimension des Selbstinduktionskoëffizienten ergiebt sich aus seiner Definition; da man $10^9$ *cm* erhält, wenn man die einem Volt ($10^{8}\ c^{3/2}\ g^{1/2}\ s^{-2}$) entsprechende Kraftlinienzahl ($10^{8}\ c^{3/2}\ g^{1/2}\ s^{-1}$) durch ein Ampère ($10^{-1}\ c^{1/2}\ g^{1/2}\ s^{-1}$) dividiert, so muss die Grösse $10^9$ *cm* oder der Erdquadrant die praktische, das Centimeter die absolute Einheit des Selbstinduktionskoëffizienten sein. Der Elektriker-Kongress zu Chicago hat in neuester Zeit zu Ehren Joseph Henry's, der nahezu gleichzeitig mit Faraday und unabhängig von demselben die Grundgesetze der Induktion auffand, der Einheit des Selbstinduktionskoëffizienten ($10^9$ *cm*) den Namen Henry verliehen.

Die Grösse der Linie A C im Diagramme Figur 26 ergiebt sich nach den obenstehenden Entwickelungen wie folgt:

Wenn der Selbstinduktionskoëffizient des betrachteten Stromkreises, d. h. die dem Strome 1 entsprechende Kraftlinienströmung, mit L bezeichnet wird, so ist die gesamte Zahl der dem Strome J entsprechenden Linien $N = J \cdot L$. Diese N Linien verschwinden oder entstehen mit einer Geschwindigkeit, welche der Winkelgeschwindigkeit der Linien im Diagramme 26 entspricht. Es ist also die Grösse der E. M. K. der Selbstinduktion

$$E'_S = \omega N = \omega L J = \overline{A C} \text{ (Fig. 26)} \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

und somit die Grösse der $E'_S$ das Gleichgewicht haltenden E. M. K. $E_S = -\overline{A C} = \overline{A F}$.

Zur Überwindung des Widerstandes R, welchen der gesamte Stromkreis dem Durchgange des Stromes entgegensetzt, ist eine E. M. K. $E_N$ erforderlich, deren Grösse sich aus dem Ohm'schen Gesetze ergiebt.

$$E_N = J \cdot R.$$

Diese E. M. K., welche je nach der Bestimmung des Apparates als nutzbare E. M. K. oder als Spannungsverlust aufgefasst werden muss, ist mit dem Strome in gleicher Phase und kann somit im Diagramme durch eine Länge $\overline{A D}$ dargestellt werden, welche so auf der Linie $\overline{A B}$ oder deren Verlängerung abgeschnitten ist, dass

$$\overline{A D} = R \times \overline{A B}.$$

Die Resultierende $\overline{A G}$ des Diagrammes 26 giebt dann den Maximalwert der resultierenden E. M. K. oder jener E. M. Ge-

samtkraft, welche erforderlich ist, um entgegen den Wirkungen des Widerstandes und der Selbstinduktion in dem Stromkreise vom Widerstande R und Selbstinduktionskoëffizienten L den Strom J hervorzurufen.

Die Grösse dieser E. M. Gesamtkraft ergiebt sich aus dem Diagramme wie folgt:

$$E_G = \overline{A\,G}^2 = \sqrt{\overline{A\,D}^2 + \overline{A\,F}^2}$$

$$E_G = \sqrt{E_N^2 + E_S^2} = \sqrt{J^2 R^2 + J^2 L^2 \omega^2}$$

$$= J\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \ldots\ldots\ 3)$$

oder

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \ldots\ldots\ 3a)$$

In dieser Form der Gleichung 3 erkennt man sofort die Analogie mit dem Ohm'schen Gesetze:

Der Strom ergiebt sich, wenn man die E. M. Gesamtkraft durch die Wurzelgrösse dividiert, welche die Dimension eines Widerstandes hat.

Die älteste Definition[1]) des Widerstandes ist die von Ohm gegebene, wonach derselbe als das Verhältnis der an den Enden des Leiters aufgewendeten E. M. K. zu dem im Leiter entstehenden Strome definiert wird. Doch giebt auch das Joule'sche Gesetz eine weitere Definition derselben physikalischen Grösse, wonach der Widerstand gleich ist dem Verhältnisse der pro Sekunde in dem Leiter in Wärme umgesetzten Energie zu dem Quadrate des den Leiter durchfliessenden Stromes.

Im Falle eines nicht umkehrbaren Prozesses stimmen die beiden Definitionen überein; aber im Falle chemischer Wirkung, thermoelektrischer Effekte und wechselnder magnetischer Induktion wird nicht alle Energie in unumkehrbaren Prozessen verloren, sondern ein Teil der Energie aufgespeichert, und in diesem Falle stimmen die beiden Definitionen nicht überein.

Bei Wechselströmen ergiebt die zweite Definition den Widerstand, die erste Definition aber die Wurzelgrösse der Gleichung 3.

Diese Wurzelgrösse, deren erstes Glied ein Widerstand ist und deren zweites Glied genau die Dimensionen ($10^9$ c s $^{-1}$) der praktischen Widerstandseinheit hat, ist vielfach als scheinbarer Widerstand oder virtueller Widerstand bezeichnet worden. Allerdings bringt das zweite Glied eine scheinbare Widerstandszunahme und damit eine thatsächliche Stromabnahme

---

[1]) Oliver J. Lodge, Modern Views of Electricity, Sec. Edition, p. 456.

mit sich. Denn ohne Vorhandensein der Selbstinduktion wäre für die gleiche E. M. Gesamtkraft $E_G$ der Strom

$$J = \frac{E_G}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2a)$$

gewesen, während er jetzt nur die Grösse $J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + w^2 L^2}}$ erreicht, also umsomehr verkleinert ist, je grösser der Selbstinduktionskoëffizient L ist.

Allein diese Verringerung der Stromstärke ist mit dem gleichzeitigen Auftreten einer Verzögerung des Stromes gegen die E. M. Gesamtkraft, bezw. mit einer Voreilung der letzteren gegen den ersteren verbunden; die Wurzelgrösse verzögert oder impediert also den Strom, und gerade diese Thatsache kennzeichnet ihr eigentliches Wesen und unterscheidet sie von einem Widerstande. Zur Bezeichnung der Wurzelgrösse würde daher am zweckmässigsten der letztere Ausdruck völlig vermieden und der von Oliver Heaviside[1]) vorgeschlagene Ausdruck Impedanz (impedance) oder Impediment zur Anwendung gebracht, denn diese Worte schliessen den Begriff des Widerstandes unter gleichzeitigem Auftreten einer Verzögerung in sich[2]).

Will man aber unter Umgehung des Fremdwortes den Ausdruck Widerstand dennoch beibehalten, so könnte man am bezeichnendsten die Wurzelgrösse den verzögernden Widerstand nennen[3]).

Dass überhaupt eine Verzögerung auftritt, geht ohne weiteres aus dem Diagramme hervor; die Grösse des Winkels $\varphi$, um welchen die E. M. Gesamtkraft dem Strome voreilt oder dieser gegen jene zurückbleibt, kann ebenfalls aus der Figur 26 abgelesen werden. Denn es ist

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} D A G = \frac{D G}{A D} = \frac{L \omega J}{R J} = \frac{L \omega}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Die Tangente des Verschiebungswinkels ist also gegeben durch das Verhältnis des Energie aufspeichernden Teiles der Impedanz zu dem Energie zerstreuenden, und der Winkel selbst

---

[1]) O. Heaviside,

[2]) Siehe Webster, English dictionary S. 662, 1880 und Worcester, Dict. of the English language p. 772, sowie Melford, Synonymisches Handwörterbuch der engl. Sprache, p. 166, 1841.

[3]) Vorschlag vou C. P. Feldmann, Centralbl. für El., 1889 p. 89.

ist um so grösser, je grösser der Quotient $\frac{L}{R}$ ist. Diesen Quotienten hat man die Zeitkonstante des Stromkreises genannt; seine Dimension ist die einer Zeit $\left(\frac{c}{c\ s^{-1}} = s\right)$, jener Zeit, welche ein konstanter Strom im Stromkreise vom Widerstande R und Selbstinduktionskoëffizienten L braucht, um, nachdem man seine Stromquelle entfernt oder abgeschaltet hat, auf den $\frac{1}{e} = \frac{1}{2{\cdot}71828}$ten Teil seines Anfangswertes abzunehmen. Den Energie aufspeichernden Teil $L\,\omega$ der Impedanz pflegt man zuweilen auch die Induktanz des Stromkreises zu nennen.

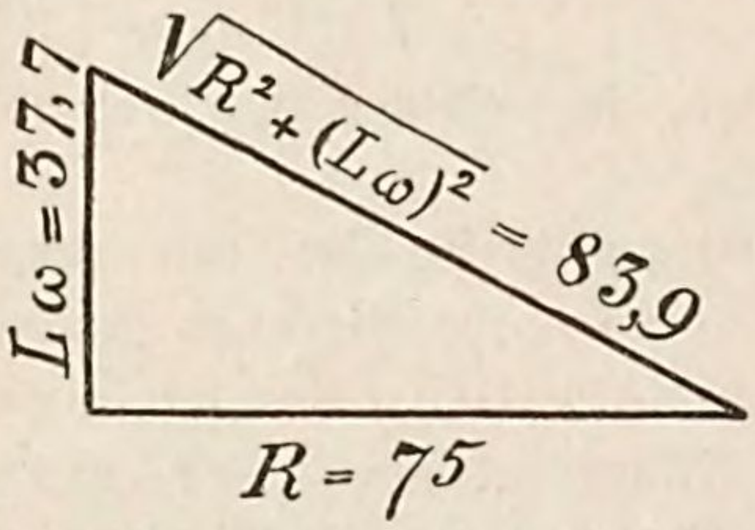


Fig. 27. Impedanz eines mit Selbstinduktion behafteten Widerstandes.

## 2. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände.

Es ist ohne weiteres klar, dass die Impedanz eines mit Selbstinduktion behafteten Widerstandes, d. i. die $\sqrt{(L\,\omega)^2 + R^2}$ sich als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes ergiebt, dessen zwei Katheten die Grössen $(L\,\omega)$ und R haben.

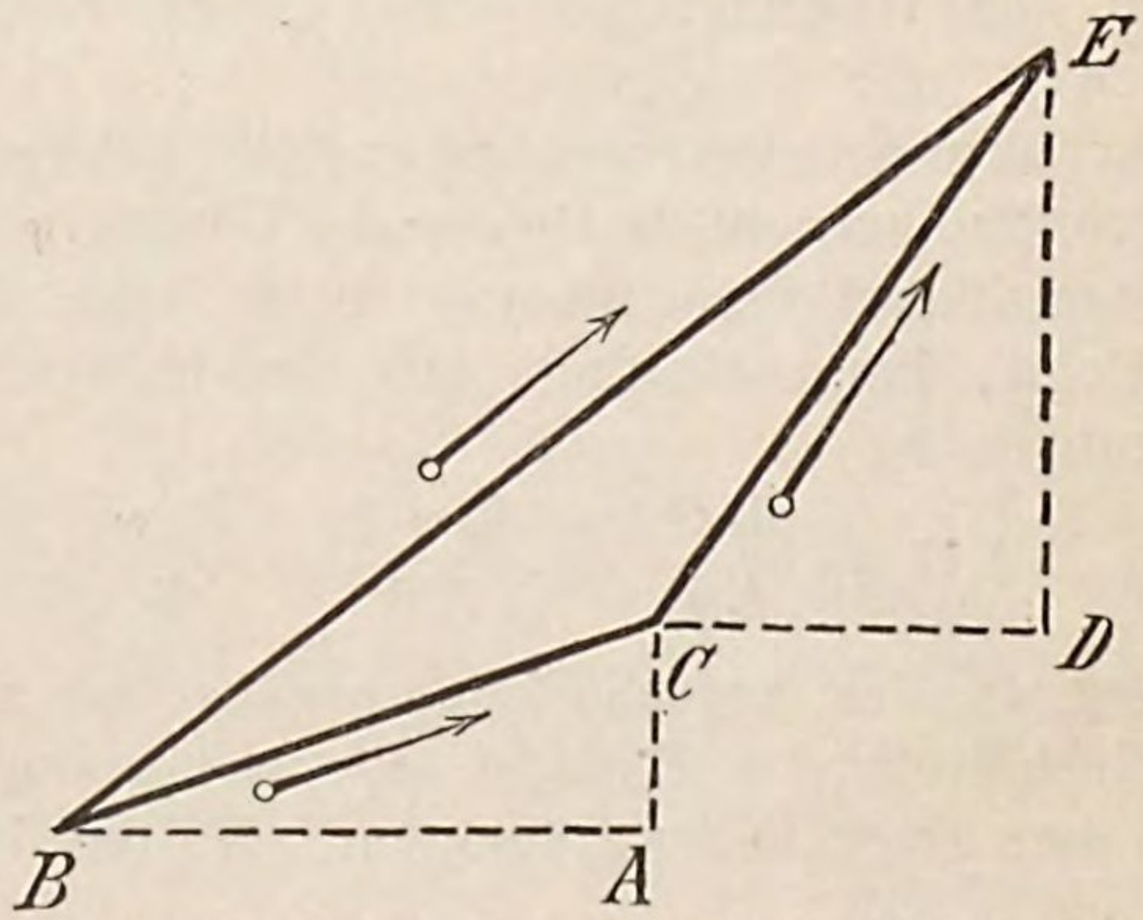


Fig. 28. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände.

So ist z. B. für einen Stromkreis, dessen Widerstand 75 Ohm, dessen Selbstinduktionskoëffizient $L = 0{\cdot}06$ Henry ist, die Impedanz für 100 Perioden in der Sekunde gleich (Fig. 27)
$X = \sqrt{(75)^2 + (2\,\pi\,.\,100\,.\,0{\cdot}06)^2} = \sqrt{(75)^2 + (37{\cdot}7)^2} = 83{\cdot}9.$

Wenn zwei Stromkreise[1]) mit den Widerständen $r_1$ und $r_2$ und den Selbstinduktionskoëffizienten $l_1$ und $l_2$ in Serie geschaltet sind, so ist ihre gesamte Impedanz X gleich der geometrischen, nicht gleich der algebraischen Summe der Impedimente $x_1$ und $x_2$ der beiden Stromkreise.

Man konstruiert also zunächst (Fig. 28) $x_1 = B\,C$ als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks A B C, dessen Katheten $A\,B = r_1$ und $A\,C = l_1\,\omega$ sind. Hierin hat $\omega$ die gewöhnliche Bedeutung und für beide in Serie geschaltete Widerstände natürlich auch denselben Wert.

Dann trägt man an C die Kathete $C\,D = r_2$ parallel zu A B, errichtet auf C D in D die zweite Kathete $D\,E = l_2\,\omega$ und zieht die Hypotenuse $C\,E = x_2$.

Die Schlusslinie B E ist dann die gesuchte Impedanz X der beiden Stromkreise.

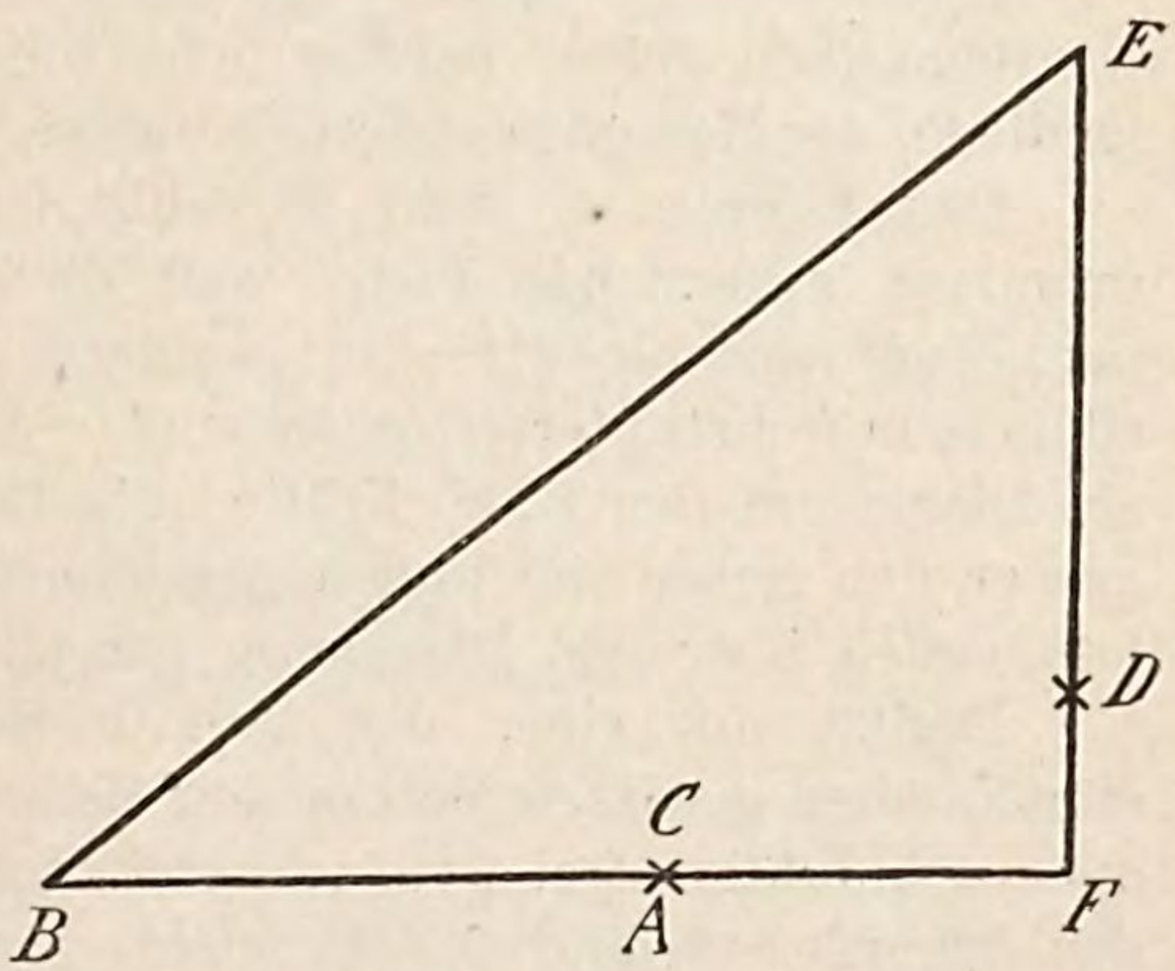



Fig. 29. Impedanz in Serie geschalteter Widerstände. (Andere Konstruktion.)

Man gelangt einfacher zu demselben Resultate, wenn man die Summe der beiden Energie aufspeichernden Teile $l_1\,\omega$ und $l_2\,\omega$, und jene der Energie zerstreuenden Teile $r_1$ und $r_2$ als Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks B E F benützt, dessen Hypotenuse B E dann gleich der gesamten Impedanz der beiden Stromkreisteile ist.

Da diese beiden Teile von einem und demselben Strome J durchflossen werden, so genügt das Diagramm Fig. 28 auch zur Darstellung der in den einzelnen Teilen des Stromkreises auftretenden E. M. Kräfte, wenn man den Massstab entsprechend ändert. Da die gesamte Impedanz nicht gleich der algebraischen, sondern gleich der geometrischen Summe der Teilimpedanzen ist, wird auch die E. M. Gesamtkraft nicht gleich der algebraischen, sondern gleich der geometrischen Summe der Teilspannungen sein.

---

[1]) A. E. Kennelly, Lum. El. 48, p. 430, 1893. Siehe auch Bedell und Crehore. Alternating Currents.

Die Figuren 28 und 29 stellen jenen Fall dar, wo

$$l_1 \omega = 10, \qquad l_2 \omega = 30,$$
$$r_1 = 30, \qquad r_2 = 20,$$

somit $$x_1 = \sqrt{(30)^2 + (10)^2} = 31{\cdot}63,$$
$$x_2 = \sqrt{(20)^2 + (30)^2} = 36{\cdot}06.$$

Die gesamte Impedanz ist jedoch nicht gleich $31{\cdot}63 + 36{\cdot}06 = 67{\cdot}69$, sondern, wie die Figur ergiebt, nur gleich 64.

Besitzt der den Serienstromkreis durchfliessende Strom die Stärke $J = 5$ Ampère, so entfallen auf die Teile des Serienstromkreises die Spannungen $E_1 = 31{\cdot}63 \,.\, 5 = 158{\cdot}15$ Volt, und $E_2 = 36{\cdot}06 \,.\, 5 = 180{\cdot}30$ Volt, trotzdem die Gesamtspannung nur $E_G = 64 \,.\, 5 = 320$ Volt beträgt.

Dieser Fall ist deshalb so ausführlich erörtert worden, weil wir demselben später bei der Behandlung einer wichtigen Messmethode, der Methode der drei Voltmeter, wieder begegnen werden.

Den Figuren 28 und 29 fehlt der die Rotation des Diagrammes andeutende Pfeil, weil dieselben keine Diagramme periodisch variabler Grössen, sondern geometrische Zusammenstellungen konstanter Grössen sind. Wenn jedoch die Figur 28 als Diagramm der E. M. Kräfte aufgefasst werden soll, müsste ausser den neben die Linien gezeichneten Pfeilen auch der Rotationspfeil über das Diagramm gesetzt werden.

Besitzt nur einer der zwei in Serie geschalteten Widerstände einen gewissen Betrag von Selbstinduktion, während der andere induktionsfrei ist, so vereinfacht sich die Konstruktion der Figuren 28 und 29 in leicht verständlicher Weise, und man gelangt zu einem Diagramme, dessen wir uns später zur Erklärung der Wirkungsweise des Drosselwiderstandes bedienen werden.

Ist die gesamte Impedanz mehrerer in Serie geschalteten Teile eines Stromkreises zu bestimmen, so wird nur die Konstruktion der Figur 29 sinngemäss erweitert, d. h. es wird die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes gesucht, dessen eine Kathete die Summe aller Energie aufspeichernden Glieder $(l\,\omega)$ und dessen andere Kathete die Summe aller Energie zerstreuenden Glieder $(r_n)$ ist.

$$X = \sqrt{\omega^2 (l_1 + l_2 + l_3 + \ldots . l_n)^2 + (r_1 + r_2 + r_3 + \ldots . r_n)^2}.$$

### 3. Impedanz parallel geschalteter Widerstände [1]).

Gegeben sei eine sinusförmig verlaufende E. M. K., welche auf einen aus zwei parallel geschalteten Widerständen $r_1$ und $r_2$

[1]) Nach Bedell und Crehore, Alternating Currents, New York 1893. p. 233.

mit den Selbstinduktionskoëffizienten $l_1$ und $l_2$ bestehenden Stromkreis wirkt und in demselben die zu findenden Stromstärken $J_1$ und $J_2$ hervorruft, welche sich in dem unverzweigten Teile des Stromkreises zu einem gleichfalls unbekannten Strome J vereinigen. (Fig. 30.)

Da für die beiden Widerstände die E. M. Gesamtkraft $E_G$ die nämliche ist, so kann zunächst nach der im vorhergehenden Paragraphen behandelten Methode jeder Stromkreis einzeln behandelt werden. Daraus folgt sofort, dass

$$E_G = J_1 \sqrt{r_1^2 + \omega^2 l_1^2} = J_2 \sqrt{r_2^2 + \omega^2 l_2^2}$$

oder mit anderen Worten, dass sich die Ströme in den einzelnen Zweigen umgekehrt wie die Impedimente dieser Zweige verhalten.

$$J_1 : J_2 = \sqrt{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} : \sqrt{r_1^2 + l_1^2 \omega^2}$$

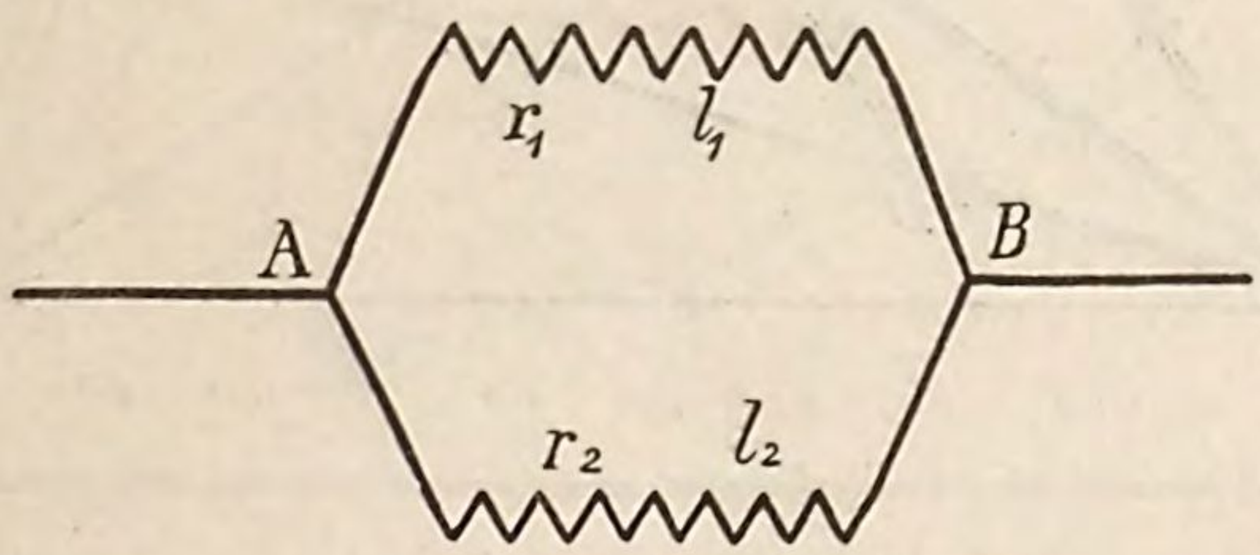



Fig. 30. Parallel geschaltete Widerstände.

Dieser Satz, welcher dem Kirchhoff'schen Gesetze entspricht, muss sich natürlich auch aus den geometrischen Verhältnissen des Diagrammes ableiten lassen. Dieses ergiebt sich für einen bestimmten Fall wie folgt:

Es sei

$$r_1 = 30, \qquad r_2 = 20,$$
$$l_1 \omega = 10, \qquad l_2 \omega = 30,$$

so wird

$$x_1 = \sqrt{(30)^2 + (10)^2} = 31{\cdot}63,$$
$$x_2 = \sqrt{(20)^2 + (30)^2} = 36{\cdot}06,$$

und die Verschiebungswinkel sind

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{l_1 \omega}{r_1} = \frac{1}{3}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{l_2 \omega}{r_2} = \frac{3}{2}.$$

Es sei ferner die elektromotorische Gesamtkraft E = 100 Volt gegeben und im Diagramme Figur 31 durch die Linie O A dar-

gestellt, welche wir uns in bekannter Weise im Sinne des Uhrzeigers, z. B. um O rotierend, denken. Wir tragen dann zunächst an O A im Punkte O die Verschiebungswinkel A O B $= \varphi_1$ und A O C $= \varphi_2$ im Sinne der Verzögerung an und schlagen über O A als Durchmesser einen Halbkreis. Hierdurch ergeben sich zwei rechtwinkelige Dreiecke, A O B und A O C, deren Katheten O B und O C die in den Widerständen $r_1$ und $r_2$ verzehrten Spannungen oder, mit anderen Worten, die Produkte $J_1 r_1$ und $J_2 r_2$ dar-

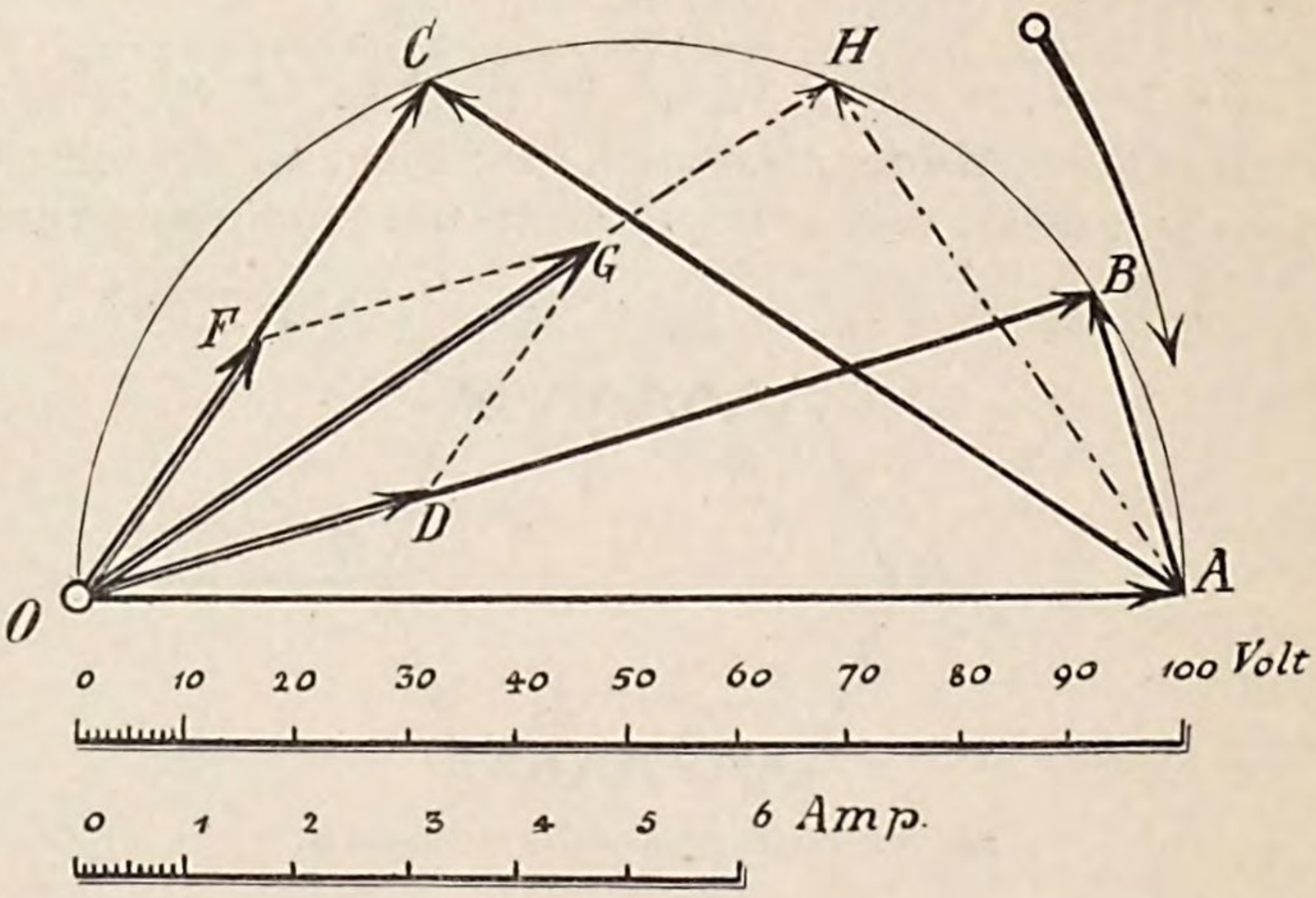



Fig. 31. Impedanz parallel geschalteter Widerstände.

stellen. Dividieren wir also die im Massstabe der Volt gemessenen Längen

$$\overline{O\,B} = E_1 = 95{\cdot}5 \text{ Volt}$$

und

$$\overline{O\,C} = E_2 = 54{\cdot}5 \text{ Volt}$$

durch die entsprechenden Widerstände $r_1 = 30$ Ohm und $r_2 = 20$ Ohm, so erhalten wir die gesuchten Maximalwerte der Ströme

$$J_1 = 3{\cdot}2 \text{ Amp.}, \quad J_2 = 2{\cdot}7 \text{ Amp.},$$

welche im Diagramme durch die Abschnitte O D und O F der Linien $\overline{O\,B}$ und $\overline{O\,C}$ nach Grösse und Richtung im Massstabe der Ampère dargestellt sind. Der resultierende Strom ergiebt sich aus den beiden Zweigströmen nach dem Parallelogramme der Richtungsgrössen nach Grösse und Richtung durch die Gerade O G

$$\overline{O\,G} = J = 5{\cdot}6 \text{ Ampère.}$$

Man erkennt aus der Fig. 31 und dem nebenstehend besonders herausgezeichneten Parallelogramm der Ströme (Fig. 32), dass der Verschiebungswinkel $\varphi$ des resultierenden Stromes zwischen jenen, $\varphi_1$ und $\varphi_2$, der beiden Komponenten liegt und dass der resultierende Strom in einem bestimmten Augenblicke sowohl grösser als auch kleiner sein kann als die Summe der Komponenten oder als eine derselben.

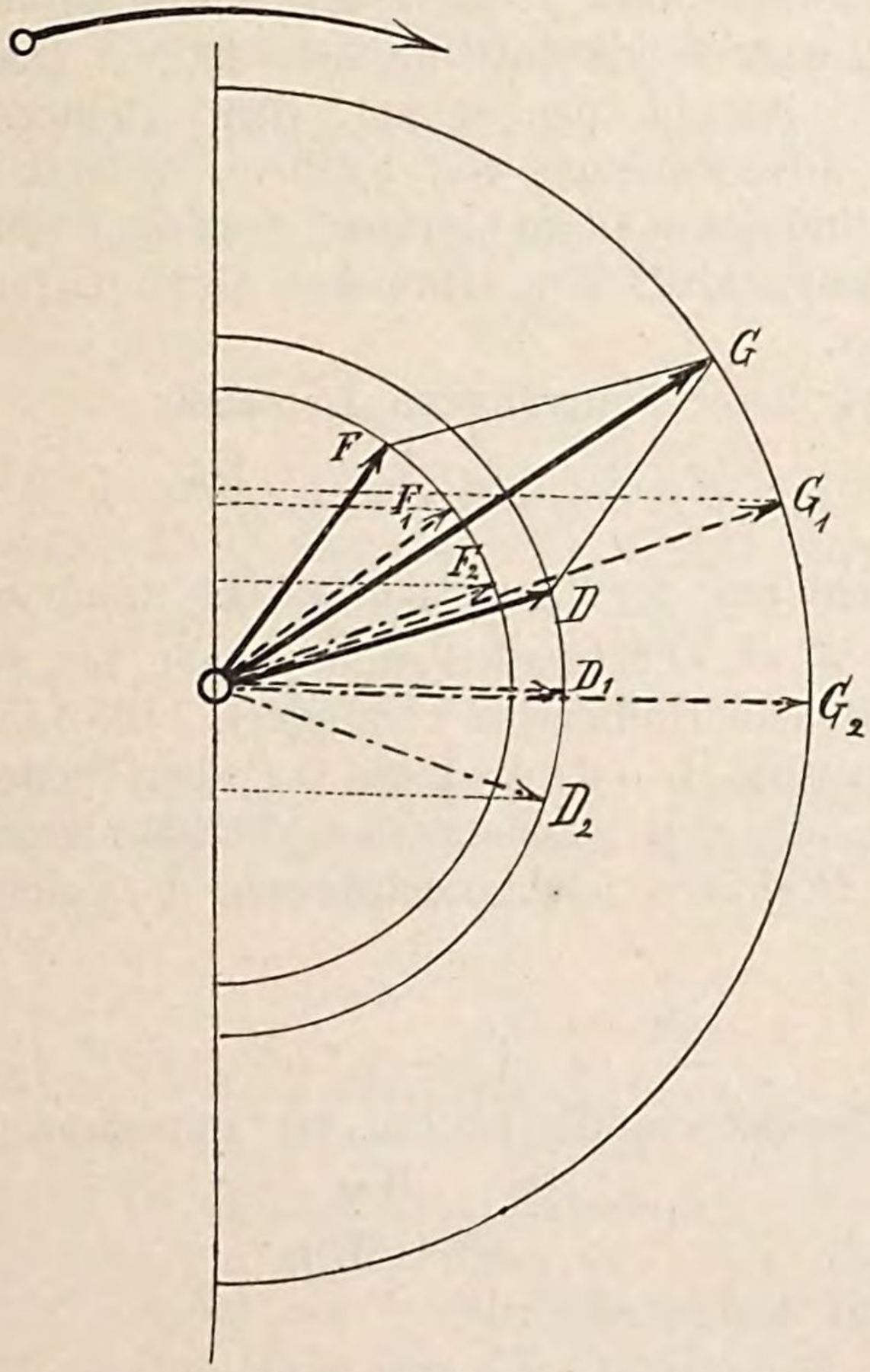



Fig. 32. Parallelogramm der Ströme aus Figur 31.

So ist z. B. in jenem Momente, wo bei der Rotation des Diagrammes um den Punkt O die eine Komponente $J_1$ die Stellung $O\,D_1$ einnimmt, die Projektion derselben auf eine vertikale Axe gleich Null, während die Projektionen der Linien $\overline{O\,G_1} = J$ und $\overline{O\,F_1} = J_2$ nahezu gleiche Grössen besitzen. Ist jedoch die Rotation des Diagrammes so weit vorgeschritten, dass die Linie $O\,G_2 = J$ horizontal geworden ist, dann werden die Projektionen der beiden Komponenten gleich an Grösse und entgegengesetzt gerichtet sein; gleichzeitig aber wird jede der

Komponenten grösser sein als der resultierende Strom. Es ist wohl kaum nötig hervorzuheben, dass diese letzte Betrachtung sich nur auf die Momentanwerte des Stromes bezieht, da ja die Maximalwerte während der Dauer einer Periode und überhaupt für einen bestimmten Fall unveränderliche Grössen sind.

Es ist naheliegend, jene äquivalente Impedanz zu suchen, welche in dem soeben betrachteten Falle das Zustandekommen des nämlichen Gesamtstromes J unter dem Einflusse der nämlichen elektromotorischen Gesamtkraft gestattet hätte. Dieses Problem entspricht physikalisch demjenigen, den geteilten Stromkreis durch einen unverzweigten von solchem Widerstande R′ und solcher Selbstinduktion L′ zu ersetzen, dass die gegebene elektromotorische Gesamtkraft den nämlichen Gesamtstrom J in dem selben erzeugt.

Der Wert dieser äquivalenten Impedanz

$$\sqrt{R'^2 + L'^2 \omega^2} = \frac{E_G}{J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

lässt sich leicht aus der Figur 31 ermitteln, wenn man die den Gesamtstrom $J = \overline{OG}$ darstellende Gerade bis zum Schnittpunkte H mit dem Halbkreise verlängert. Die Linie AH stellt dann den Ausdruck $L' \omega J$, die Linie OH das Produkt $R'J$ dar. Es lässt sich aus den geometrischen Verhältnissen der Figur nach einiger Rechnerei leicht nachweisen, dass der äquivalente Widerstand

$$R' = \frac{A}{A^2 + B^2 \omega^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

und der äquivalente induktive Teil der Impedanz

$$L' \omega = \frac{B \omega}{A^2 + B^2 \omega^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

wenn man mit A den Ausdruck

$$A = \frac{r_1}{r_1^2 + l_1^2 \omega^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} = \Sigma \frac{r}{r^2 + l^2 \omega^2} \quad . \quad 8)$$

und mit B den Ausdruck

$$B = \frac{l_1 \omega}{r_1^2 + l_1^2 \omega^2} + \frac{l_2 \omega}{r_2^2 + l_2^2 \omega^2} = \Sigma \frac{l \omega}{r^2 + l^2 \omega^2} \quad . \quad 9)$$

bezeichnet. In diesen Formeln sind die Summenzeichen für den Fall beigefügt, dass mehr als zwei Widerstände parallel geschaltet sind. Die graphische Konstruktion bleibt ganz dieselbe, nur dass man statt des Parallelogrammes ein Polygon der Stromstärken erhält.

## 4. Die Theorie des Induktionswiderstandes.

### Die Drosselspule im unverzweigten Stromkreise.

Wir sind bisher bei der Behandlung des mit Selbstinduktion L behafteten Widerstandes R von der elektromotorischen Gesamtkraft ausgegangen und haben bereits konstatiert, dass die Selbstinduktion die Grösse des entstehenden Stromes beeinflusst. Wenn die elektromotorische Gesamtkraft $E_G$ auf einen Stromkreis vom Widerstande R und Selbstinduktionskoeffizienten $L = 0$ wirkt, wird der entstehende Strom gleich dem Quotienten $J' = \frac{E_G}{R}$; unter dem Einflusse der Selbstinduktion erzeugt dieselbe einen Strom

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}, \quad \ldots \ldots \quad 3a)$$

der kleiner als J' und gegen denselben um den Winkel $\varphi$ verzögert ist, dessen Tangente gleich ist dem Quotienten aus der Induktanz $L\omega$ des Stromkreises und seinem Widerstande R

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R}. \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Wir können jedoch auch von der Anschauung ausgehen, dass der entstehende Strom mit dem Spannungsverluste $E_N$ in gleicher Phase ist und die Grösse

$$J_1 = \frac{E_N}{R} \quad \ldots \ldots \quad 10)$$

besitzt. Diese E. M. K. ist die Resultierende aus der gesamten auf den Stromkreis wirkenden und jener E. M. K., welche zur Überwindung der Selbstinduktion erforderlich ist. Die E. M. K. $E_N$ ist kleiner als $E_G$ und gegen diese um einen Winkel $\varphi$ verzögert, dessen Tangente wie vorher gleich dem Verhältnis der Induktanz zum Widerstande des Stromkreises ist.

Hier erscheint als Wirkung der Selbstinduktion eine Verkleinerung und Verschiebung der E. M. K., während bei der vorherigen Auffassung die scheinbare Widerstandszunahme dem Vorhandensein der Selbstinduktion entsprach. In den Endresultaten stimmen die beiden Anschauungsweisen natürlich überein.

Diese orthodoxe Anschauungsweise, orthodox deshalb, weil sie sich mit konstanten Selbstinduktionskoeffizienten schleppt und Wirbelströme und Hysteresis ausser acht lässt, kann man jedoch, wie M. von Dolivo-Dobrowolsky sehr

klar gezeigt hat, bequem zu einer leicht verständlichen und praktisch brauchbaren umgestalten, wenn man statt des Diagrammes der E. M. K. jenes der Stromstärken zeichnet. Dobrowolsky's Anschauungen, welche auf denen der englischen Schule der Elektriker beruhen, sind ziemlich wörtlich die folgenden:

Denken wir uns zunächst den einfachen Idealfall, dass bei einer an eine Wechselspannung E angeschlossenen Spule der ganze in den Windungen zirkulierende Strom $J_0$ ausschliesslich dazu verwendet werde, jene Kraftlinienzahl N zu erzeugen, welche der Wechselspannung entspricht, »ihr das Gleichgewicht hält«, oder »sie abbalanciert«. Diese Kraftlinienzahl muss, da im vorliegenden Falle die Wechselspannung zuerst vorhanden war, um eine Viertelperiode gegen diese verzögert sein.

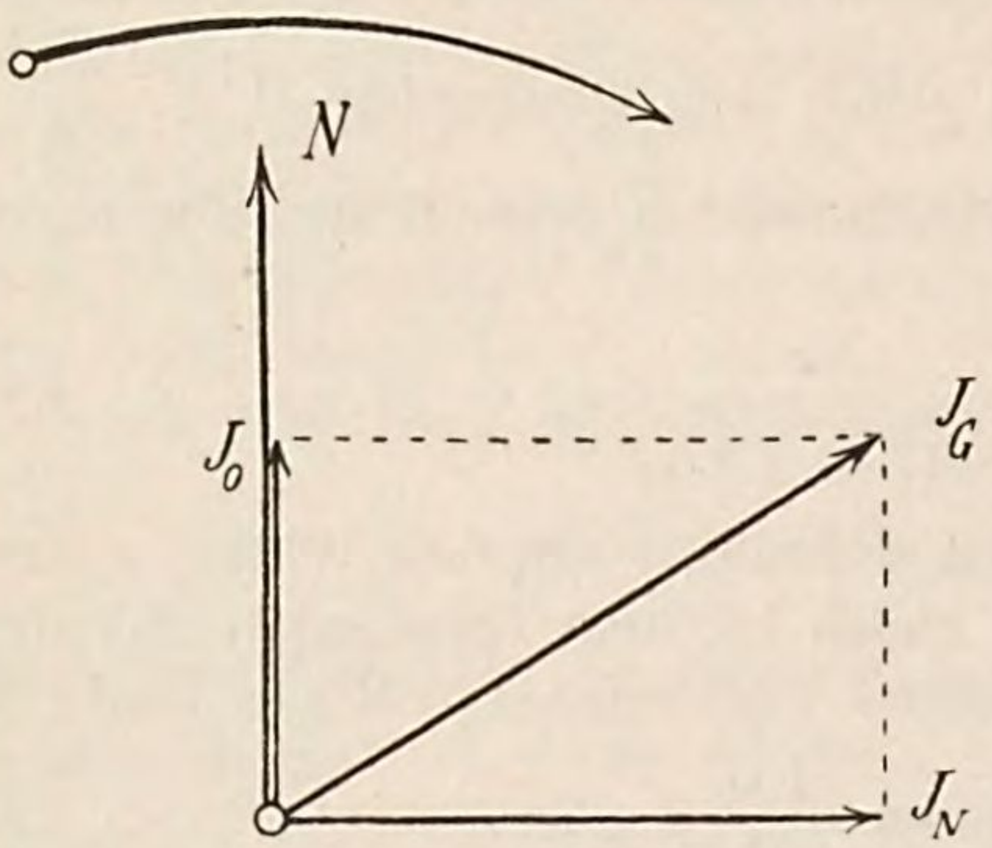



Fig. 33. Diagramm eines Induktionswiderstandes nach Dobrowolsky.

Andererseits muss der das Feld erregende Strom, wenn von viskoser Hysteresis abgesehen wird, zeitlich mit der Kraftlinienzahl N zusammenfallen.

Wenn also die Wechselspannung durch eine Gerade $E_N = \overline{O J_N}$ (Fig. 33) dargestellt ist, so muss das Feld dargestellt sein durch eine Gerade $\overline{O N}$, welche um $90^0$ gegen $\overline{O J_N}$ in Richtung der Verzögerung verschoben ist. Der nur zur Erregung des oscillierenden Feldes dienende Strom $J_0$, den wir als Erregerstrom bezeichnen wollen, kann dann in entsprechendem Massstabe durch einen Abschnitt $\overline{O J_0}$ der Linie $\overline{O N}$ dargestellt werden.

Denken wir uns aber statt der betrachteten Spule eine vollkommen induktionsfreie, bei welcher gar kein magnetisches Feld entsteht, an die Wechselspannung angeschlossen. In diesem idealen Grenzfalle wird der in den Spulenwindungen zirkulierende Strom, dem Ohm'schen Gesetze entsprechend, gleich $J_N = \frac{E_N}{R}$ sein und der Phase nach vollkommen mit $E_N$

zusammenfallen. Die von diesem Arbeits- oder Wattstrome verbrauchte Energie wird dem Joule'schen Gesetze entsprechen und somit $= \frac{E^2_N}{R} = J^2_N R = E_N J_N$ sein. Im Diagramme kann dieser Strom durch eine Gerade $\overline{O J_N}$ dargestellt werden, welche für $R = 1$ mit $\overline{O J_N}$ zusammenfällt und für andere Werte von R einem Abschnitte von $\overline{O J_N}$ entspricht.

Nun giebt es aber praktisch keine Spulen, in welchen Felder entstehen und verschwinden, ohne dass Energie dabei verzehrt wird, und ebensowenig solche, in welchen Ströme fliessen, ohne dass gleichzeitig magnetische Felder von bestimmter, wenn auch äusserst geringer Stärke entstehen. Man kann sich wohl den beiden idealen Grenzfällen beliebig nähern, kann sie aber niemals vollständig erreichen.

Wenn aber in einer Spule, welche als Induktionswiderstand in eine Leitung eingeschaltet werden soll, der Arbeitsstrom $J_N$ und der Erregerstrom $J_0$ gleichzeitig zirkulierend gedacht werden, so wird in Wirklichkeit der aus den beiden Strömen resultierende Gesamtstrom $J_G$ die Spule durchfliessen. Dieser Strom wird somit in Fig. 33 durch die Linie $\overline{O J_G} = J_G$ dargestellt und gegen den Arbeitsstrom oder die mit demselben zeitlich zusammenfallende E. M. K. $E_N$ um einen Winkel $\varphi$ verzögert sein, dessen Grösse sich aus der Beziehung ergiebt:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_0}{J_N}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Man erkennt den Zusammenhang zwischen dieser und der zuerst erörterten Anschauungsweise leicht aus der folgenden Überlegung:

Nach der alten Anschauungsweise hat man in dem mit Selbstinduktion behafteten Stromkreise nur einen Strom und zwei E. M. Kräfte, welche sich zur resultierenden, also wirklich vorhandenen E. M. Gesamtkraft zusammensetzen; nach Dobrowolsky's Anschauungsweise hat man in demselben Stromkreise nur eine E. M. K. und zwei Ströme, welche sich zum resultierenden, also wirklich vorhandenen Gesamtstrom zusammensetzen.

Jeder der drei E. M. Kräfte im einen Falle entsprechen drei Ströme im anderen Falle, deren Werte sich nach dem Ohm'schen Gesetze aus den Werten der E. M. Kräfte ergeben.

Es ist also

$$\left.\begin{aligned} J_N &= \frac{E_N}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ J_0 &= \frac{E_S}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{aligned}\right\} 12)$$

und

$$J_G = \frac{E_G}{R}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

Aus diesen Gleichungen folgt sofort, dass in beiden Fällen die Phasenverschiebung den nämlichen Wert besitzt, da

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_S}{E_N} = \frac{J_o}{J_N}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und da der E. M. K. der Selbstinduktion oder dem ihr entsprechenden Erregerstrome $J_0$ nur ein oscillierendes Feld, nicht aber ein Energieaufwand entspricht, ist auch der gesamte Energieaufwand in beiden Fällen der nämliche.

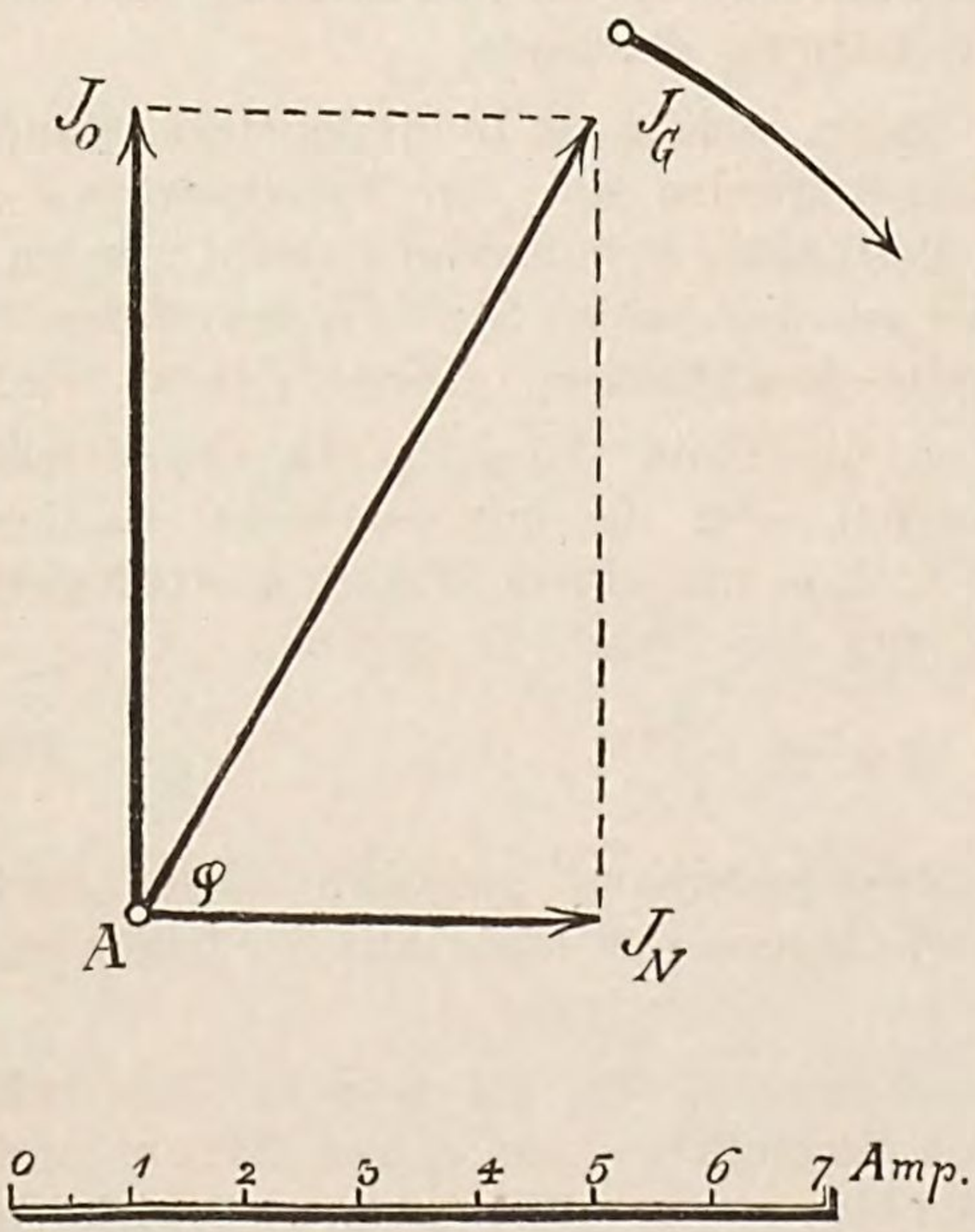



Fig. 34. Diagramm eines Induktionswiderstandes (Zahlenbeispiel).

Es scheint somit dem Unbefangenen, dass die beiden Anschauungsweisen vollkommen gleichwertig seien. Thatsächlich aber tragen diese Anschauungsweisen den Stempel ihrer Entstehung an sich, und es eignet sich die ältere Anschauungsweise mehr zur mathematischen, die neuere Anschauungsweise mehr zur praktischen Behandlung der Probleme. Denn das Diagramm der letzteren enthält ausser den beiden auch im anderen Diagramme vorkommenden, messbaren Grössen, dem Strome und der Spannung, auch noch den Erregerstrom, der bei allen Vorausberechnungen eine wichtige Rolle spielt, während die ihm entsprechende E. M. K. der Selbstinduktion dem Praktiker in den weitaus meisten Fällen weder von Interesse, noch bekannt ist.

Es sei nun z. B. in einer Spule der gesamte Energieaufwand für Spannungsverlust, Hysteresis und Wirbelströme 200 Watt, es sei ferner die Nutzspannung $E_N = 50$ Volt und der Gesamtstrom $J_G = 8$ Ampère; dann ergiebt sich der Arbeitsstrom

$$J_N = \frac{200 \text{ Watt}}{50 \text{ Volt}} = 4 \text{ Ampère},$$

und der Erregerstrom

$$J_o = 6{\cdot}9 \text{ Ampère},$$

während $$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_o}{J_N} = \frac{6{\cdot}9}{4} = 1{\cdot}725$$

wird (Fig. 34).

Es erscheint bei der Behandlung dieses Falles, welcher etwa dem Verhalten eines mittelgrossen, sekundär mit 50 Volt

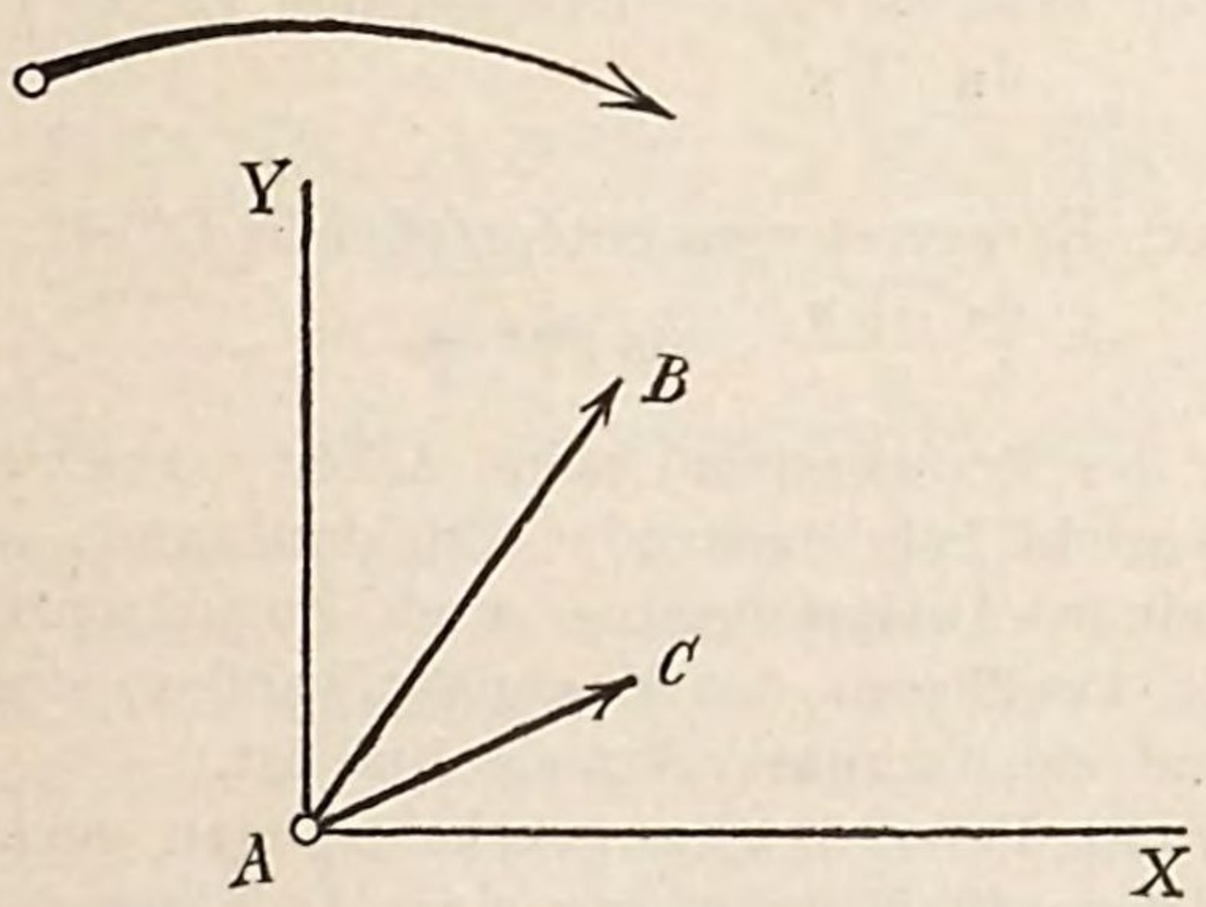



Fig. 35.

gespeisten, primär offenen Transformators entspricht, ganz selbst verständlich, dass der Erregerstrom $J_o$ keine Arbeit verrichtet.

Im allgemeinen aber wird die gesamte von einer Spule verzehrte Energie in jedem Momente proportional dem Produkte aus Strom und Spannung sein. Um den Proportionalitätsfaktor zu finden, hat Blakesley[1]) auf geometrischem Wege den folgenden allgemeinen Satz gelöst:

Gegeben sind (Fig. 35) A B und A C, zwei Linien in der Ebene A X, A Y, welche um eine durch A senkrecht zu dieser Ebene gezogene Gerade mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotieren, so dass der Winkel C A B konstant bleibt; es soll ein geometrischer Ausdruck für den Mittelwert der Produkte ihrer Projektionen auf A X gefunden werden.

---

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann, p. 9.

Dieser Mittelwert ergiebt sich gleich $\frac{\overline{AC} \times \overline{AB}}{2} \cos BAC$,

also gleich dem halben Produkte aus den beiden Linien und dem Cosinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels.

Wenn die Projektion einer dieser Linien den Strom, die der anderen die Spannung nach Richtung und Grösse darstellt, so wird der Mittelwert des Produktes der Projektionen von Strom und Spannung den Effekt darstellen.

Man erkennt daraus, dass in dem Falle des Induktionswiderstandes

der dem Gesamtstrome entsprechende Effekt

$$= \frac{J_G \cdot E_N}{2} \cos \varphi = \frac{J_N \cdot E_N}{2}, \quad \ldots \quad 13a)$$

der dem Arbeitsstrome entsprechende Effekt [1])

$$= \frac{J_N \cdot E_N}{2}, \quad \ldots \quad 13b)$$

der dem Erregerstrome entsprechende Effekt

$$= \frac{J_o \cdot E_N}{2} \cdot \cos 90^0 = 0, \quad \ldots \quad 13c)$$

d. h., dass der Erregerstrom keine Arbeit verrichtet. Diesem Strome entspricht kein dauernder Effektaufwand, sondern nur eine wechselnde Aufspeicherung und Zurückgewinnung der Energie, ein Oscillieren des Energieaufwandes, dessen Mittelwert während einer ganzen Periode Null ist.

Auf Grund dieser Ableitung erkennt man auch leicht den Vorteil, welchen die Verwendung eines Induktionswiderstandes der beschriebenen Art gegenüber einem gewöhnlichen Widerstande mit geringer oder vernachlässigbarer Selbstinduktion zu gewähren vermag.

Um uns dies an einem praktischen Falle zu vergegenwärtigen, denken wir uns eine mit Dochtkohle versehene Wechselstrombogenlampe, bei welcher nach den Untersuchungen von Ayrton und Sumpner [2]), Heubach [3]) und Blondel [4])

---

[1]) Der Zahlenfaktor $\frac{1}{2}$ ist dann einzuführen, wenn im Diagramme die maximalen Werte von $J_N$ und $E_N$ eingezeichnet sind. Dass derselbe in dem Zahlenbeispiele auf der vorhergehenden Seite wegblieb, ist darauf zurückzuführen, dass $J_N = 4$ Amp. und $E_N = 50$ Volt gemessene Werte darstellen. Wir werden später sehen, dass die gemessenen Werte von $J_N$ und $E_N$ im Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kleiner sind, als die maximalen.

[2]) W. E. Ayrton und W. E. Sumpner. El., London 26. p. 736.
[3]) J. Heubach, El. Zeitschr. 1892. p. 463.
[4]) A. Blondel, Lum. El. 42, p. 551 1891.

praktisch keine Verschiebung zwischen Strom und Spannung stattfindet. Diese Bogenlampe, welche einer Klemmenspannung von 40 Volt bedarf, sei an eine Wechselspannung von 100 Volt angeschlossen, so dass ein Vorschaltwiderstand verwendet werden muss, welcher 60 Volt und 10 Ampère konsumiert. Nimmt man diesen Vorschaltwiderstand praktisch induktionsfrei, so konsumiert derselbe 600 Watt, während die Lampe selbst nur 400 Watt verzehrt, und selbst wenn man zwei Bogenlampen hintereinander von den 100voltigen Leitungen abzweigt, bedarf man noch eines Widerstandes, der 20 Volt und 10 Ampère, also 20 % der gesamten und 25 % der nutzbaren Energie, nutzlos in Wärme umsetzt.

Anders stellen sich die Verhältnisse, wenn man einen Induktionswiderstand, eine sogenannte Drosselspule (choking coil) anwendet.

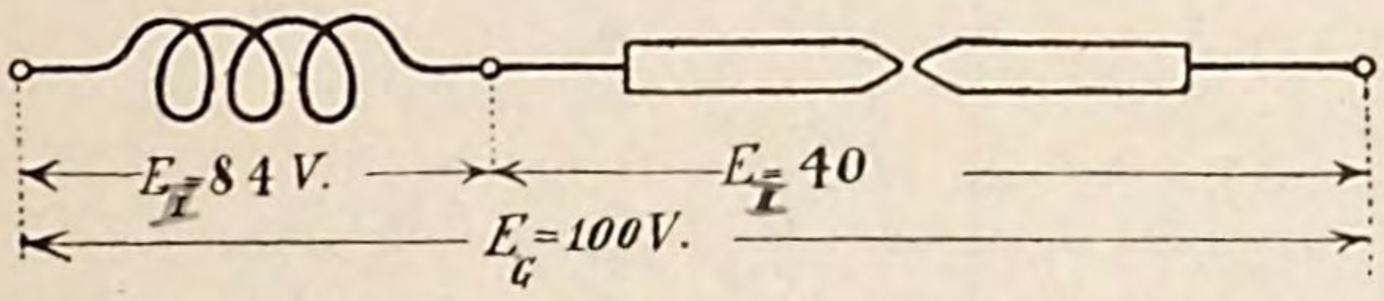



Fig. 36. Bogenlampe mit vorgeschalteter Drosselspule.

Soll eine Drosselspule II in Serie mit einer 10 Ampère-Bogenlampe I (Fig. 36) geschaltet werden, so muss derselbe Strom beide Teile des Stromkreises durchfliessen. Es wird also für den Drosselwiderstand der Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère sein müssen. Aus den Dimensionen und Daten des magnetischen Kreises der Spule und ihrer Klemmenspannung lassen sich der Erregerstrom $J_o$ und der für Hysteresis und Wirbelströme aufzuwendende Effekt berechnen; der Erregerstrom sei im vorliegenden Falle $J_o = 9{\cdot}8$ Ampère, entsprechend einer Klemmenspannung von $E_N = 84$ Volt. Dann muss der magnetische Kreis derart bemessen sein, dass für $J_G = 10$ der Arbeitsstrom

$$J_N = \sqrt{J_G^2 - J_o^2} = \sqrt{10^2 - 9{\cdot}8^2} = 2 \text{ Ampère}$$

und der in der Spule für Hysteresis und Wirbelströme verbrauchte Effekt

$$J_N \times E_{II} = 2 \times 84 = 168 \text{ Watt}$$

ist.

Der Spannungsverlust in den Drahtwindungen der Spule wird in den meisten praktischen Fällen gering sein und mag hier der Einfachheit halber als vernachlässigbar angenommen

werden. Das Diagramm der Drosselspule (Fig. 37) ist das Parallelogramm $A\,B\,C\,J_G$, dessen Diagonale $\overline{A\,J_G} = J_G = 10$ Ampère den Gesamtstrom des Serienkreises darstellt. Die Klemmenspannung $E_I = 40$ Volt der Bogenlampe, welche mit diesem Strome der Phase nach zusammenfällt, lässt sich sonach darstellen durch einen Abschnitt $\overline{A\,D}$ der Geraden $\overline{A\,J_G}$, dessen Grösse, im Massstabe der Volt gemessen, $\overline{A\,D} = 40$ Volt ist. Diese E. M. K. setzt sich mit der Klemmenspannung $E_{II} = 84$ Volt der Drosselspule, welche nach Grösse und Richtung durch die Linie $A\,F$ dargestellt ist, zu einer resultierenden E. M. K. $\overline{A\,E_G} = 100$ Volt,

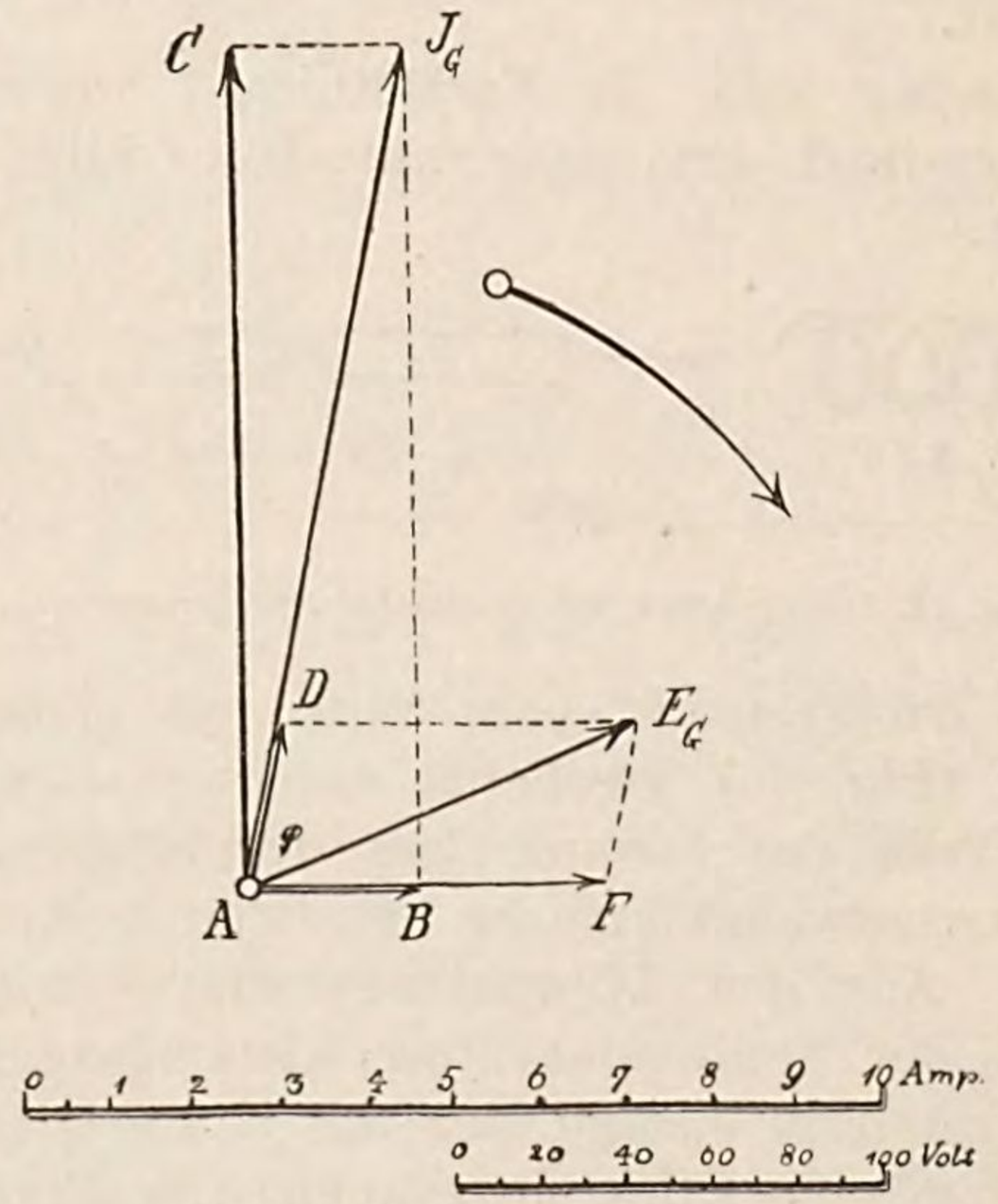



Fig. 37. Diagramm zu Figur 36.

zusammen, welche gegen den Strom eine bestimmte Verschiebung $\varphi$ aufweist, deren Grösse sich aus dem Dreiecke $A\,D\,E_G$ nach dem verallgemeinerten pythagoräischen Lehrsatze wie folgt ergiebt. Es ist

$$(\overline{D\,E_G})^2 = (\overline{A\,E_G})^2 + (\overline{A\,D})^2 - 2\,(\overline{A\,E_G}) \times (\overline{A\,D}) \cos\varphi, \quad 14)$$

oder $$E_{II}^{\,2} = E_G^{\,2} + E_I^{\,2} - 2\,E_G \times E_I \cos\varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

woraus

$$\cos\varphi = \frac{E_G^{\,2} + E_I^{\,2} - E_{II}^{\,2}}{2\,E_G\,E_I} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15\,a)$$

$$= \frac{100^2 + 40^2 - 84^2}{2\,.\,100\,.\,40} = 0{\cdot}568.$$

Der Gesamteffekt ist also im vorliegenden Falle

$$J_G \,.\, E_G \,.\, \cos\varphi = 10 \,.\, 100 \,.\, 0{\cdot}568 = 568 \text{ Watt};$$

hiervon[1]) entfallen 400 Watt auf die Bogenlampe und 168 Watt auf die Drosselspule. Hätte man die Lampe mittels eines praktisch induktionsfreien Widerstandes funktionieren lassen wollen, so hätte derselbe allein $(100 - 40) \times 10 = 600$ Watt verzehren müssen.

Man wird vom Standpunkte der Praxis aus einwenden, dass der vorliegende Fall übertrieben sei, da man wohl selten nötig habe, eine einzelne Bogenlampe von einer 100voltigen Wechselstromleitung zu brennen; die durch eine Drosselspule erreichbare Verringerung des Vorschaltwiderstandes ist aber auch dann noch beträchtlich, wenn man zwei Bogenlampen in Serie schaltet, oder aber mittels eines Dreileitersystemes jede der zwei Bogenlampen von 50voltigen Leitungen abzweigt. Ausserdem aber wird trotz der geringen Höhe des Vorschaltwiderstandes die Funktion der Lampe eine vorzügliche sein; denn in dem Momente, wo in der Lampe der Strom über seinen normalen Wert ansteigt, erhöht sich auch der Erregerstrom $J_o$, neue Kraftlinien drängen in die Spule ein, und die von ihnen erzeugte elektromotorische Gegenkraft führt den Strom auf seinen normalen Wert zurück.

### 5. Die Drosselspule im Nebenschluss.

Will man Bogenlampen, Glühlampen oder irgendwelche anderen Energieverbraucher hintereinander schalten und mit konstanter Stromstärke betreiben, so muss man jeden der Energieverbraucher mit einer entsprechenden Vorrichtung versehen, damit derselbe in seiner Funktion von dem übrigen Teile des Stromkreises unabhängig werde, damit man ihn, mit anderen Worten, ausschalten kann, ohne den ganzen Stromkreis zu unterbrechen. Als solche Vorrichtungen können induktionsfreie Widerstände oder Drosselspulen zur Anwendung gelangen.

Es sei z. B. in einem Stromkreise, in welchem eine Gesamtstromstärke $J_G = 10$ Ampère konstant erhalten wird, parallel einer Bogenlampe eine Drosselspule eingeschaltet. Die Spannung

---

[1]) Es ist hier, wie in allen folgenden Zahlenbeispielen, in der Formel für den Effekt der Faktor $^1/_2$ weggelassen. Wir werden später erkennen, dass diese Weglassung gerechtfertigt ist, wenn die Ströme und Spannungen nicht maximale, sondern gemessene sind. Die Berücksichtigung des Faktors hätte das Diagramm gar nicht und den Massstab entsprechend geändert.

an den Klemmen der Stromverzweigung sei E = 40 Volt, der Spannungsverlust in den Windungen der Drosselspule sei vernachlässigbar. (Fig. 38.)

Wenn dann in einer Drosselspule von bestimmten Dimensionen — deren Ermittelung uns in einem späteren Kapitel beschäftigen wird — bei 40 Volt Klemmenspannung im ganzen 40 Watt für Hysteresis und Foucaultströme verzehrt werden und der entsprechende Erregerstrom $J_o = 0{\cdot}95$ Ampère ist, so wird das Diagramm der Drosselspule dargestellt durch das Dreieck $O\,J_n\,J_g$ (Fig. 39), in welchem

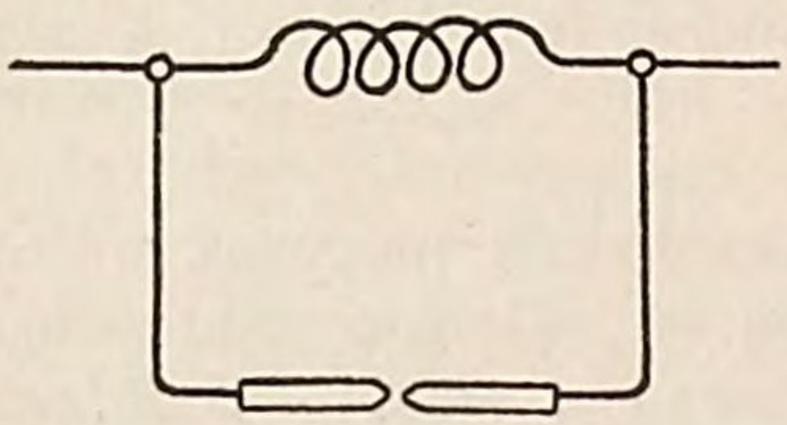


Fig. 38.
Drosselspule als Ersatzwiderstand.

$$\overline{O\,J_o} = J_o = 0{\cdot}95 \text{ Ampère}$$

und

$$\overline{O\,J_n} = J_n = \frac{40 \text{ Watt}}{40 \text{ Volt}} = 1 \text{ Ampère.}$$

Der gesamte die Drosselspule durchfliessende Strom ist demnach

$$J_g = \overline{O\,J_g} = \sqrt{J_o^2 + J_n^2} = \sqrt{0{\cdot}95^2 + 1{\cdot}0^2} = 1{\cdot}38 \text{ Amp.}$$

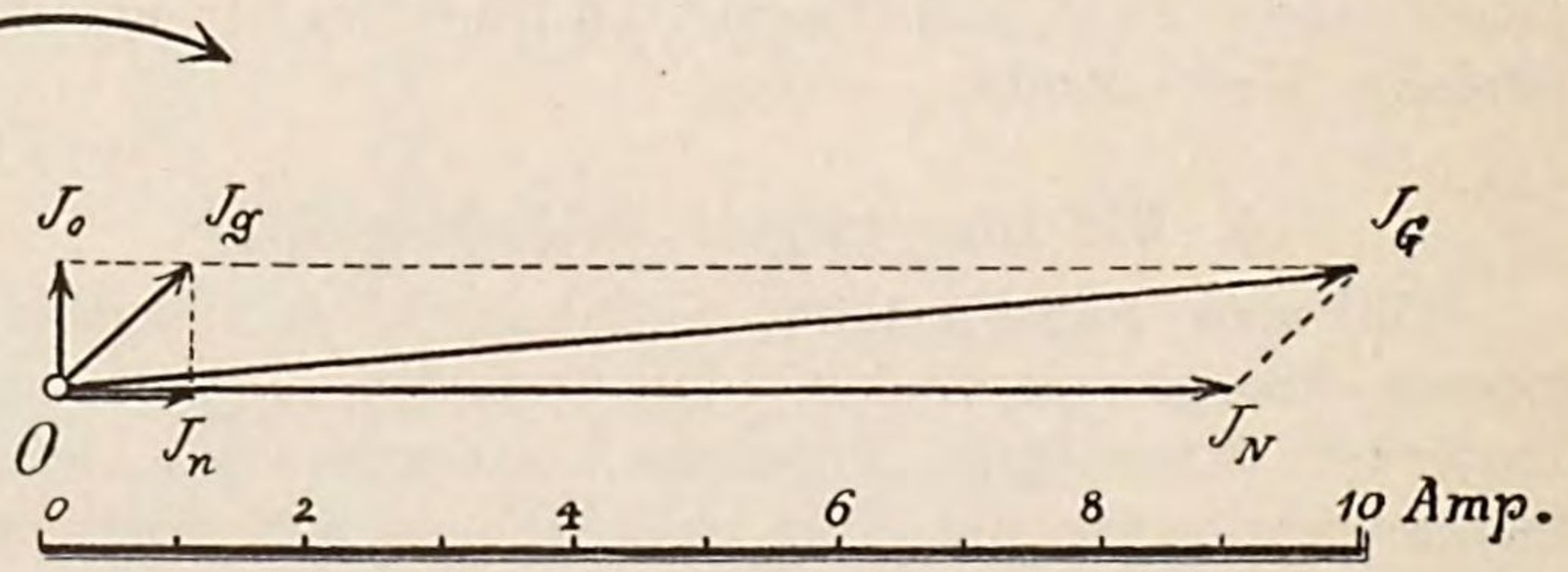



Fig. 39. Diagramm zu Figur 38.

Der Voraussetzung nach soll der die parallel geschaltete Lampe und Spule durchfliessende Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère auf konstanter Höhe erhalten werden. Es wird also der auf die praktisch induktionsfreie Bogenlampe entfallende Arbeitsstrom $J_N$ sich ergeben als die Resultante aus dem Gesamtstrome $J_G$ der Kombination und dem Gesamtstrome $J_g$ der Drosselspule. Aus der Figur folgt für den Arbeitsstrom der Bogenlampe die Beziehung

$$J_G^2 = (J_N + J_n)^2 + J_o^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

oder

$$J_N = \sqrt{J_G^2 - J_o^2} - J_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16a)$$

$$= \sqrt{10^2 - 0{\cdot}95^2} - 1{\cdot}0 = 8.95 \text{ Ampère.}$$

Solange also die Lampe regelmässig funktioniert, wird dieselbe einen Strom $J_n = 8{\cdot}95$ Ampère führen und somit $8{\cdot}95 \times 40 = 356$ Watt konsumieren, während die Drosselspule 40 Watt in Wärme umwandelt und $0{\cdot}95$ Ampère in ihren Windungen führt.

Ist jedoch die Lampe mit Absicht oder durch Zufall ausgeschaltet, so wird der ganze konstant gehaltene Strom

$$J_G = 10 \text{ Ampère}$$

die Windungen der Drosselspule durchfliessen und somit eine erhöhte Induktion und einen verstärkten Aufwand für Hysteresis und Wirbelströme hervorrufen. Diese Veränderungen der Induktion und des im Eisen auftretenden Effektverlustes werden jedoch keineswegs proportional der Veränderung des Erregerstromes erfolgen, da das Eisen seiner Sättigung genähert und somit die Permeabilität desselben verringert ist.

Das Problem wird einigermassen dadurch erschwert, dass nicht der gesamte Strom zur Erregung verwendet wird; doch wollen wir der einfachen Behandlung wegen zunächst annehmen, dass die vollen 10 Ampère in den Spulenwindungen zirkulieren, wollen dann die dieser magnetisierenden Kraft entsprechenden Effektverluste im Eisen (und eventuell im Kupfer) ermitteln, dieselben durch die Klemmenspannung dividieren und den so erhaltenen jetzigen Wert des Arbeitsstromes der Drosselspule zur Ermittelung des Gesamtstromes verwenden. Wenn wir dann finden, dass dieser Wert sich praktisch von 10 Ampère unterscheidet, werden wir das Diagramm proportional ändern dürfen.

Es lässt sich dann aus der Wickelung und den bekannten Eigenschaften des Eisens der Drosselspule berechnen, dass in unserem Falle für den Strom $J_o = 10$ Ampère die der erhöhten Induktion entsprechende e r h ö h t e K l e m m e n s p a n n u n g $E = 71$ Volt wird, dass der Effektverlust im Kupfer praktisch vernachlässigbar (kleiner als 1 %) ist und dass jener im Eisen den Wert 107 Watt erreicht. Dann ist der jetzige Arbeitsstrom der Drosselspule

$$J_n = \frac{107}{71} = 1{\cdot}5 \text{ Ampère,}$$

der jetzige Erregerstrom der Drosselspule

$$J_o = 10 \text{ Ampère,}$$

somit der jetzige Gesamtstrom der Drosselspule

$$J_G = \sqrt{J_n^2 + J_o^2} = 10{\cdot}1 \text{ Ampère.}$$

Streng genommen müsste man jetzt eine Änderung des Diagrammes vornehmen; da jedoch die Abweichung im vorliegenden Falle nur 1 % beträgt, d. h. der unter der bequemen, aber falschen Annahme, dass $J_o = 10$ Ampère sei, erhaltene Gesamtstrom $J_G$ nur um 1 % grösser ist als der thatsächlich vorhandene, kann man von der Änderung des Diagrammes absehen. Dies ist um so eher zulässig, da man die Genauigkeit der Vorausberechnung des Erregerstromes wohl nur durch Zufall bis auf 1 % oder weniger treiben kann, während 3 bis 5 % wohl erreichbar sind.

Und doch ist diese Genauigkeit eine vollkommen genügende, wenn man bedenkt, dass die Eisenbleche einer und derselben Lieferung eines und desselben Walzwerkes in ihren Hysteresisverlusten und den Werten ihrer Permeabilität um weit höhere Prozentsätze differieren und dass es im besten Falle praktisch möglich ist, jeder Lieferung ein oder zwei Probestücke zu entnehmen, die dann ein einigermassen genaues Bild der magnetischen Eigenschaften aller Bleche der Lieferung geben müssen.

Manchem Leser wird auch der geringe Grad der Genauigkeit in der Auswertung der einzelnen Ströme, d. h. die geringe Zahl der Dezimalstellen, je nach seiner mathematischen Erziehung angenehm oder unangenehm auffallen. Dieselbe ist jedoch durch die vorstehende Bemerkung und dadurch begründet, dass eine auf ungenauen Voraussetzungen beruhende Rechnung durch viele Dezimalstellen des Endresultates nur genauer scheint, nicht aber genauer ist. Für alle Zwecke der Vorausberechnung, wie sie hier in diesem Buche oder in irgend einem Buche über die Vorherbestimmung der Dimensionen eines elektromagnetischen Apparates notwendig wird, erscheint die Genauigkeit des Rechenschiebers vollkommen ausreichend und jene der Logarithmentafel unnötig. Solange man freilich konstante Selbstinduktionskoeffizienten voraussetzt, kann man die Genauigkeit beliebig weit treiben. Sobald man jedoch nicht mit ideellen Apparaten, sondern mit solchen arbeitet, welche Hysteresis und Wirbelströme aufweisen, führt man am besten diese in die Rechnung ein und kümmert sich nicht um die Konstanz oder Veränderlichkeit des Selbstinduktionskoeffizienten, dessen Grösse man, wie die in §§ 4 und 5 gegebenen Ableitungen beweisen, überhaupt nicht zu kennen braucht. Damit soll jedoch keineswegs geleugnet werden, dass behufs einfacherer, wenn auch zuweilen gar nicht einfacher Behandlung eines Problemes der Wechselstromtechnik

die Voraussetzung eines konstanten Selbstinduktionskoeffizienten oder überhaupt die Einführung eines solchen in die Rechnung von grossem Vorteil sein kann.

---

Will man den oben behandelten Fall einer im Nebenschlusse angeordneten Drosselspule nach der orthodoxen Anschauungsweise behandeln, wie Bedell und Crehore[1]) es in ihrem trefflichen, mathematisch gehaltenen Buche über Wechselströme gethan haben, so verfährt man wie folgt:

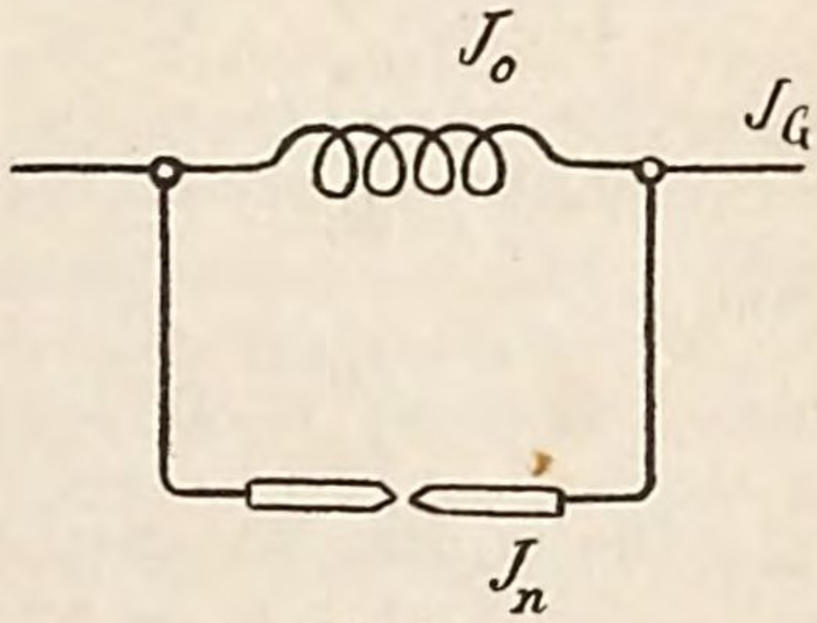


Fig. 40.
Drosselspule als Ersatzwiderstand.

Es werde wieder der Gesamtstrom $J_G = 10$ Ampère konstant gehalten. Derselbe teile sich in die Zweigströme $J_n$ und $J_o$, welche den praktisch induktionsfreien Widerstand $R = 2$ Ohm und die praktisch widerstandslose Selbstinduktionsrolle

$$L_1 = 0{\cdot}02 \text{ Henry}$$

durchfliessen. $\omega$ sei $= 1000$.

Da uns die E. M. K. nicht gegeben ist, nehmen wir dieselbe z. B. $= E' = 10$ Volt an. Dieselbe wirkt in Richtung des Stromes $J_n$ und ergiebt für denselben den Wert

$$J_n' = \frac{E'}{R} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Ampère.}$$

Der andere Stromzweig erhält nur Erreger-, keinen Arbeitsstrom; da hier von Hysteresis und Wirbelströmen nicht die Rede sein kann, so oscillieren das Feld und der Erregerstrom und erzeugen keinen Effektverlust, sondern nur eine Phasenverschiebung. Die Stromstärke $J_o$ ergiebt sich aus der Beziehung

$$J_o' = \frac{E'}{L_1 \omega} = \frac{10}{0{\cdot}02 \,.\, 1000} = 0{\cdot}5,$$

in welcher $\omega$ die bekannte Bedeutung hat.

Das Diagramm des Widerstandes R wäre also eine Linie $J_n'$, das Diagramm des Widerstandes L eine zu $J_n'$ senkrechte Linie $J_o'$; der Gesammtstrom wird somit, als Hypotenuse des rechtwinkeligen Dreiecks,

$$J_G' = \sqrt{J_n'^2 + J_o'^2} = \sqrt{5^2 + 0{\cdot}5^2} = 5{\cdot}025 \text{ Ampère.}$$

---

[1]) Bedell und Crehore, Alternating Currents. New York 1893, p. 246.

Da jedoch der Gesamtstrom auf dem konstanten Werte $J_G = 10$ Ampère erhalten werden soll, war die angenommene E. M. K. zu klein, und sämtliche Werte sind mit dem Verhältnis $\frac{J_G}{J_{G'}}$ zu multiplizieren. Dadurch erhalten wir die definitiven Werte

$$J_n = \frac{J_G}{J_{G'}} \cdot J_n' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 5 = 9{\cdot}95 \text{ Ampère},$$

$$J_o = \frac{J_G}{J_{G'}} \cdot J_o' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 0{\cdot}9 = 0{\cdot}995 \text{ Ampère},$$

und

$$E = \frac{J_G}{J_{G'}} \cdot E' = \frac{10}{5{\cdot}025} \cdot 10 = 19{\cdot}9 \text{ Volt}.$$

Die in dem Widerstande R verzehrte Energie ist

$$J_n \cdot E = 9{\cdot}95 \cdot 19{\cdot}9 = 198 \text{ Watt};$$

die im Widerstande L verzehrte ist vernachlässigbar, da der Strom $J_o$ senkrecht steht zur E. M. K.

Zerbricht im vorliegenden Falle der Kohlenbügel der Glühlampe, welche den Stromkreis R bildet, so fliesst der Strom $J_0 = 10$ Amp. in die Spule L. Die Klemmenspannung muss jedoch in diesem Falle genügend hoch werden, um entgegen der E. M. K. der Selbstinduktion den Strom $J_0'' = 10$ Ampère im Stromkreise L hervorzurufen. Ihr Wert ist nach Gleich. 2:

$$E'' = L\,\omega\,J''_0 = 0{\cdot}02 \cdot 1000 \cdot 10 = 200 \text{ Volt}.$$

Man erkennt, dass auch diese Darstellungsweise, welche einschliesslich der Zahlenwerte dem vorerwähnten Buche von Bedell und Crehore entnommen ist, die nach Unterbrechung des induktionsfreien Stromkreises an den Klemmen der Drosselspule notwendig werdende Erhöhung der Spannung andeutet. Dass die Spannungserhöhung hier so bedeutend erscheint, ist eben auf die Annahme eines konstanten Selbstinduktionskoeffizienten zurückzuführen.

Die frühere Darstellungsweise giebt nur noch weiteren Aufschluss darüber, welche Vor- und Nachteile die Verwendung der Drosselspule gegenüber der Kurzschlussvorrichtung aufweist.

Die Kurzschlussvorrichtung muss, wenn sie Zweck haben soll, automatisch in dem Augenblicke wirken, wo der induktionsfreie Widerstand ausgeschaltet wird. Dieselbe muss also bewegliche Teile und federnde Kontakte haben, welche beide dem Verschleisse mehr oder weniger unterworfen sind. Allerdings verzehrt der Kurzschlusswiderstand nur dann Energie, wenn

der Hauptwiderstand (die Lampe) ausgeschaltet ist; die Grösse dieses Effektes muss jedoch gleich demjenigen sein, der bei normaler Funktion in der Lampe verzehrt wird. In diesem Falle ist keine Nachregulierung der Gesamtspannung erforderlich. Scheut man die Nachregulierung der Spannung nicht, so kann man den Kurzschlusswiderstand praktisch widerstandslos machen; die Spannung muss dann erniedrigt werden, sobald derselbe in Funktion tritt.

Die Drosselspule weist keine beweglichen oder federnden Teile auf; aber sie setzt Energie in Wärme um, solange der Hauptwiderstand (die Lampe) eingeschaltet ist. Die Grösse dieses verlorenen Effektes kann erheblich kleiner sein, als die bei normaler Funktion im Hauptwiderstande verzehrte, auch dann, wenn die Drosselspule allein eingeschaltet ist. In diesem Falle ist jedoch zur Konstanthaltung des Stromes eine Nachregulierung der Spannung erforderlich, und zwar muss die Spannung erhöht werden, sobald die Drosselspule allein vom Strome durchflossen wird.

## 6. Wirkungsweise des Kondensators im Wechselstromkreise.

Wir haben im Vorhergehenden Kenntnis davon erlangt, dass dem Vorhandensein der Selbstinduktion in einem Wechselstromkreise eine scheinbare Widerstandserhöhung entspricht. Eine dieser scheinbaren Widerstandserhöhung analoge Erscheinung können wir auch bei einem um seine Axe oscillierenden schweren Schwungrade beobachten, das zwischen Lagern mittels einer Kurbel von Hand drehbar angeordnet ist[1]). Dreht man mit einer Kraft, welche eben genügt, um die Lagerreibung zu überwinden, so rotiert das Schwungrad mit konstanter Winkelgeschwindigkeit; soll die letztere grösser werden, so muss auch die bewegende Kraft eine Vergrösserung erfahren. Lässt man die Kurbel los, so bleibt das Schwungrad nicht augenblicklich stehen, sondern dreht sich noch so lange weiter, bis die in demselben aufgespeicherte Energie sich mittels Reibung in den Lagern in Wärme umgesetzt hat. Wenn man aber, statt die Kurbel loszulassen, auf dieselbe in entgegengesetzter Richtung drückt, so wird das Schwungrad der mechanischen Kraft erst dann folgen, wenn die letztere die aufgespeicherte Energie vernichtet und die Reibung in den Lagern überwunden hat. Dann

---

[1]) J. Puluj, El. Zschr. 1891, p. 411.

erst wird die Kraft dazu verwendet, die Geschwindigkeit des Schwungrades zu vergrössern. Es tritt also in der Wirkung der Kraft eine zeitliche Verzögerung ein, und gleichzeitig muss mehr Arbeit geleistet werden, wenn das Schwungrad aufgehalten und in entgegengesetzter Richtung gedreht werden soll, als wenn die Drehung bloss in einer Richtung unterhalten werden soll. Das oscillierende Schwungrad wird also der arbeitenden Kraft scheinbar einen grösseren Widerstand entgegensetzen, als das in einer Richtung rotierende.

Das Problem, durch einen beliebigen Stromkreis einen Wechselstrom zu senden, ist somit analog jenem, einem mit Trägheit behafteten Körper eine oscillatorische Bewegung zu verleihen. Das Vorhandensein der Trägheitskräfte resultiert in diesem Falle in einer Erhöhung des Widerstandes, den der Körper der Kraft entgegensetzt, welche ihn zu bewegen strebt. Ist jedoch, im Falle des mit Trägheit behafteten Körpers, diese Kraft eine harmonisch variierende, so ist es leicht möglich, das Anwachsen des Widerstandes durch Anwendung einer passenden elastischen Gegenkraft zu verhüten. Der träge Körper wird unter dem Einflusse der elastischen Kraft, welche ihn stets auf eine bestimmte Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, eine bestimmte Schwingungsperiode besitzen, sobald man ihn aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, und seine scheinbare Trägheit wird den Nullwert annehmen, sobald die elastische Reaktion die gleiche Schwingungsperiode besitzt. Wir werden im folgenden erkennen, dass der elastischen Reaktions- oder Gegenkraft die Wirkung eines Kondensators entspricht, dass es, mit anderen Worten, möglich ist, die durch die Selbstinduktion hervorgerufene scheinbare Widerstandserhöhung und Phasenverschiebung durch Anwendung eines passenden Kondensators zu kompensieren.

Um die nicht gerade leicht verständliche Wirkungsweise des Wechselstromkondensators dem Verständnisse näher zu rücken, greifen wir vielleicht am besten auf die mechanischen Modelle zurück, welche Oliver Lodge[1]) ersonnen hat, um das Verhalten eines Leiters und eines Dielektrikums zu charakterisieren. Wir folgen dabei den Ausführungen, mit welchen der scharfsinnige Forscher seine »modernen Anschauungen« über das Wesen eines von einem Leiter geführten Stromes und eines im Dielektrikum auftretenden Verschiebungsstromes niederlegt.

---

[1]) Oliver J. Lodge, Modern Views of Electricity, Sec. Edit. p. 36 u. 419.
Anm. (Die Fig. 41 u. 42 sind nach den Fig. 5 u. 6 dieses Werkes gezeichnet.)

Nach Faraday's Anschauungen war der ganze Raum um einen Leiter von Kraftlinien erfüllt; das den Leiter umgebende isolierende Medium war ihm der Sitz aller Erscheinungen, und der Leiter selbst stellte ihm nur eine Unterbrechung in der Kontinuität des elektrostatischen, kraftlinienerfüllten Dielektrikums dar. Diese elektrostatischen Kraftlinien haben, gleich den magnetischen, das Bestreben sich zu verkürzen und einander abzustossen, wenn sie gleich gerichtet sind; es wird also längs derselben ein Zug und senkrecht zu ihrer Richtung ein Druck auftreten, wie dies auch bei den magnetischen Kraftlinien der Fall war. Während aber die magnetischen Kraftlinien dadurch geschlossene Kurven sind, dass sie im Innern des magnetischen Körpers durch die Induktionslinien fortgesetzt werden, sind die elektrostatischen Kraftlinien nicht in sich geschlossen. Sie münden vielmehr an der Oberfläche des geladenen Körpers und ihre Enden sind die statischen Ladungen.

Natürlich sind die elektrostatischen Kraftlinien ebensowenig existierende Dinge als die magnetischen Kraftlinien oder als die Lichtstrahlen; alle drei bieten nur die Grundlagen zu einer bequemen Ausdrucksweise. Solange[1]) wir uns jedoch dieser Ausdruckweise bedienen, können wir uns kein geistiges Bild der thatsächlich auftretenden Vorgänge entwerfen. Und wie wir in der Optik zur Erklärung gewisser Vorgänge die Lichtstrahlen verlassen und zu den Wellen übergehen, so müssen wir auch in der Elektrizität, nachdem wir uns die elementaren Vorkommnisse zu eigen gemacht haben, die Kraftlinientheorie verlassen und versuchen, uns die im Dielektrikum auftretenden Bewegungen und Spannungen zu versinnlichen.

Die Begriffe der Materie und des Äthers sind uns wohl vertraut und wir wissen auch, dass diese beiden aufeinander in solcher Weise einwirken, dass ein Teil des Äthers die Materie scheinbar frei zu durchsetzen vermag, während der andere Teil sich mit der Materie bewegt, als ob er an sie gebunden wäre. Lodge[2]) geht nun einen Schritt weiter und zerlegt den Äther in zwei gleiche und entgegengesetzte Teile, welche beide Trägheit besitzen und miteinander elastisch derart verbunden sind, dass die Gegenwart grober Materie diese Verbindung zu schwächen oder sogar in manchen Fällen zu lösen vermag. Diese zwei Teile des Äthers nennen wir positive und negative Elektrizität;

---

[1]) Oliver J. Lodge, a. a. O. p. 27.
[2]) Oliver J. Lodge, a. a. O. p. 247.

der Zusammenhang zwischen denselben wird durch Metalle gelöst, durch weniger gute Isolatoren geschwächt, oder weniger starr gemacht.

Die Starrheit der Verbindung zwischen den zwei Teilen des Äthers irgend einer Substanz hängt mit der spezifischen induktiven Kapazität oder der Dielektrizitätskonstanten derselben zusammen, und zwar ist die Starrheit der reciproke Wert der Dielektrizitätskonstanten.

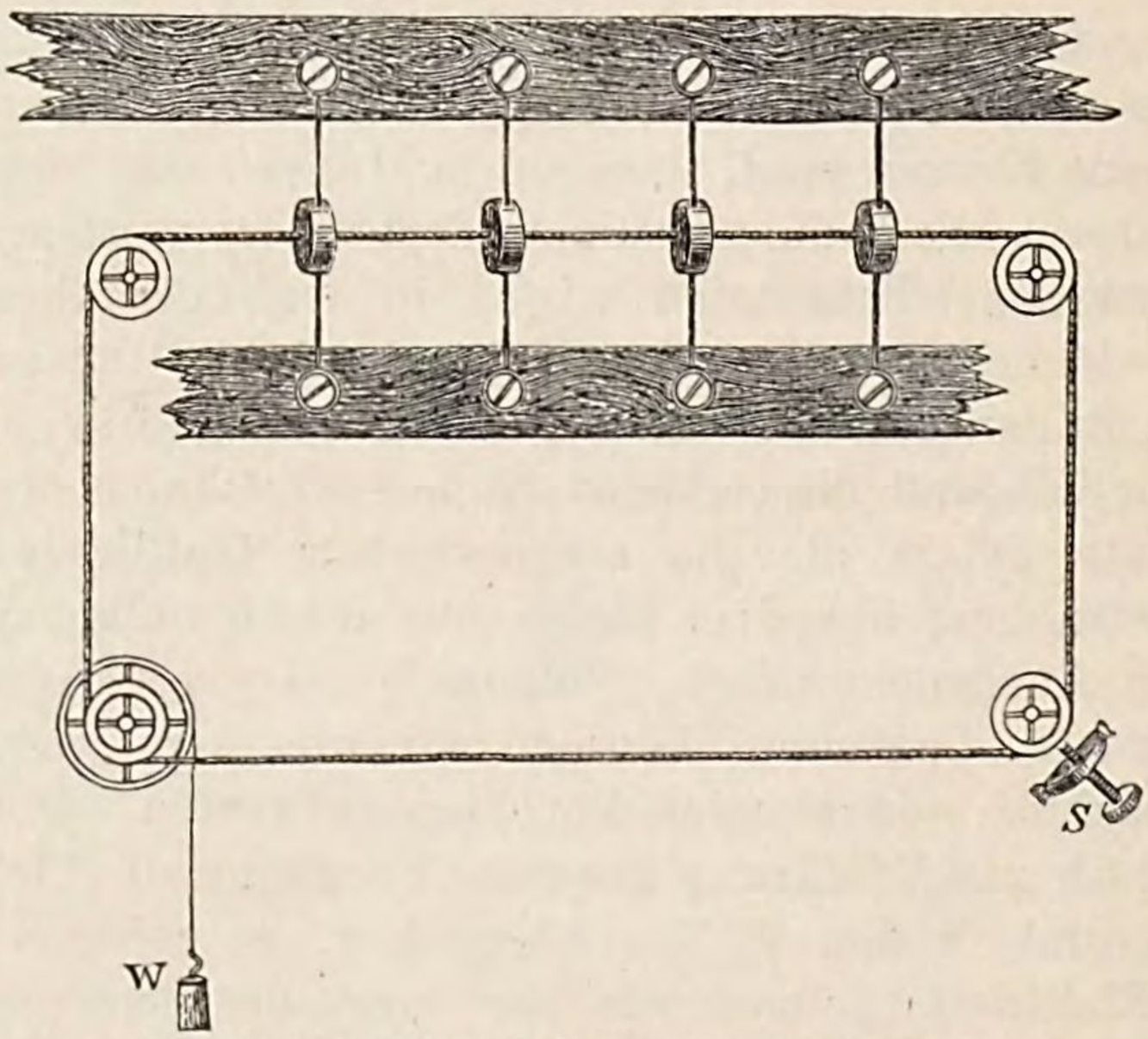



Fig. 41. Modell eines Stromes in einem Leiter.

Den Unterschied zwischen einem elektrischen Leitungsstrome und einem elektrischen Verschiebungsstrome erläutert Lodge an den nebenstehend abgebildeten Modellen (Fig. 41 und 42).

Im ersteren derselben läuft eine endlose, undehnbare Schnur durch die Ösen feststehender Perlen und über entsprechend angeordnete Rollen. Dieselbe bedeutet die in einem geschlossenen Stromkreise fliessende Elektrizität. Die feststehenden Perlen, durch welche sich die Schnur mit grösserer oder geringerer Reibung bewegen kann, bedeuten Atome der Leitersubstanz; der verschiedene Widerstand, welchen sie dem Durchgange der Schnur entgegensetzen, kann die spezifischen Widerstände der verschiedenen Leitersubstanzen darstellen. Den E. M. K. entsprechen Kräfte, welche die Schnur zu bewegen streben, z. B. Gewichte, welche an den Haken W gehängt werden. Wirkt eine solche Kraft, so ist nirgends eine Tendenz vorhanden, in die

frühere Lage zurückzuschnellen; die Schnur wird sich vielmehr weiterbewegen, und die zur Überwindung der Reibung verwendete Energie wird sich in Wärme umsetzen. Klemmen wir die Schnur mit einer Schraube S fest, so entspricht dies dem Widerstande $\infty$, d. h. der Stromunterbrechung.

In Figur 42 jedoch sind die Perlen fest mit der gleichfalls über Rollen geführten Schnur verbunden, so dass sie sich mit derselben bewegen müssen. Dieselben stellen Teilchen einer isolierenden Substanz, eines Dielektrikums, dar. Trotzdem verhüten sie nicht vollkommen die Bewegung der Schnur, da sie mit elastischen Fäden festgehalten werden. Sie gestatten der

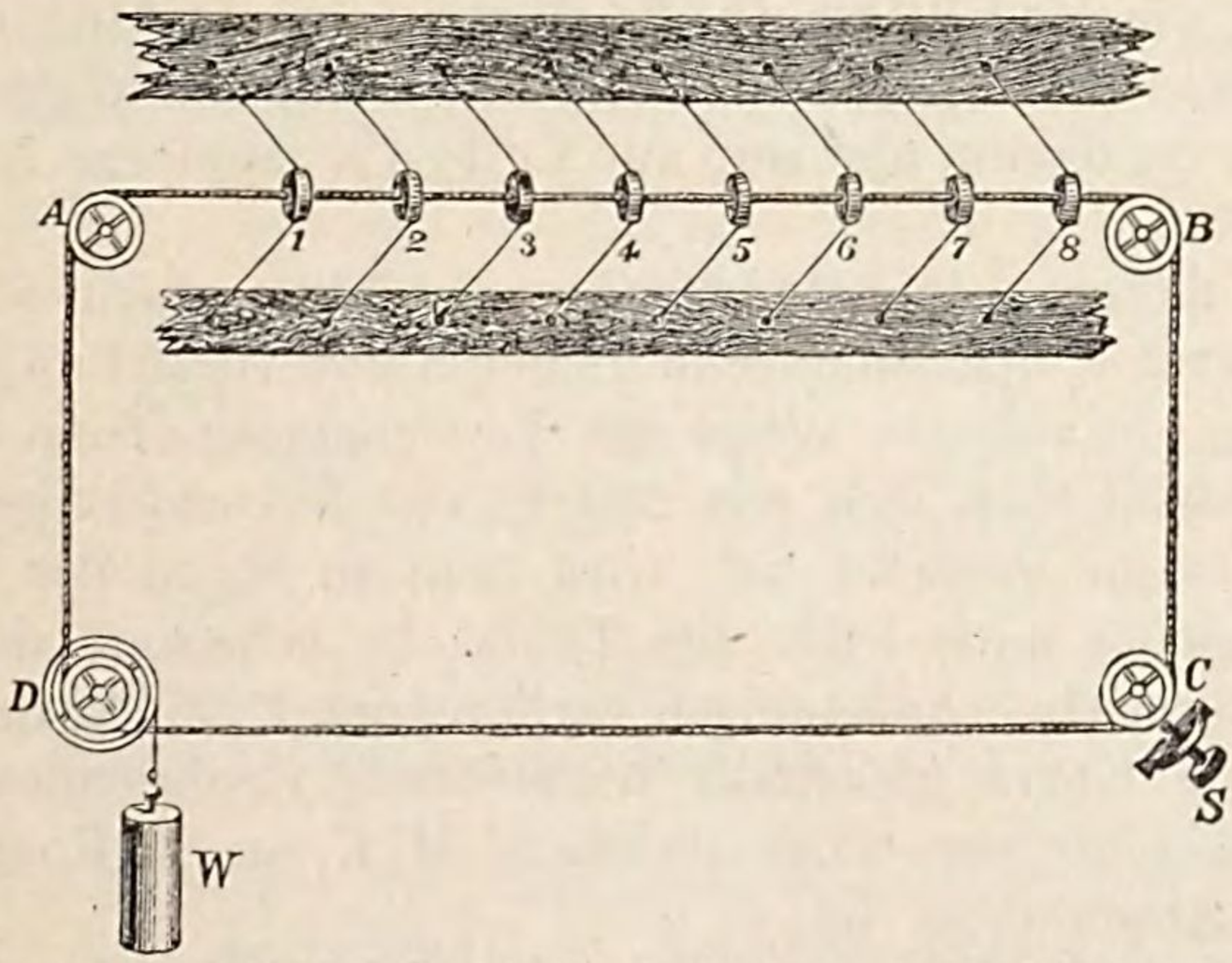



Fig. 42. Modell eines Verschiebungsstromes in einem Dielektrikum.

Schnur, je nach dem grösseren oder geringeren Grade ihrer Steifigkeit, unter dem Einflusse eines Gewichtes W eine bestimmte Bewegung auszuführen; klemmt man dann die Schnur mittels der Schraube S und entfernt das Gewicht W, so bleibt die Schnur in ihrer neuen Stellung, schnellt aber sofort zurück, sobald die Schraube S wieder gelöst wird. Nach einigen Oscillationen gelangen dann die Perlen wieder in ihre Anfangslage zurück.

Unter dem Einflusse der durch das Gewicht repräsentierten E. M. K. wird zwar keine elektrische Leitung, aber doch eine elektrische Verschiebung auftreten. Die eine Seite, A, erhält mehr Schnur als gewöhnlich, sie wird positiv geladen; die andere Seite, B, erhält weniger und wird somit negativ geladen. Dieser Zustand kann auf zweierlei Weise aufrecht erhalten werden:

entweder dadurch, dass man das Gewicht W weiter wirken lässt, — d. h. den Kondensator dauernd an die Batterie angeschlossen erhält, oder indem man die Schnur festklemmt und so den Widerstand unendlich macht — d. h. indem man die Klemmen des Kondensators isoliert.

Die spezifische induktive Kapazität oder Dielektrizitätskonstante des Dielektrikums ist durch die Dehnbarkeit der elastischen Fäden dargestellt; je steifer die Fäden sind, desto geringer ist die induktive Kapazität des Mediums, da zur Hervorrufung einer bestimmten Verschiebung dann offenbar eine grössere E. M. K. erforderlich ist.

Es ist hier nicht der Ort, näher darauf einzugehen, wie sich aus dem Modell Fig. 42 die übrigen bei Ladung oder Entladung eines Kondensators auftretenden Erscheinungen ablesen lassen; es sei darum hier nur auf Lodge's »Moderne Ansichten« hingewiesen.

Wir haben seine Modelle hauptsächlich dazu verwenden wollen, durch eine mechanische Analogie eine Vorstellung darüber zu wecken, in welcher Weise ein Verschiebungsstrom auftreten kann. Sobald man sich den Begriff des Verschiebungsstromes überhaupt klar gemacht hat, wird man an Hand des Lodge'schen Modelles auch leicht die Thatsache erfassen, dass unter dem Einflusse einer harmonisch variierenden E. M. K. das Dielektrikum von einem gleichfalls harmonisch variierenden Strome so lange durchflossen wird, als die E. M. K. an die Kondensatorplatten angeschlossen ist.

Die Grösse dieses Stromes lässt sich übrigens auch leicht analog früheren Überlegungen ableiten.

Denken wir uns einen Kondensator von der Kapazität C durch eine Leitung von geringem Widerstande R an eine Stromquelle $E_G$ angeschlossen, deren E. M. K. sinusförmig variert; dann wird die Spannung $E_C$ an den Klemmen des Kondensators sich von jener der Quelle nur um den vernachlässigbaren Betrag des Spannungsverlustes unterscheiden, den der das Dielektrikum durchfliessende Ladestrom $J_o$ des Kondensators im Widerstande R erzeugt. (Fig. 43).

Dieser Ladestrom wird in dem Momente, wo die Klemmenspannung des Kondensators ihren positiven Maximalwert erreicht, gerade gleich Null, und einen Moment später wird der Kondensator beginnen, sich zu entladen, indem er einen positiven Strom erzeugt. In dem Masse, wie die Klemmenspannung des Kondensators bis auf Null abnimmt, wächst der Entladungsstrom bis

zu seinem positiven Maximalwerte an, um dann allmählich bis auf Null herabzusinken, während die Klemmenspannung von Null an bis zu ihrem negativen Maximum wieder ansteigt. Ist dieser Punkt erreicht, so erhält der jetzt vollkommen entladene Kondensator einen negativen Ladestrom, dessen Maximalwert mit dem Nullwerte der Klemmenspannung zusammenfällt. Nach dem Verlaufe einer weiteren Viertelperiode hat die E. M. K. zwischen den Kondensatorplatten wieder ihren positiven Maximalwert erlangt, und gleichzeitig hat die negative Ladung ihr Ende erreicht, da der Ladestrom Null geworden ist. Einen Moment später beginnt der Kondensator sich zu entladen, indem er wieder einen positiven Strom hervorruft.

Es besteht eben zwischen dem Lade- oder Erregerstrome und der Klemmenspannung des Kondensators eine ähnliche Be-

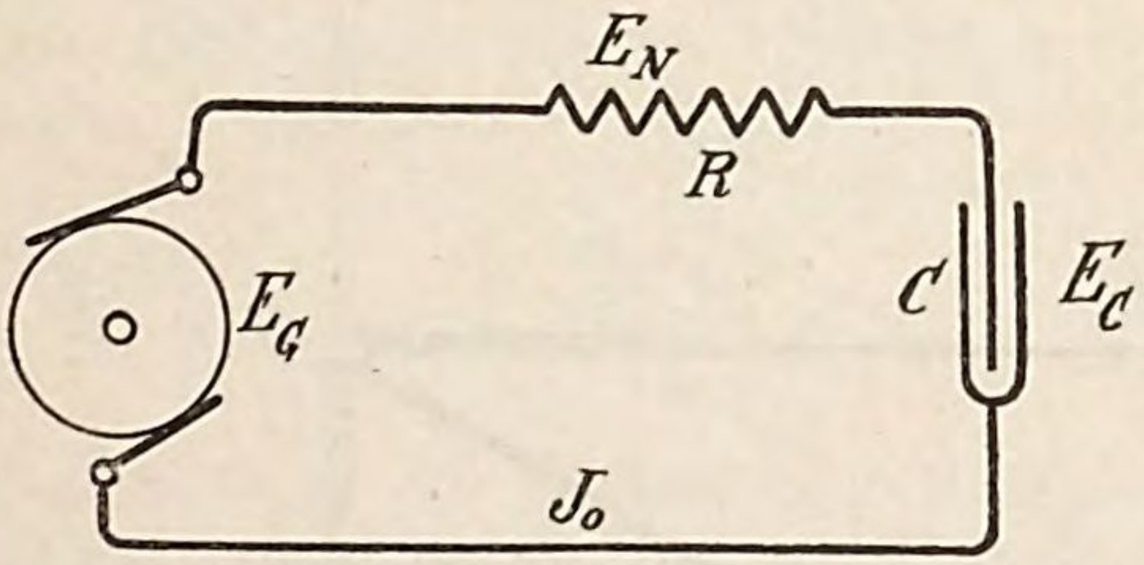



Fig. 43. Serienschaltung von Widerstand und Kapazität.

ziehung wie zwischen dem Erregerstrome eines Solenoides und der durch ihn hervorgerufenen Klemmenspannung. Es ist in beiden Fällen die E. M. K. gegeben durch die sekundliche Änderung in der Zahl der von dem Erregerstrome hervorgerufenen Kraftlinien.

Für den Kondensator drückt sich dieser Zusammenhang zwischen Erregerstrom $J_o$ und Klemmenspannung $E_C$ durch die Beziehung

$$J_o = \omega C E_C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

aus, in welcher $\omega$ die gewöhnliche Bedeutung hat

$$\omega = 2 \pi p. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Wenn wir die E. M. K. der Kondensatorplatten in einem Diagramme durch eine im Sinne des Uhrzeigers rotierende Gerade $\overline{O A}$ darstellen, so wird der Erregerstrom $J_o$ des Kondensators durch eine Gerade $O J_o$ repräsentiert sein, welche gegen $\overline{O A}$ um $90^0$ in Richtung der Verzögerung verschoben ist. (Fig. 44.)

In dem betrachteten Stromkreise (Fig. 43), der ausser dem Kondensator und der Quelle nur den induktionsfreien Widerstand R enthält, muss $J_o$ der Gesamtstrom sein, wenn im Kondensator selbst keine Energie verzehrt wird; dies sei hier der Einfachheit halber vorausgesetzt. Die Gesamtspannung $E_G$ der Stromquelle, welche im stande ist, in dem betrachteten Stromkreise den Strom $J_o$ hervorzurufen, setzt sich dann zusammen aus dem Spannungsverlust $E_N = J_o R$ im Widerstande R und jener E. M. K., welche der Klemmenspannung des Kondensators gerade das Gleichgewicht hält.

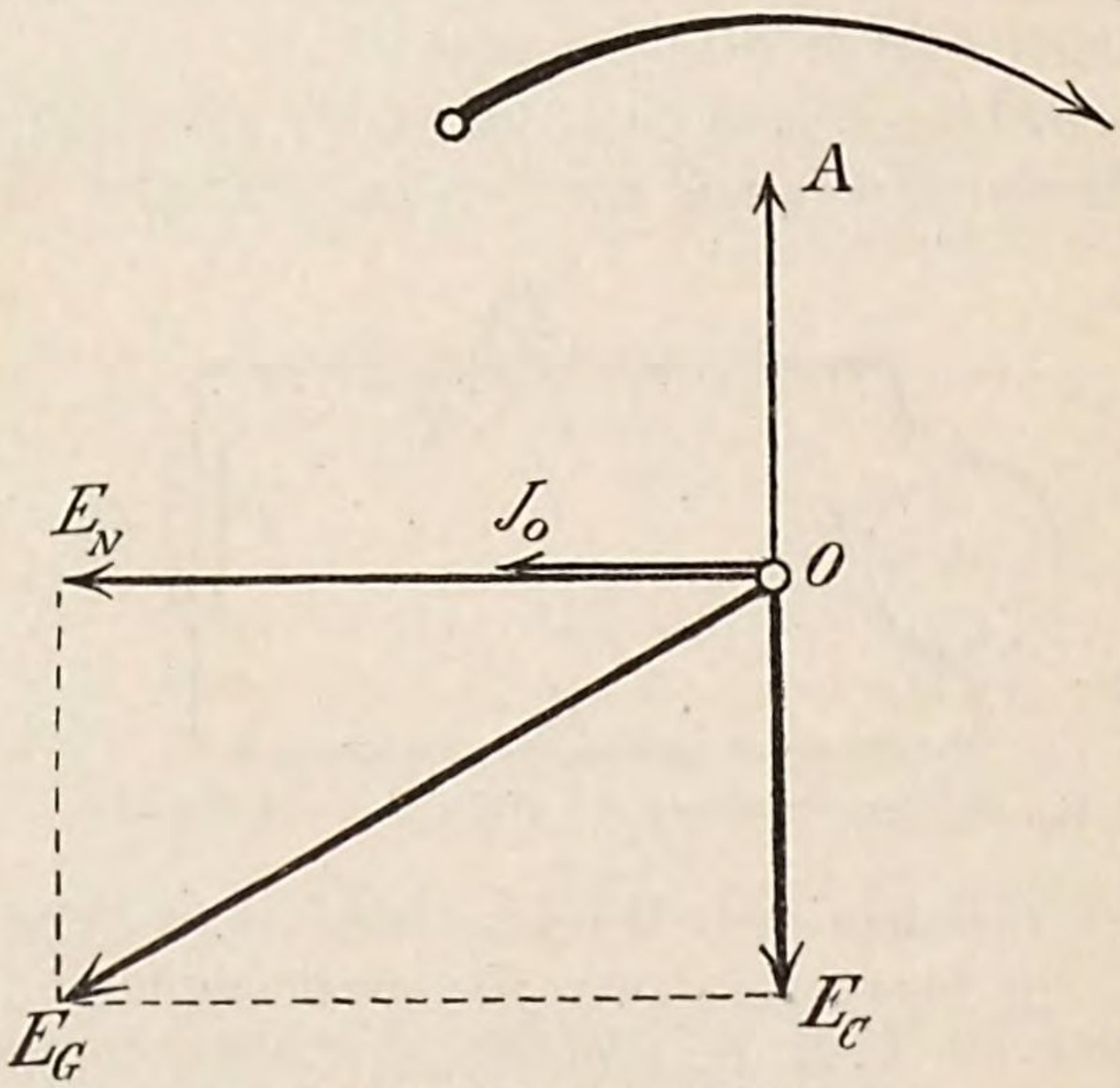



Fig. 44. Diagramm zu Fig. 43.

Man mache also im Diagramme Fig. 44 $\overline{O\,E_C} = -\overline{O\,A}$, d. h. man schneide auf der Verlängerung von $\overline{O\,A}$ das entgegengesetzt gerichtete Stück $\overline{O\,E_C}$ ab, dessen Länge gleich jener von $\overline{O\,A}$ ist; dann schneide man auf $\overline{O\,J_o}$ die Strecke $\overline{O\,E_N} = J_o R$ ab und ziehe die Resultierende $\overline{O\,E_G}$. Dieselbe stellt dann nach Grösse und Richtung die elektromotorische Gesamtkraft $E_G$ der Quelle dar. Aus dem Diagramme folgt

$$E_G = \sqrt{\overline{O\,E_C}^2 + \overline{O\,E_N}^2} = \sqrt{E_C^2 + E_N^2} \quad . \quad . \quad 19)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{J_o}{\omega C}\right)^2 + J_o^2 R^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2} \quad . \quad . \quad 20)$$

Die Wurzelgrösse dieser Gleichung stellt den Quotienten aus der E. M. Gesamtkraft und dem von ihr erzeugten Strome $J_o$, mit anderen Worten die Impedanz X des Stromkreises, dar. Sie lässt sich als Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks darstellen, dessen zwei Katheten der Energie aufspeichernde Teil $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$ und der Energie zerstreuende Teil R sind.

Aus dem Diagramme erkennt man auch ohne weiteres, dass der Erregerstrom $J_o$ der elektromotorischen Gesamtkraft um einen Winkel $\varphi$ voreilt, dessen Tangente gleich dem Quotienten aus dem Energie aufspeichernden und dem Energie zerstreuenden Teile ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega C R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Wenn wir Zahlenwerte in die vorstehenden Gleichungen einführen wollen, müssen wir die Kapazität C nicht wie üblich in Mikrofarad, sondern in Farad einführen, wobei zu beachten ist, dass 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad.

So wäre für einen Kondensator von 2 Mikrofarad

$$C = 2 \,.\, 10^{-6} \text{ Farad}$$

bei 6000 Polwechseln in der Minute, entsprechend $p = 50$ und $\omega = 314$, und bei einer Klemmenspannung $E_C$ der das Dielektrikum des Kondensators passierende Strom

$$J_o = 2000 \,.\, 314 \,.\, 2 \,.\, 10^{-6} = 1{\cdot}256 \text{ Ampère.}$$

Dieser Fall entspricht ungefähr einem konzentrischen Kabel von 220 *qmm* Querschnitt in jedem Leiter und etwa 5 *km* Länge; solange 2000 Volt auf dasselbe einwirken, wird bei vollkommener Isolation der Leiter voneinander ein Strom von etwa $1^1/_4$ Ampère das Dielektrikum passieren [1]).

## 7. Effektverbrauch im Kondensator.

Wir haben beim Entwerfen des Diagrammes die Voraussetzung gemacht, dass der Kondensator keine Energie konsumiert, sondern dass dem oscillierenden Erregerstrome nur eine Aufspeicherung und Wiedergewinnung von Energie entspricht.

Die Analogie in dem Verhalten eines dielektrischen Körpers im elektrostatischen Felde und eines magnetischen Körpers im magnetischen Felde legt den Gedanken nahe, dass bei dielektrischen Körpern im elektrostatischen Felde, z. B. bei den isolierenden

---

[1]) C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1891, p. 76.

Schichten eines an eine Wechselspannung angeschlossenen Kondensators, eine der magnetischen Hysteresis analoge Erscheinung auftritt. Das Vorhandensein dielektrischer Hysteresis erscheint deshalb wahrscheinlich, weil man bei vielen Kondensatoren eine Erwärmung beobachtet, wenn sie an eine Wechselspannung angeschlossen sind.

Um die Grösse dieses Effektverlustes und seine Abhängigkeit von der E. M. K. zu bestimmen, hat Steinmetz[1]) zu Anfang 1892 eine Reihe von Versuchen an einem Kondensator von 3 Mikrofarad durchgeführt, als deren Ergebnis er den Satz aufstellte: „Die von einem dielektrischen Medium unter dem Einflusse eines wechselnden elektrostatischen Feldes verzehrte Energie ist proportional dem Quadrat der Intensität des elektrostatischen Feldes und damit auch dem Quadrate der Klemmenspannung des Kondensators.“ Dieser Satz gilt jedoch nur, solange das Dielektrikum nicht durch Anwendung einer zu hohen Spannung überanstrengt wurde; in diesem Falle ist der vom Kondensator verzehrte Effekt naturgemäss erheblich höher als zuvor. Auch Hutin und Leblanc[2]) haben an Kondensatoren, deren Dielektrikum durch paraffiniertes Papier oder Ebonit gebildet war, eine gewisse Erwärmung beobachtet, deren Grösse jedoch unmittelbar nach der Herstellung des Kondensators den höchsten Wert besass und, bei dauerndem Anschlusse des Kondensators an eine Wechselspannung von entsprechender Höhe, mehr und mehr abnahm. Dieses Verhalten des der Erwärmung entsprechenden Energieverlustes zeigt deutlich an, dass derselbe einer Nebenschliessung oder einer nicht vollkommenen Isolation im Innern des Kondensators zuzuschreiben war.

Solange das durch paraffiniertes Papier gebildete Dielektrikum des von Steinmetz untersuchten Kondensators noch nicht zu hohen Spannungsverlusten ausgesetzt worden war, betrug auch bei der maximal zulässigen Spannung der Energieverlust nur 910000 Erg = 0·09 Watt. Wenn wir daher im Folgenden den durch dielektrische Hysteresis bewirkten Energieverlust bei allen Ableitungen vernachlässigen, mag dies damit begründet werden, dass im allgemeinen bei einem gut isolierten Kondensator der Energieverlust klein sein wird und dass ausserdem bis jetzt keinerlei Mitteilungen über die absolute Grösse des bei ver-

---

[1]) Ch. Steinmetz, El. Zeitschr. 1892, p. 227, und El., London, 28, p. 602. Vergl. auch die Arbeiten von A. Hess und die Diskussion darüber. Lum. él. 46, p. 401, 507. Lum. él. 47, p. 279, 466.

[2]) M. Hutin und M. Leblanc, Lum. El. 1891, 40, p. 260.

schiedenen Dielektricis pro Cyklus und Kubikcentimeter auftretenden Hysteresisverlustes vorliegen. In allen jenen Fällen, wo wir merkbare Energieverluste in einem Kondensator beobachten, sind dieselben einer ungenügenden Isolierung der Belegungen zuzuschreiben.

## 8. Serienschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators.

Da der Grenzfall eines Induktionswiderstandes für stets kleiner werdende Induktion der von Induktion freie Widerstand ist, so mögen wir hier auch den Fall behandeln, wo mehrere Widerstände $R_1$, $R_2$, $R_3$ und mehrere Kondensatoren $C_1$, $C_2$, $C_3$ in Serie geschaltet sind[1]). (Fig. 45.)

Wenn wir die elektromotorische Gesamtkraft ermitteln wollen, welche erforderlich ist, um in diesem Serienkreise den Strom $J_G$

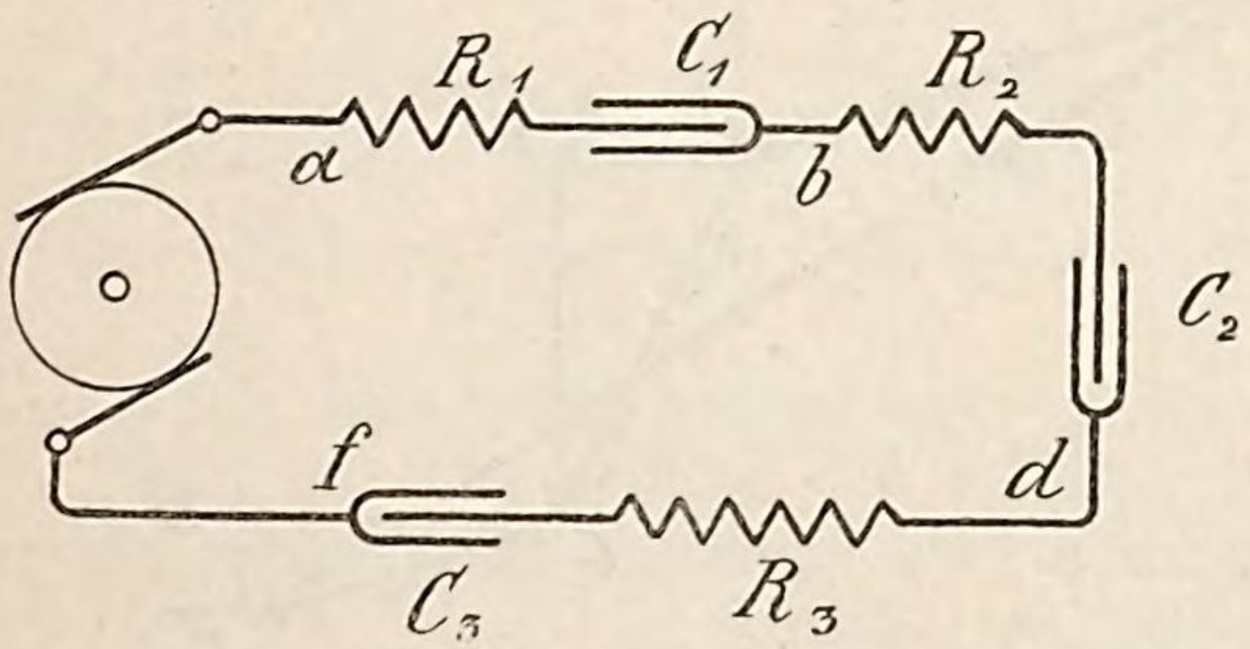



Fig. 45. Serienschaltung von induktionsfreien Widerständen und Kondensatoren.

hervorzurufen, konstruieren wir zunächst nach den Darlegungen des § 6 das Dreieck der E. M. K. für den Teil a b des Gesamtstromkreises.

Es sei $\overline{O\,A}$ (Fig. 46) der gegebene Strom $J_G$, und der Abschnitt $\overline{O\,B}$ stelle nach Grösse und Richtung den im Widerstande $R_1$ auftretenden Spannungsverlust dar. Dann errichten wir auf $\overline{O\,A}$ im Punkte B die Senkrechte $\overline{B\,D}$ und legen an $\overline{O\,A}$ im Punkte O den Winkel $\varphi_1$ in Richtung der Verzögerung, dessen Tangente gegeben ist durch die Beziehung

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \operatorname{tg} B\,O\,D = \frac{1}{\omega\ C_1 R_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Dann wird $\overline{B\,D}$ die Grösse der Klemmenspannung des Kondensators $C_1$ und $\overline{O\,D}$ die Grösse der Gesamtspannung $E_1$ für den Teil a b des Stromkreises darstellen.

---

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, Alt. Currents. New York 1893. p. 278.

Durch Wiederholung dieser Konstruktion für die Teile b d und d f des Stromkreises erhalten wir die Dreiecke D F G und G H K. Die zu $\overline{O A}$ parallelen Katheten $\overline{D F}$ und $\overline{G H}$ derselben stellen die Spannungsverluste $J_G R_2$ und $J_G R_3$, die zu $\overline{B D}$ parallelen Katheten $\overline{F G}$ und $\overline{H K}$ stellen die Klemmenspannungen $\frac{J_G}{\omega C_2}$ und $\frac{J_G}{\omega C_3}$ des zweiten und dritten Kondensators dar. Der Polygonzug O D, D G, G K der Gesamtspannungen $E_1$, $E_2$, $E_3$ ergiebt als Resultierende nach Grösse und Richtung die gesuchte E. M. K. des gesamten Stromkreises, die Linie $\overline{O K}$.

Fällt man schliesslich vom Endpunkte K der elektromotorischen Gesamtkraft des letzten Teiles des Stromkreises eine

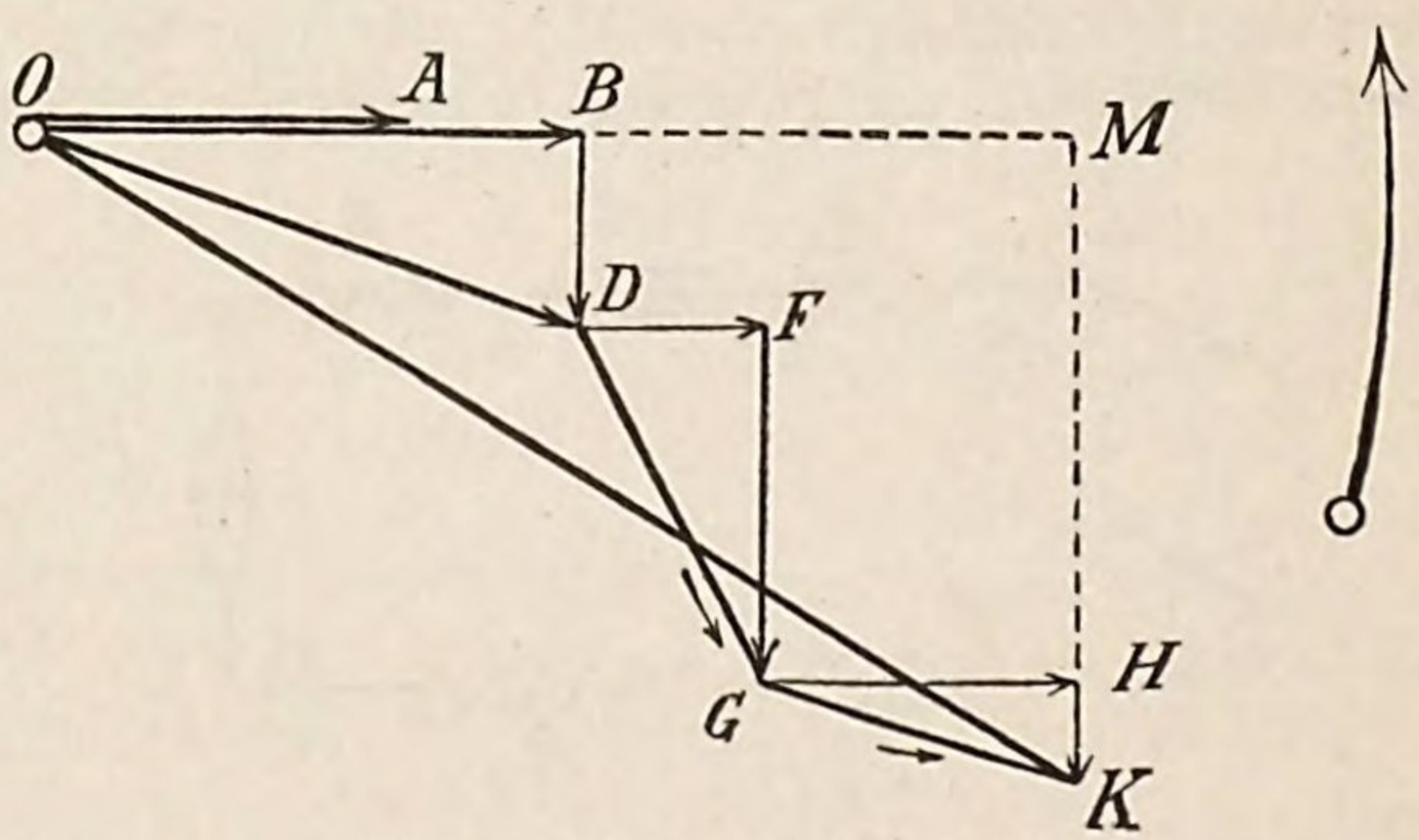



Fig. 46. Diagramm zu Figur 45.

Senkrechte $\overline{K M}$ auf $\overline{O A}$ oder seine Verlängerung, so erkennt man, dass sich die Konstruktion der elektromotorischen Gesamtkraft dadurch vereinfachen lässt, dass man die Energie in Wärme umsetzenden Teile des Stromkreises von den Energie verzehrenden Teilen desselben trennt und jeden dieser Teile zur Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks macht. Die Hypotenuse dieses Dreiecks stellt dann die gesuchte elektromotorische Gesamtkraft des Stromkreises dar.

In unserem Falle ergiebt die

$$\Sigma J_G R = J_G \Sigma R = J_G (R_1 + R_2 + R_3) \quad . \quad . \quad 22)$$

diejenige Kathete O M des rechtwinkeligen Dreiecks, welche den Energie zerstreuenden Teilen des Stromkreises entspricht, und die

$$\Sigma \frac{J_G}{C \omega} = \frac{J_G}{\omega} \Sigma \frac{1}{C} = \frac{J_G}{\omega} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \quad . \quad 23)$$

ergiebt diejenige Kathete M K, welche den Energie aufspeichern-

den Teilen des Stromkreises entspricht. Die elektromotorische Gesamtkraft der Stromquelle ist dann wie bei der vorherigen Konstruktion durch die Hypotenuse O K des rechtwinkeligen Dreiecks dargestellt.

Sobald ein Stromkreis Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität gleichzeitig enthält, besteht das Polygon der E. M. K. aus vier Linien, von denen jedoch zwei bis anf das Vorzeichen zusammenfallen. Die elektromotorische Gesamtkraft $E_G$ der Quelle eines solchen Kreises (Fig. 47) muss im stande sein, den Spannungsverlust $E_N$ im Widerstande R, $E_N = J_G R$, die Klemmenspannung $E_C = \frac{J_G}{C \omega}$ und die E. M. K. der Selbstinduktion $E_S = L \omega J_G$ zu überwinden. Nun eilt die E. M. K. $E_S$ um $90^0$ dem Strome und damit der Spannung $E_N$ vor, während die

Fig. 47. Serienschaltung von Selbstinduktion, Widerstand und Kapazität.

E. M. K. $E_C$ um $90^0$ hinter dem Strome und der Spannung $E_N$ zurückbleibt. Die zur Überwindung der Selbstinduktion und der Klemmenspannung des Kondensators erforderlichen elektromotorischen Kräfte sind also stets einander entgegengesetzt gerichtet und lassen sich zu einer einzigen E. M. K. zusammensetzen, welche gleich der algebraischen Summe dieser Kräfte, $E_C - E_S = J \left( \frac{1}{C \omega} - L \omega \right)$, ist und welche natürlich auch um eine Viertelperiode gegen den Strom verschoben, also im Diagramme durch eine zu diesem senkrecht stehende Gerade charakterisiert ist. Dieses Diagramm reduziert sich somit wieder auf ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen eine Kathete die die Energie zerstreuende E. M. K. $E_N = R J_G$, und dessen zweite Kathete jene resultierende E. M. K. ist, welche dem Energie in Form eines magnetischen oder elektrostatischen Feldes aufspeichernden Teile des Stromkreises entspricht.

Die Konstruktion der elektromotorischen Gesamtkraft $E_G$, welche erforderlich ist, um in einem Stromkreise von dem Widerstande $R_1$, der Kapazität C und der Selbstinduktion L den Strom $J_G$ hervorzurufen, kann auf verschiedene Art durchgeführt werden.

Fasst man zuerst die Klemmenspannung $E_C$ des Kondensators ins Auge, so entspricht derselben im Diagramme, Fig. 48, die Linie $\overline{O\,B} = E_C = \frac{J}{C\,\omega}$; wenn dann $\overline{O\,A}$ den im Widerstande R auftretenden Spannungsverlust darstellt, so ist O D jene E. M. K., welche die Klemmenspannung des Kondensators und den Spannungsverlust zu überwinden vermag, d. i. die E. M. K. zwischen a und b (Fig. 46). Errichtet man in D

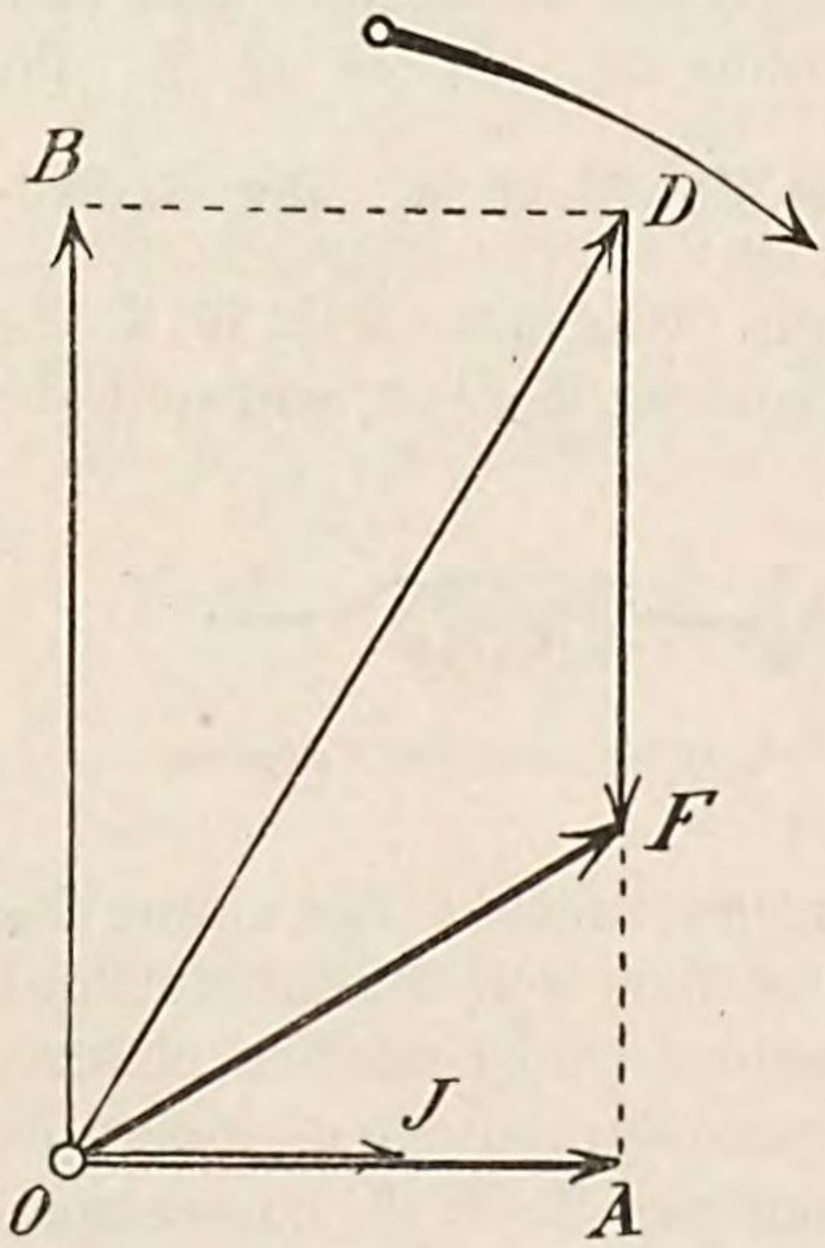



Fig. 48.

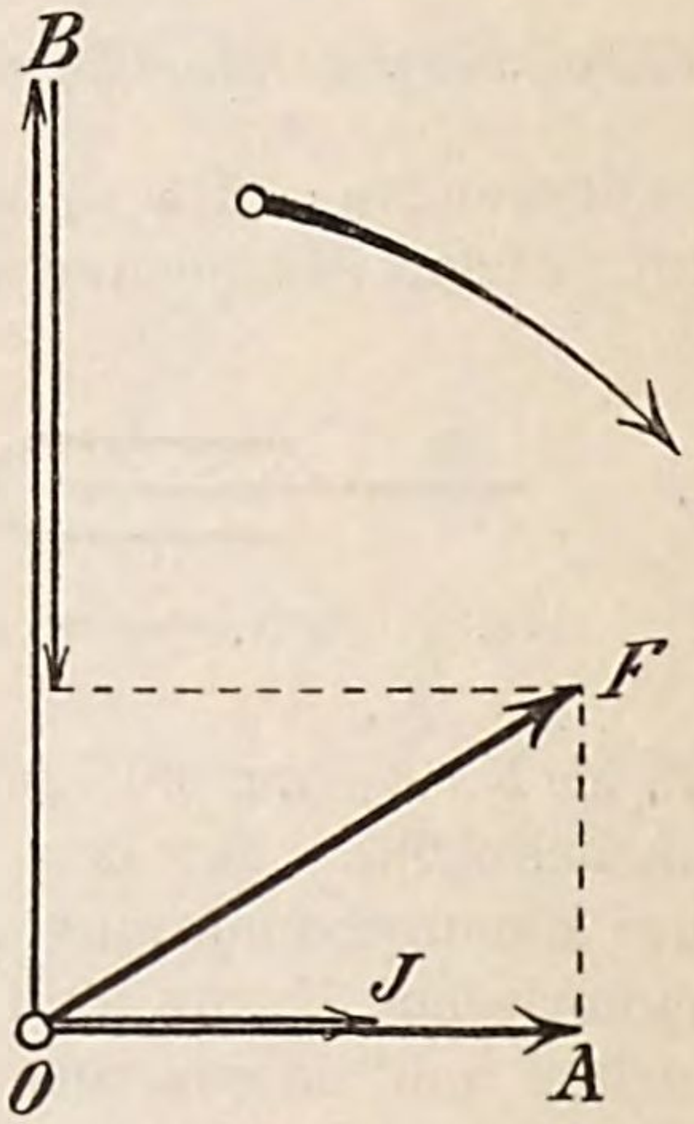



Fig. 49.

auf $\overline{O\,A}$ eine Senkrechte $\overline{D\,F}$, welche $\overline{O\,B}$ entgegengesetzt gerichtet ist, schneidet auf dieser Senkrechten die Länge

$$\overline{D\,F} = E_S = L\,\omega\,J$$

ab und verbindet den Endpunkt F des Abschnittes mit O, so stellt O F nach Grösse und Richtung die gesuchte elektromotorische Gesamtkraft dar.

Einfacher wird das Diagramm, wenn man direkt die beiden Energie aufspeichernden elektromotorischen Kräfte zusammenfasst. Man erhält dann Figur 49, ein rechtwinkeliges Dreieck O A F, dessen eine Kathete $O\,A = J\,R$ ist und dessen zweite Kathete den Ausdruck $\left(\frac{J}{C\,\omega} - L\,\omega\,J\right)$ darstellt.

Aus dem ersten der Diagramme lässt sich ohne weiteres erkennen, dass durch die Zufügung der Selbstinduktion zu dem mit Widerstand und Kapazität behafteten Kreise sowohl die

Phasenverschiebung zwischen Strom und elektromotorischer Gesamtkraft als auch diese selbst bedeutend vermindert und bei passender Wahl der Grössen zu minimalen Werten gebracht werden können.

Wenn wir uns denken, dass in dem ersten Diagramme die Linie $\overline{D\,F}$ allmählich anwächst, so wird der Punkt F auf der Geraden $\overline{F\,A}$ sich gegen A hin bewegen, und es werden sowohl die elektromotorische Gesamtkraft als auch der Verschiebungswinkel kleiner und kleiner werden. Figur und Formel lassen in gleicher Weise erkennen, dass $E_G$ und $\varphi_1 = A\,O\,F$ ihre Minimalwerte erreichen, wenn der in Klammern gesetzte Ausdruck Null wird. In diesem Falle, der durch die Beziehung

$$\left(\frac{1}{C\,\omega} - L\,\omega\right) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

charakterisiert ist, wird

$$E_G = J\,R \text{ und } \operatorname{tg}\varphi_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26\,a)$$

d. h. mit Worten: In dem Falle, wo die verzögernde Wirkung der Selbstinduktion und die beschleunigende der Kapazität des Stromkreises sich gerade das Gleichgewicht halten, sind Strom und Spannung in gleicher Phase, und ausserdem ist die zur Erzeugung des Stromes erforderliche E. M. K. durch das Produkt aus Strom und Widerstand bestimmt.

Die infolge des Zusammenwirkens von Selbstinduktion und Kapazität ermöglichte Verringerung der elektromotorischen Gesamtkraft der Stromquelle lässt noch eine eigentümliche Erscheinung klar zutage treten. Solange sich in einem Stromkreise nur Selbstinduktion und Widerstand oder nur Kapazität und Widerstand gleichzeitig vorfinden, muss die E. M. K. der Stromquelle grösser sein als die E. M. K. der Selbstinduktion oder die Klemmenspannung des Kondensators; wenn aber Selbstinduktion und Kapazität in einem mit Widerstand behafteten Stromkreise gleichzeitig auftreten, kann die E. M. K. der Stromquelle kleiner sein als die E. M. K. der Selbstinduktion oder die Klemmenspannung des Kondensators.

In dem in Fig. 48 dargestellten Falle ist das Verhältnis der Klemmenspannung $E_C$ des Kondensators zur elektromotorischen Gesamtkraft $E_G$ der Stromquelle [1])

---

[1]) Vergl. Th. H. Blakesley, die elektrischen Wechselströme, deutsch von C. P. Feldmann, p. 41, und C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1892, p. 96; ferner J. A. Fleming, El., London, 25, p. 259, und 26, p. 18, und G. Kapp, El., London, 26, p. 231.

$$\left(\frac{E_C}{E_G}\right)^2 = \left(\frac{O\,B}{O\,F}\right)^2 =$$

$$= \frac{J^2}{C^2\,\omega^2} \cdot \frac{1}{J^2\left[R^2 + \left(\frac{1}{C\,\omega} - L\,\omega\right)^2\right]} =$$

$$= \frac{1}{C^2\,\omega^2\,R^2 + (1 - \omega^2\,C\,L)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 27)$$

Aus der Form des Nenners dieses Quotienten erkennt man, dass derselbe auch Werte annehmen kann, die grösser als Eins sind. Der kritische Wert der Kapazität, welcher das Verhältnis der Klemmenspannung des Kondensators zur elektromotorischen Gesamtkraft gleich der Einheit macht, ist

$$C = \frac{2\,L}{R^2 + \omega^2\,L^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

Besitzt C grössere Werte, so überwiegt die elektromotorische Gesamtkraft; wird aber C kleiner als dieser kritische Wert, so kann bei passender Wahl der geeigneten Grössen die Spannung an den Kondensatorplatten beträchtlich grösser sein als die elektromotorische Gesamtkraft der Quelle. «Dies ist», wie Hopkinson[1]) bereits im Jahre 1884 hervorhob, «eine Resonanzerscheinung ähnlich jenen, welche bei der Theorie des Schalles und in vielen anderen Zweigen der Physik so bekannt sind.» Für eine gegebene Kondensatorspannung oder Selbstinduktion kann die E. M. K. der Quelle die maximale Reduktion erfahren, wenn die Kapazität die Hälfte ihres kritischen Wertes erreicht, wenn also

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega_s^2\,L_s^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28a)$$

Die vollkommene Analogie des Problemes mit den aus der Lehre vom Schall so gut bekannten Resonanzerscheinungen tritt am deutlichsten zutage, wenn man bedenkt, dass für höhere Werte von $\omega$, $R_s^2$ vernachlässigbar wird gegen $\omega^2 L^2$ und dass dann die Beziehung für den maximalen Resonanzeffekt übergeht in

$$C = \frac{1}{\omega^2\,L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29)$$

---

[1]) J. Hopkinson, Journ. Soc. Tel. Eng. and El., 13, 13. November 1884, p. 513.

Da nun aber $\omega = \pi p$ und $p = \frac{1}{T}$, so ist auch

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} \text{ oder } T = 2\pi \sqrt{C L} \quad . \quad . \quad . \quad 29a)$$

Diese Beziehung giebt uns nicht nur die Periode desjenigen Stromes, welcher das Dielektrikum des Kondensators am leichtesten passiert, sondern zugleich jenen Ton, welchen ein unter dem Einflusse einer elastischen Kraft $\frac{1}{C}$ stehender, vibrierender Körper am leichtesten reproduziert. Bei dem vibrierenden Körper annulliert die elastische Reaktion $\frac{1}{C}$ gerade die durch das Trägheitsmoment L des Körpers hervorgerufene Erhöhung des Widerstandes gegen die Bewegung. In ähnlicher Weise hebt die aus der obigen Beziehung ermittelte Kapazität gerade die Wirkungen der Selbstinduktion auf, so dass der Strom sich, wie wir schon auf Seite 93 sahen, als Quotient aus E. M. Gesamtkraft und Widerstand ergiebt.

Die dort angeführte Bedingungsgleichung $\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0$ stimmt mit der obigen überein, da auch aus der letzteren folgt

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29)$$

Dr. J. Hopkinson, der den vorliegenden Fall schon am 13. November 1884 gleichzeitig mit der Theorie der Parallelschaltung zweier Wechselstrommaschinen der Society of Telegraph Engineers and Electricians vortrug, gab damals ein Beispiel, worin er die E. M. G. = 100 Volt, R = 0·1 Ohm, C = 100 Mikrofarad und $\omega L = 8$ setzte, so dass sich die E. M. C. etwa als Achtzigfaches der E. M. G. der Quelle ergab.

In der Praxis werden sich solche Werte wohl kaum erreichen lassen. Doch findet auch schon für weit kleinere Werte der Kapazität eine merkbare Spannungserhöhung statt, wenn nur die Selbstinduktion beträchtliche Werte erreicht.

So hat Dr. W. E. Sumpner[1]) im November 1889 mit einem Transformator experimentiert, dessen sekundäre Spule

---

[1]) W. E. Sumpner, El. Londou, 24. p. 60.

einen Widerstand von 6000 Ohm besass und dessen sekundärer Selbstinduktionskoëffizient 50 Henry war. Er verband die sekundäre Spule in Serie mit einem Kondensator von 0·05 Mikrofarad und fand bei Messung der Spannung an den Enden der Transformatorspule und des Kondensators, dass jede dieser Spannungen die Potentialdifferenz an den Enden der Kombination weit übertraf, sobald die Zahl der Polwechsel entsprechend gewählt war. Die Rechnung zeigt, dass die günstigste Polwechselzahl 196 pro Sekunde wäre und dass in diesem Falle der Spannungsunterschied an den Enden der zwei in Serie geschalteten Apparate etwa gleich einem Fünftel der an

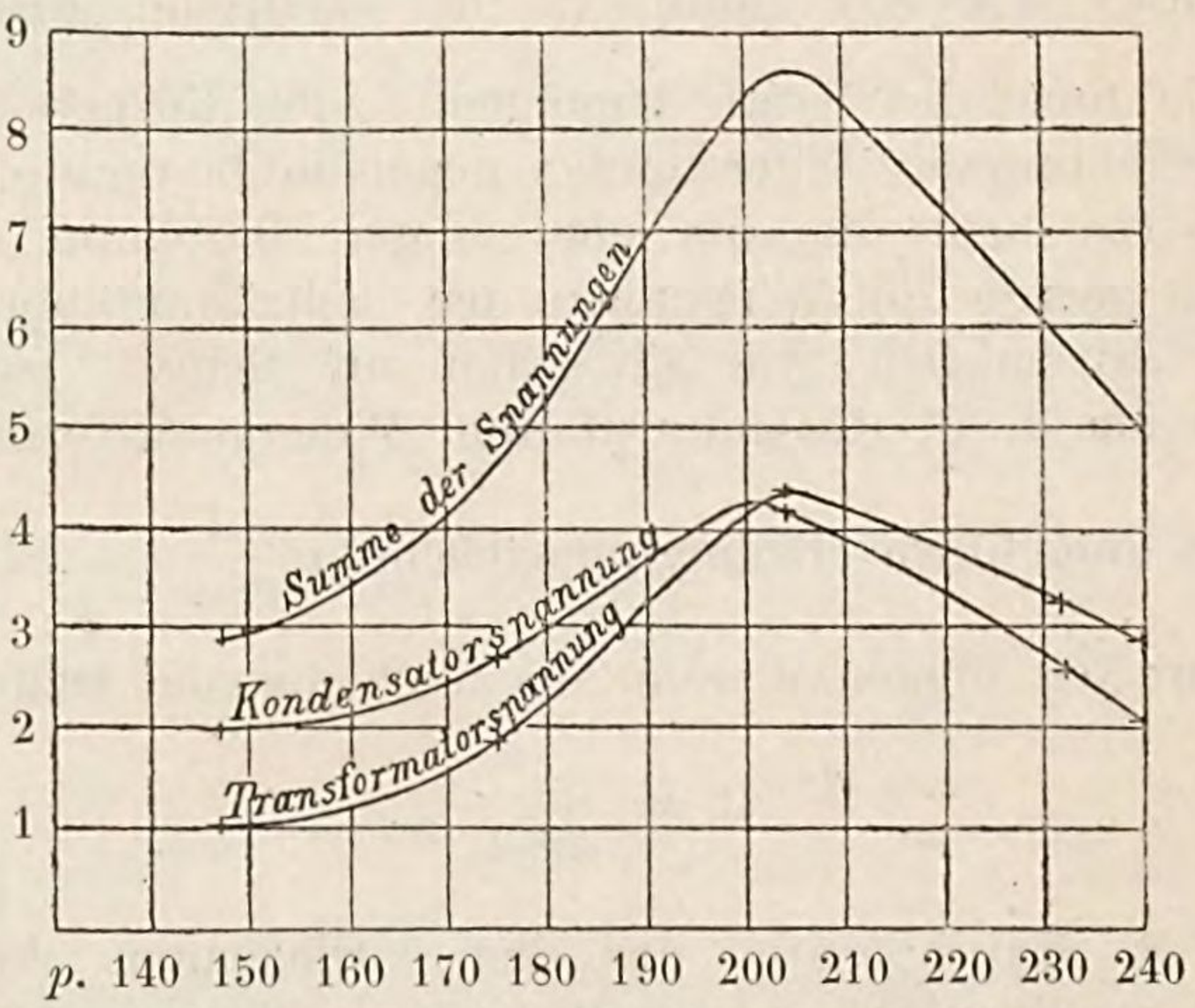



Fig. 50. Resonanzeffekt nach den Messungen von Dr. Sumpner.

jedem einzelnen Apparate beobachteten Spannung sein müsste. Zur experimentellen Bestätigung dieser Berechnung wurden bei variablen Geschwindigkeiten der Wechselstrommaschine die Magnete derselben entsprechend erregt, so dass die Maschine etwa 30 Volt Klemmenspannung ergab. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle niedergelegt, in welcher die erste Spalte die Polwechselzahlen, die zweite das Verhältnis der Transformatorspannung zur Spannung der Dynamo, die dritte das Verhältnis der Kondensatorspannung zur Spannung der Dynamo und die vierte die Summe dieser zwei Verhältnisse angiebt, welche, ohne Vorhandensein eines Resonanzeffektes, stets gleich der Einheit hätte sein müssen.

Tabelle.

| Polwechsel pro Sekunde | Transformator-spannung | Kondensator-spannung | Summe der Spannungen |
|---|---|---|---|
| 146 | 1·00 | 1·93 | 2·93 |
| 175 | 1·84 | 2·64 | 4·48 |
| 204 | 4·38 | 4·14 | 8·52 |
| 232 | 3 28 | 2·49 | 5·77 |
| 240 | 2·21 | 2·06 | 4·97 |

Die Ergebnisse dieser Versuche sind, so genau es sich bei den wenigen beobachteten Punkten machen liess, in der Fig. 50 niedergelegt; die Kurven lassen deutlich erkennen, dass eine weitere Erhöhung der Polwechselzahl den Effekt erniedrigt

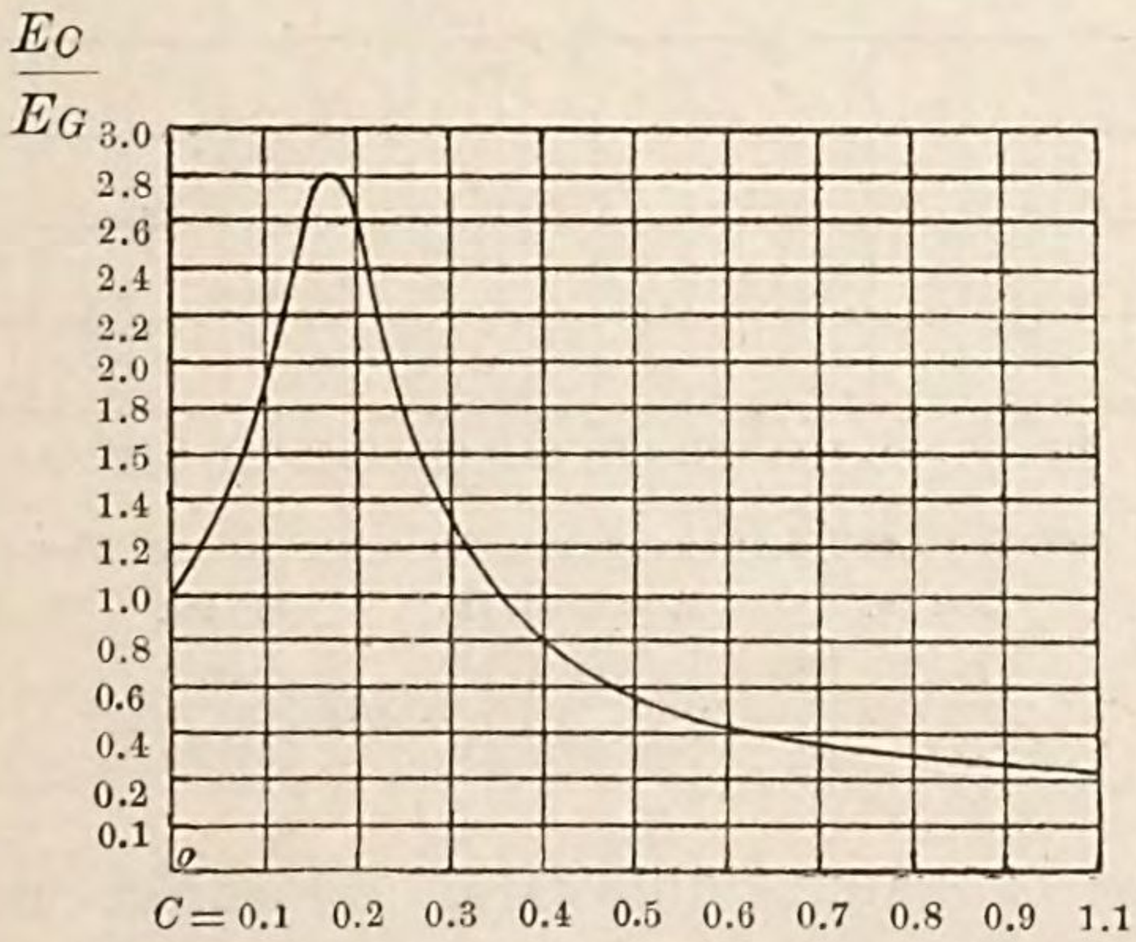



Fig. 51. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von C.

$L = 50$ Henry.
$R = 6000$ Ohm.
$\omega^2 = 10^5$.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = (1 - 5\,C)^2 + 3{\cdot}6\,C^2.$$

hätte, und dass die günstigste Polwechselzahl nahe an 200 liegt. Die Spannungen an den Transformatorklemmen und Kondensatorklemmen werden einander bei etwa 200 Polwechseln pro Sekunde gleich und die Summe der Verhältnisse wird in der Nähe von 200 Polwechseln grösser als der in der Tabelle angeführte höchste Wert 8·52. Die verhältnismässig geringe Abweichung zwischen Theorie und Experiment glaubt Dr. Sumpner darauf zurückführen zu müssen, dass die Selbstinduktion der mit einem Eisenkern versehenen Spule nicht mit rasch alternierenden Strömen, sondern mit einer einzigen Stromwendung gemessen wurde.



BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Berechnet man[1]) für die von Dr. Sumpner benutzte Spule und für $\omega^2 = 10^5$, was etwa 100 Polwechseln pro Sekunde entspricht, das Verhältnis der E. M. K. $E_C$ zur E. M. K. $E_C$ unter Zugrundelegung verschiedener Werte der Kapazität des Kondensators, so zeigen die in Fig. 51 niedergelegten, aus Gleichung (27) ermittelten Resultate, dass nur für den engen Bereich, der zwischen den Grenzwerten $C = 0$ und $C = 0{\cdot}35$ Mikrofarad liegt, eine Resonanzerscheinung auftritt. Eine Erhöhung der

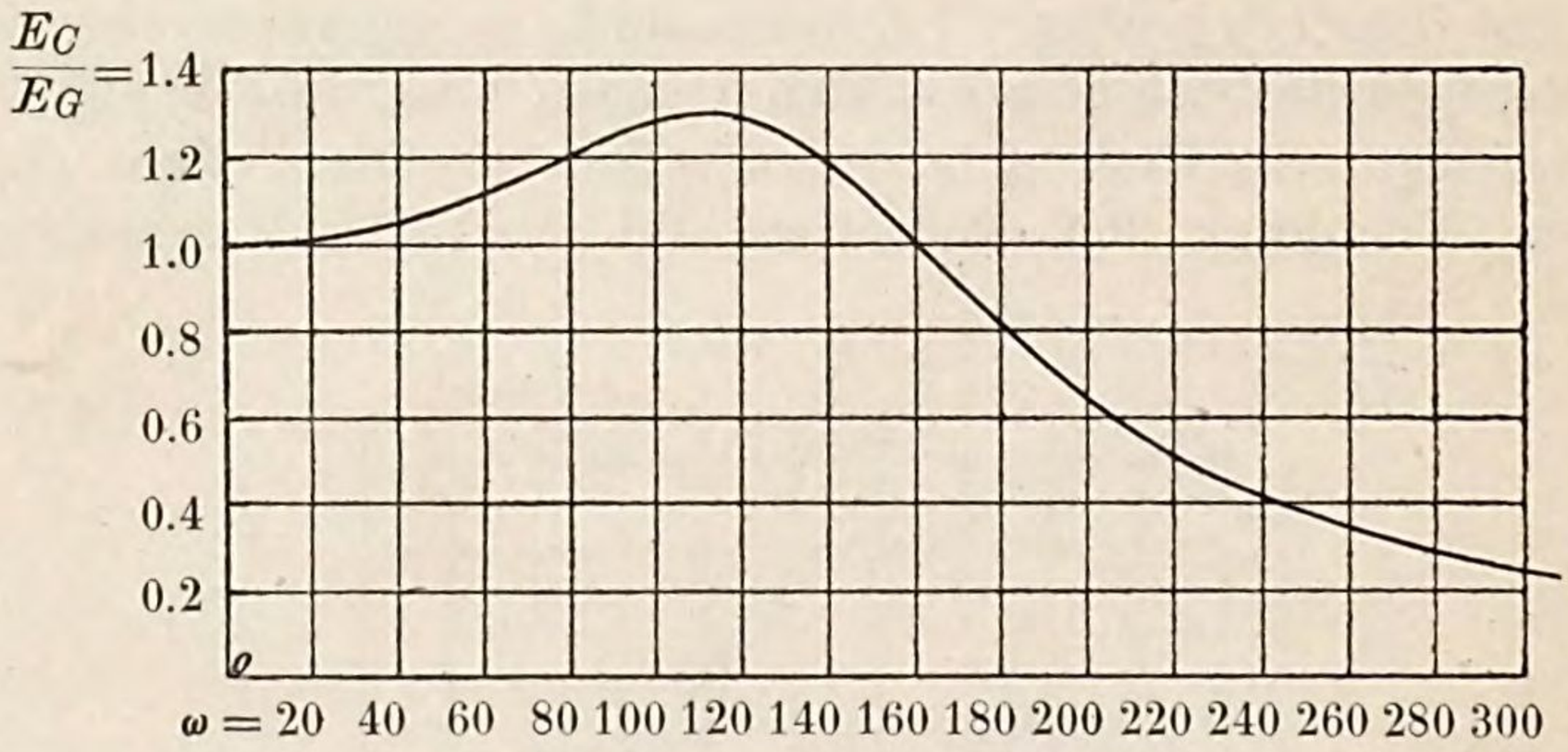



Fig. 52. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von w.
L = 50. R = 6000 Ω. C = 1.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = \left[1 - 0{\cdot}5\left(\frac{\omega}{100}\right)^2\right]^2 + 0{\cdot}36\left(\frac{\omega}{100}\right)^2.$$

Kapazität über $C = 0{\cdot}35$ Mikrofarad erniedrigt nur das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$, dessen Maximalwert für den vorliegenden Fall $R = 6000$ Ohm, $L = 50$ Henry, $\omega = 10^5$, bei der Kapazität $C = 0{\cdot}18$ Mikrofarad erreicht wird. Ähnliche Verhältnisse lässt folgende Fig. 52 erkennen, in welcher für die Sumpner'sche Spule und einen Kondensator von 1 Mikrofarad jene Werte von $\omega$ zu erkennen sind, für welche der Resonanzeffekt eintritt. Die Werte liegen zwischen $\omega = 0$ und $\omega = 160$, entsprechend etwa 51 Polwechseln pro Sekunde; die maximale Spannungserhöhung tritt dann ein, wenn $\omega = 110$, d. h. $p_2$ etwa gleich 35 Polwechseln pro Sekunde ist. Der Maximalwert, den das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$ hierbei erreicht, ist jedoch nur etwa gleich $1{\cdot}3$.

---

[1]) C. P. Feldmann, El. Zeitschr. 1892, p. 96 ff.
Die Figuren 50 bis 53 sind dieser Reihe von Artikeln entnommen.

Konstruiert man schliesslich die Kurve, Fig. 53, welche für R = 6000 Ohm und C = 0·5 Mikrofarad die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{E_C}{E_G}$ von dem Selbstinduktionskoëffizienten L darstellt, so erkennt man zunächst, dass die Kurve nicht wie die vorhergehenden bei dem Ordinatenwerte 1·0, sondern für L = 0 bei dem Ordinatenwerte 0·725 beginnt, welcher der für L = 0 geltenden Beziehung

$$\frac{E_C}{E_G} = \sqrt{1 + \frac{0{\cdot}5^2 \,.\, 10^5 \,.\, 36 \,.\, 10^6}{10^{12}}} = \sqrt{1{\cdot}9}$$

oder

$$\frac{E_C}{E_G} = 0{\cdot}725$$

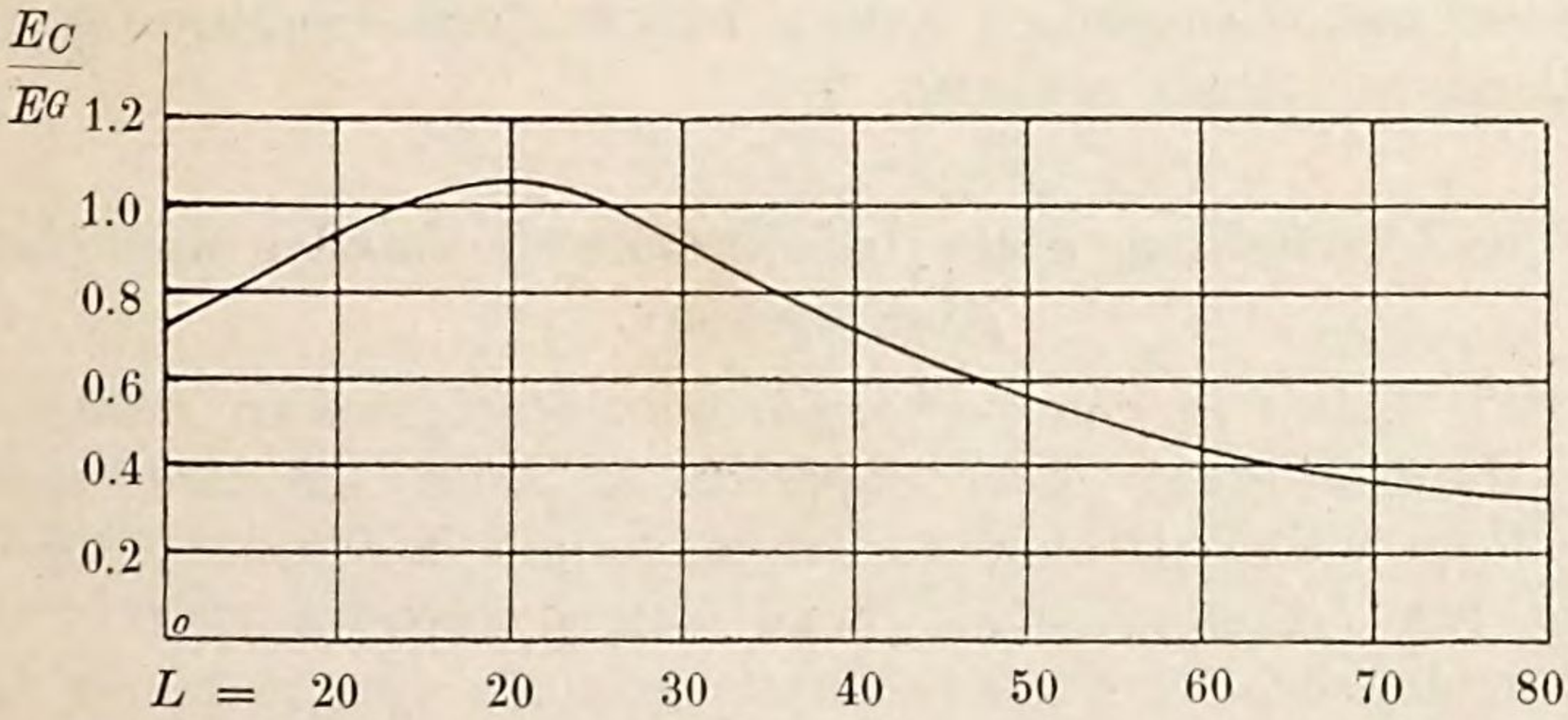



Fig. 53. Grenzen des Resonanzeffektes für verschiedene Werte von L.

C = 0·5. $\omega^2 = 10^5$. R = 6000 Ohm.

$$\left(\frac{E_G}{E_C}\right)^2 = (1 - 0{\cdot}05\ C)^2 + 0{\cdot}9.$$

entspricht. Derselbe Wert des Verhältnisses $\frac{E_C}{E_G}$ wird auch für L = 40 Henry erreicht, wo L C $\omega^2$ = 1 ist. Zwischen diesen Grenzwerten zeigt die Form der Kurve den Resonanzeffekt an, der seinen Maximalwert 1·056 für das Verhältnis $\frac{E_C}{E_G}$ bei einem Werte von L = 20 Henry, also genau mitten zwischen den Grenzwerten, erreicht. Wäre die Kapazität des Kondensators C nur gleich 0·05 Mikrofarad, also gleich einem Zehntel des soeben betrachteten Wertes gewesen, so wäre die maximale Spannungssteigerung bei L = 200 Henry eingetreten und es hätte dann die Kondensatorspannung den 10·6-fachen Wert der Maschinenspannung erreicht. Diese Be-

trachtungen zeigen also alle, dass für das als variabel angenommene Element im allgemeinen verhältnismässig enge Grenzen vorhanden sind und dass der Resonanzeffekt im allgemeinen um so bedeutender wird, je kleiner die Kapazität ist, nur dass für diesen Fall der Selbstinduktionskoëffizient ungewöhnlich hohe Werte annehmen muss.

Bei Untersuchung von konzentrischen Kabeln in Längen von 200—300 *m*, wie sie in der Regel vorkommen, liegt diese kleine Kapazität vor. Wenn also diese Untersuchungen mit einem Transformator für hohe Spannungen und mit grossem Übersetzungsverhältnis vorgenommen werden, so wird im Stromkreise auch eine bedeutende Selbstinduktion vorhanden und somit ein beträchtlicher Resonanzeffekt zu erwarten sein. Vielfache Messungen, die der Verfasser an konzentrischen Kabeln vorzunehmen Gelegenheit hatte, haben diese Überlegung als vollkommen richtig erwiesen. [1])

## 9. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes und eines Kondensators.

Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen erfahren, dass die Einfügung einer Kapazität in einen mit Widerstand behafteten Wechselstromkreis Erscheinungen hervorruft, welche jenen der Selbstinduktion genau entgegengesetzt sind. Wir sind schliesslich zu der Erkenntnis gelangt, dass in einem mit Widerstand R, Selbstinduktion L und Kapazität C behafteten Stromkreise die Wirkungen der Selbstinduktion und Kapazität sich vollkommen aufheben können, so dass der das Dielektrikum des Kondensators durchfliessende Strom $J_G$ denselben Wert erlangt, als ob die mit dem Strome gleichphasige E. M. Gesamtkraft $E_G$ auf einen Stromkreis vom Widerstand R wirkte.

Die Bedingung dafür war $C = \frac{1}{\omega^2 L}$, oder in anderer Schreibweise

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 29)$$

Der positiven Selbstinduktion L hält also in dem betrachteten Grenzfalle die gleich grosse, aber entgegengesetzt gerichtete negative Selbstinduktion des Kondensators, $\frac{1}{\omega^2 C}$, das Gleichgewicht.

---

[1]) Vergl. Seite 109 dieses Buches.

Wir können also jede in den Stromkreis eingefügte Kapazität C als äquivalent einer negativen Selbstinduktion auffassen, welche statt einer Verzögerung des Stromes eine Voreilung desselben gegenüber der E. M. Gesamtkraft bewirkt. Der dem Kondensator C entsprechende negative Selbstinduktionskoëffizient ist

$$L = -\frac{1}{\omega^2 C} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

Von dieser Anschauungsweise ausgehend, vermögen wir für den mit Widerstand und Kapazität oder Widerstand,

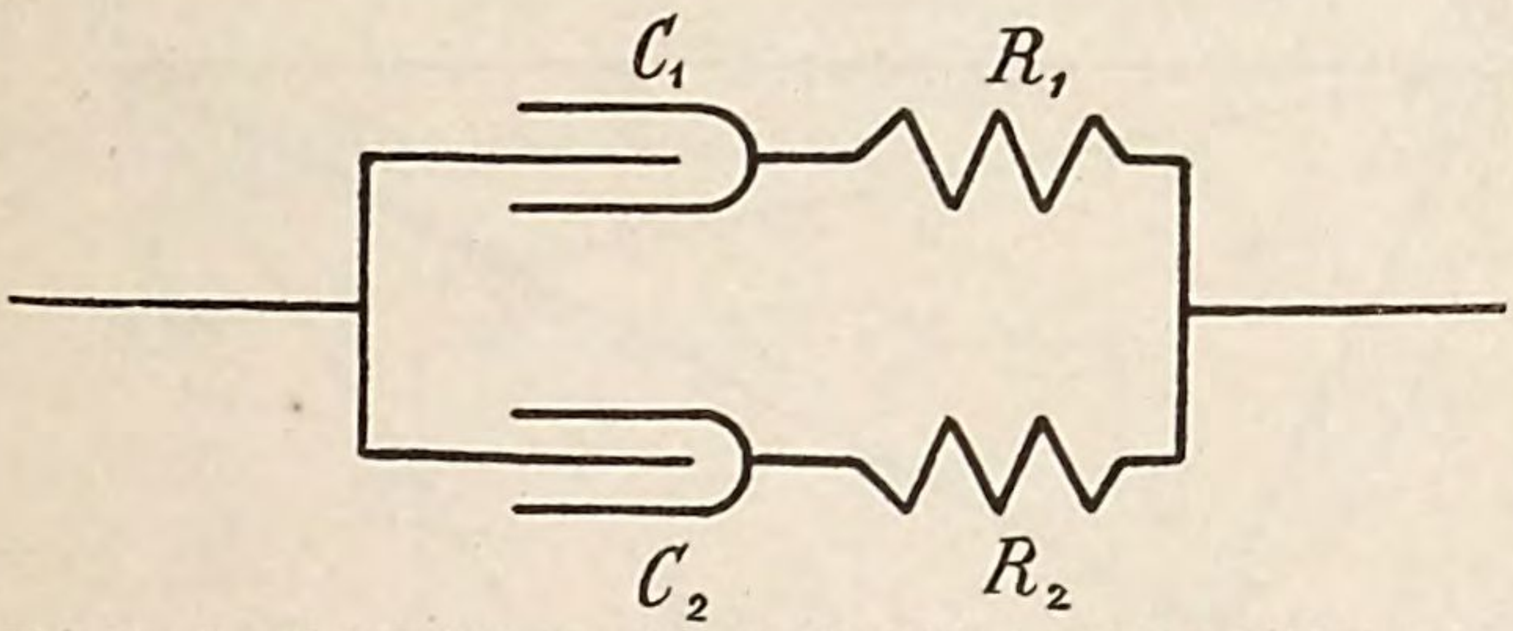



Fig. 54. Parallelschaltung zweier mit Kapazität behafteten Widerstände.

Kapazität und Selbstinduktion behafteten Stromkreis ohne weiteres alle jene Probleme zu lösen, welche wir für den nur mit Widerstand und Selbstinduktion behafteten Kreis bereits gelöst haben.

Es sei z. B. der Gesamtstrom J eines Stromkreises zu finden, welcher zwischen den gemeinschaftlichen Punkten (Fig. 54) die E. M. Gesamtkraft $E_G = 1000$ Volt besitzt und sich in zwei parallele Zweige spaltet. Jeder dieser Zweige besteht aus einem Widerstande und einem in Serie dazu geschalteten Kondensator. Die gegebenen Daten sind:

| | |
|---|---|
| $E_G = 1000$ | $E_G = 1000$ |
| $\omega = 1000$ | $\omega = 1000$ |
| $C_1 = 1 \times 10^{-6}$ | $C_2 = 2 \times 10^{-6}$ |
| $R_1 = 200$ | $R_2 = 1000$ |

und somit

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{1}{\omega C_1 R_1} = 5 \qquad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{1}{\omega C_2 R_2} = 0{\cdot}5.$$

Wir verfahren analog wie beim Entwurfe der Figur 31. Von der E. M. Gesamtkraft $E_G = 1000$ Volt ausgehend, schlagen wir über der dieselbe darstellenden Geraden O A einen Halb-

kreis, legen in A an $\overline{O\,A}$ die zwei Verschiebungswinkel $\varphi_1$ und $\varphi_2$ in Richtung der Voreilung und erhalten so die zwei rechtwinkeligen Dreiecke O A B für den ersten und O A C für den zweiten Stromkreis. Die Ströme $J_1$ und $J_2$ ergeben sich aus den Katheten A B und A C durch Division mit den entsprechenden Widerständen $R_1$ und $R_2$.

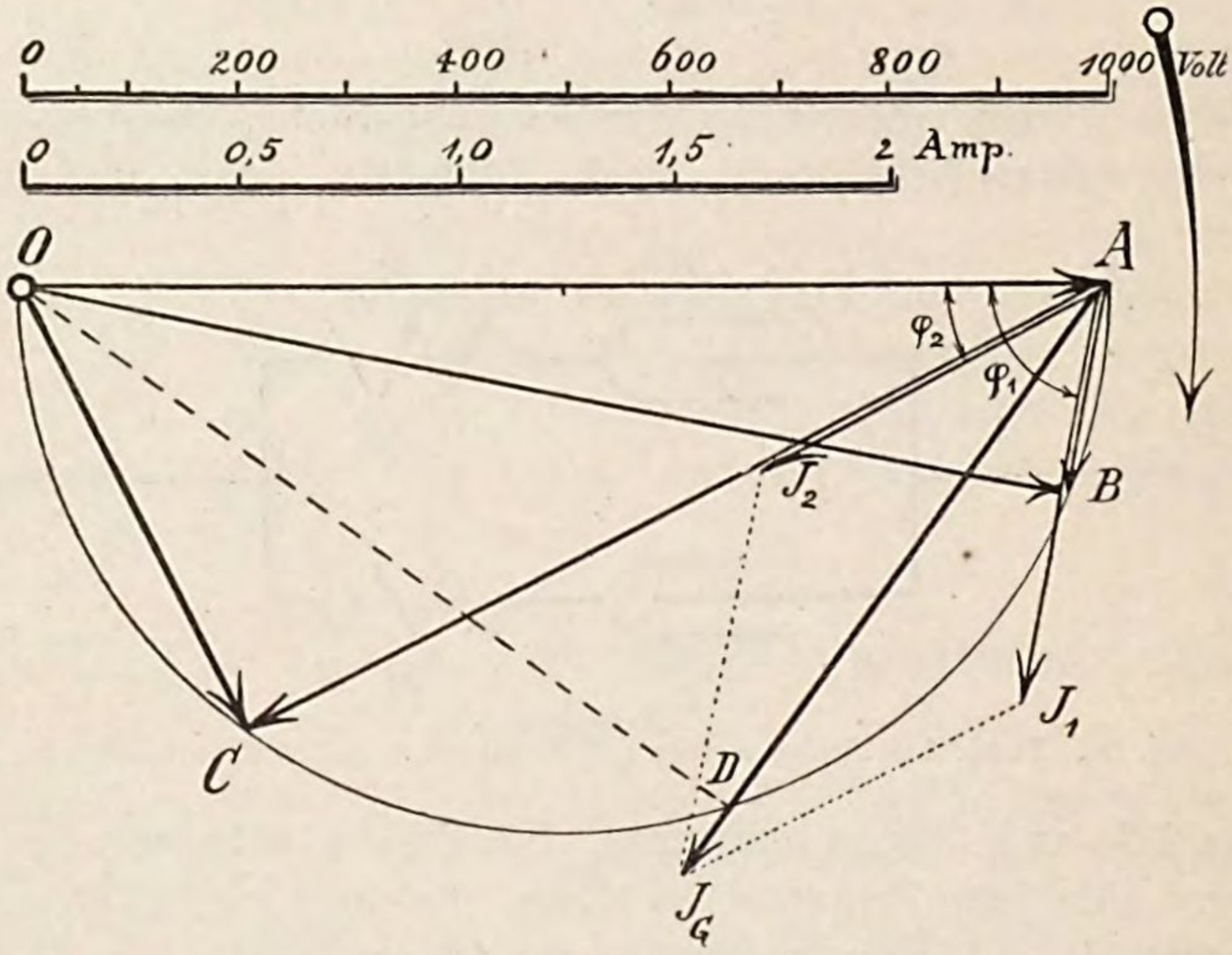



Fig. 55. Diagramm zu Figur 54.

Nach Figur und Rechnung ist

$$J_1 = \frac{A\,B}{R_1} = \frac{J_1\,R_1}{R_1} \cong 0{\cdot}98 \text{ Amp.}$$

$$J_2 = \frac{A\,C}{R_2} = \frac{J_2\,R_2}{R_2} \cong 0{\cdot}85 \text{ Amp.}$$

und somit nach Figur 55 $J_G = 1{\cdot}7$ Ampère.

Man erkennt, dass auch hier die Verschiebung des Gesamtstromes $J_G$, $\varphi$, zwischen jenen der Komponentenströme $J_1$ und $J_2$ liegt und dass sich mit Leichtigkeit eine äquivalente Kapazität und ein äquivalenter Widerstand finden lassen, welche, zu einem einfachen Stromkreise vereinigt, unter dem Einflusse der E. M. Gesamtkraft gerade den Strom $J_G = 1{\cdot}7$ Ampère passieren lassen.

Aus dem Diagramme A D O dieses aus äquivalentem Widerstand R′ und äquivalenter Kapazität C′ zusammengesetzten Kreises lassen sich leicht die Ausdrücke für R′ und C′ ableiten.

Dieselben sind identisch den auf Seite 64 in § 3 gegebenen Formeln für R′ und L′, wenn man setzt

$$l_1 = \frac{1}{C_1 \omega^2}; \quad l_2 = \frac{1}{C_2 \omega^2} \text{ und } L' = \frac{1}{C' \omega^2} \quad . \quad 30a)$$

In ähnlich einfacher Weise gestaltet sich nach den früheren Ableitungen der Fall mehrerer parallel geschalteter Stromkreise, die sämtlich von zwei Punkten abzweigen und Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Serie enthalten. [1])

Ein wichtiges Resultat vermittelt uns die Betrachtung des in Fig. 56 skizzierten einfachen Falles, bei welchem ein Kondensator mit Zuleitungen von praktisch vernachlässigbarem Widerstande einer Induktionsspule vom Widerstande R und der Selbstinduktion L parallel geschaltet ist. [2])

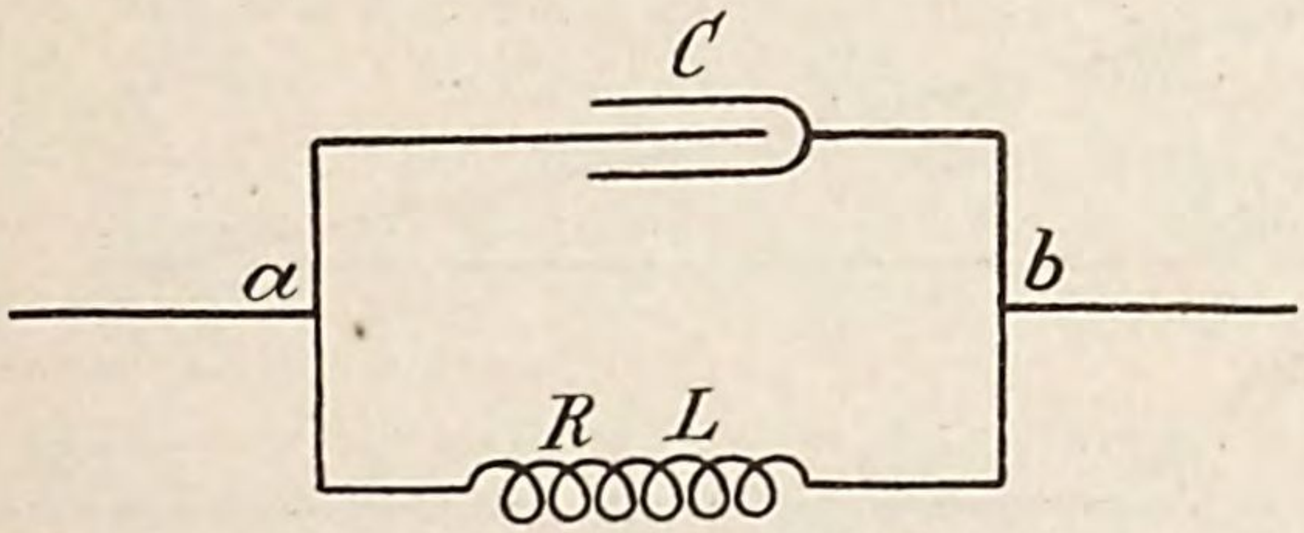



Fig. 56. Parallelschaltung eines Induktionswiderstandes mit einem Kondensator.

Es sei, um einen konkreten Fall zu behandeln, die Klemmenspannung zwischen a und b $E_G = 1000$ Volt, und ferner sei $\omega = 1000$, $C = 0{\cdot}5$ Mikrofarad, $L = 0{\cdot}5$ Henry.

Stellt dann im Diagramme (Fig. 57) die Linie $O\,A = E_G$ die Klemmenspannung zwischen den Punkten a und b, also auch die Klemmenspannung des Kondensators, dar, so ist der Ladestrom desselben durch die Linie $O\,J_0$ dargestellt, welche $E_G$ um $90^0$ voreilt und deren Grösse

$\overline{O\,J_0} = J_0 = E_G\,C\,\omega = 1000 \,.\, 2 \,.\, 1000 \,.\, 10^{-6} = 2$ Ampère

ist. Der zweite Stromkreis wird von einem Strome J durchflossen, dessen Stärke sich aus der Beziehung

$$J = \frac{E_G}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = 1{\cdot}96 \text{ Ampère}$$

berechnen oder besser aus dem Diagramme ermitteln lässt, indem man in bekannter Weise das Diagramm O A B der

---

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 302. New York 1893.

[2]) Vergl. auch Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 308. New York 1893, ferner Sahulka, El. Ztschr. 1893, p. 283 und C. P. Feldmann, El. Ztschr. 1892, p. 96.

E. M. Kräfte konstruiert und die Kathete $\overline{O\ E_N} = J\ R$ desselben durch R dividiert. Man erhält dann die Linie O J als Darstellung des Stromes J = 1·96 Amp. Fasst man nun die beiden Stromstärken zusammen, so ist der resultierende Gesamt-

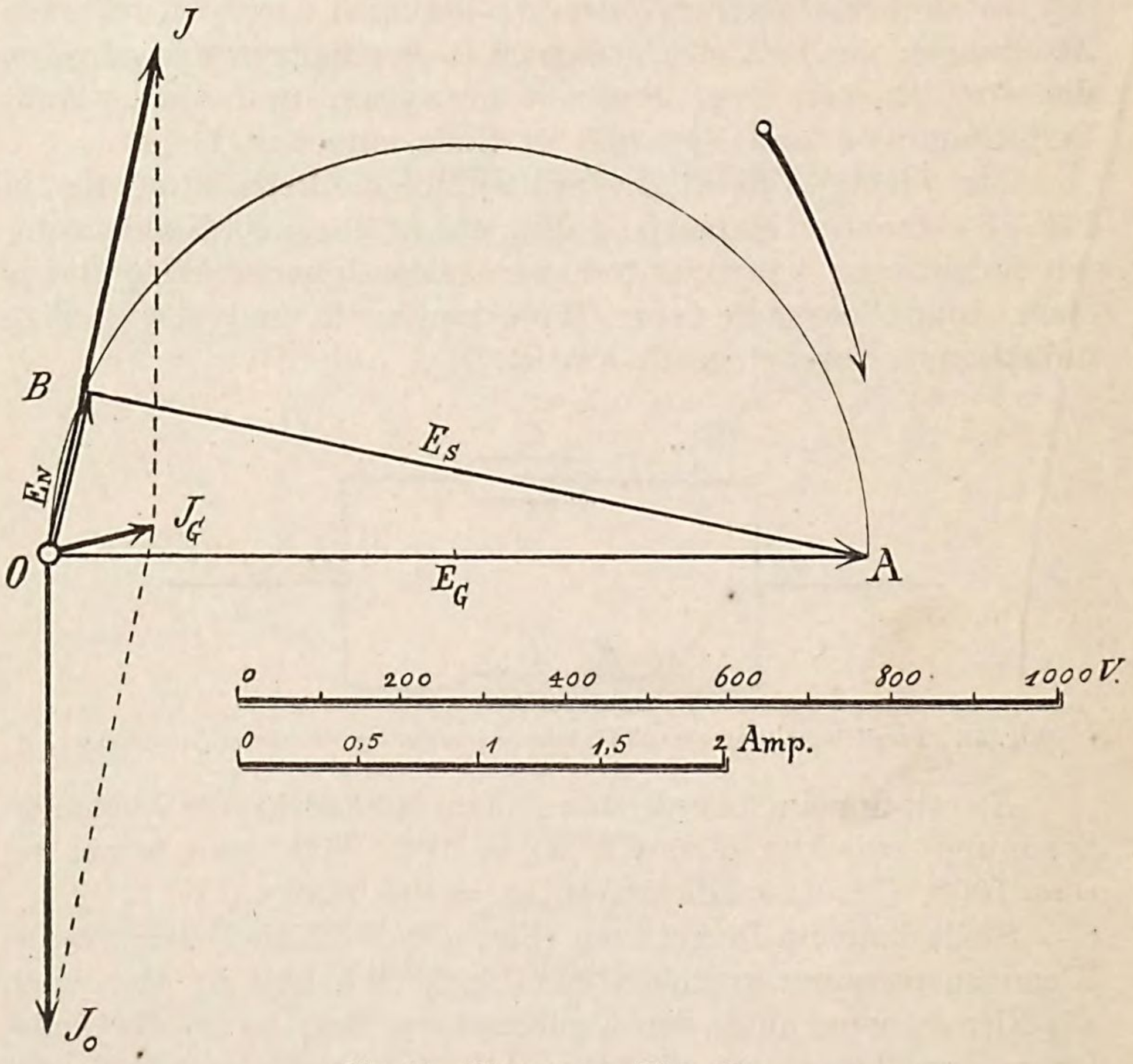



Fig. 57. Diagramm zu Figur 56.

strom $J_G$ fast vollkommen gleichphasig mit der E. M. Gesamtkraft, und ausserdem ist seine Stärke

$$\overline{O\ J_G} = J_G = 0{\cdot}45 \text{ Amp. etwa}$$

erheblich geringer als die des einen oder anderen Komponentenstromes.

Wenn also in einem Wechselstromkreise die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung und infolge dessen für eine bestimmte Arbeitsleistung die Stromstärke einen unerwünscht hohen Betrag erlangt, so ist es möglich, durch Parallelschaltung eines Kondensators von bestimmter Kapazität die Phasenverschiebung beliebig zu verringern oder überhaupt aufzuheben.

In diesem Falle müsste $J_G$ im abgeänderten Diagramme mit O A zusammenfallen und zur Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks werden, dessen Hypotenuse der Strom J ist. Daraus folgt ohne weiteres, dass der Gesamtstrom stets kleiner ist als der eine Komponentenstrom, welcher dem Induktionswiderstande angehört. Da aber, wie der gezeichnete Fall erkennen lässt, in dem rechtwinkelig gewordenen Dreieck O J $J_G$ der Winkel J O $J_G$ auch grösser werden kann als der andere spitze Winkel des Dreiecks, kann der Gesamtstrom $J_G$ leicht auch kleiner werden als jeder der Komponentenströme. Diese Thatsache wurde zuerst von Blakesley[1]) beobachtet und von ihm als eine Transformation nach aufwärts aufgefasst. Blakesley nennt deshalb die ganze Anordnung einen Kondensator-Transformator; Sahulka[2]) hebt jedoch mit Recht hervor, dass dieselbe nur einen starken Strom mit grosser Phasenverschiebung in einen schwachen Strom mit geringer Phasenverschiebung umwandelt, nicht aber, wie der gewöhnliche Wechselstromtransformator, die Energie in der Weise umformt, dass sich Strom und Spannung in reziprokem Verhältnisse ändern.

Als praktisches Beispiel des behandelten Falles werden wir später die Parallelschaltung eines Kondensators zu einem Transformator mit offenem magnetischen Kreise kennen lernen. Diese Transformatoren wurden durch Swinburne wieder in die Praxis eingeführt, da dieselben bei geringer täglicher Beanspruchung und dauerndem Betriebe geringere Effektverluste aufweisen können als die gebräuchlichen Transformatorentypen mit geschlossenem magnetischen Kreise; da sie aber sehr bedeutende Erregerströme aufweisen, so müssten die Maschinen und das Kabelnetz entsprechend stärkere Leiterdimensionen erhalten, wenn man nicht durch Anwendung des Kondensators die Erregerstromstärke verringern würde.

## 10. Behandlung der Probleme ohne Einführung von Selbstinduktion.

Will man die vorstehenden Probleme für die Zwecke der Praxis behandeln, so muss man von der Einführung konstanter Selbstinduktionskoëffizienten absehen; die Probleme sind trotzdem leicht lösbar, wenn man wiederum von der Anschauung

---

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektr. Wechselströme, deutsch von C. P. Feldmann, p. 40.

[2]) J. Sahulka, El. Ztschr. 1893, p. 283.

ausgeht, dass der resultierende Strom sich zusammensetzt aus einem der Phase nach mit der E. M. K. zusammenfallenden Arbeitsstrome und einem »wattlosen« Strome, der zur Erregung des magnetischen oder elektrostatischen Feldes dient. Für das magnetische Feld berechnet sich für einen gegebenen Wert $\omega$ der Erregerstrom $J_0$ aus den Dimensionen, der Kraftlinienzahl und der Permeabilität des magnetischen Kreises; für das elektrostatische Feld ist der zur Erzeugung einer Klemmenspannung $E_C$ erforderliche Erregerstrom $J_0' = C\,\omega\,E_C$.

Es seien nun in einem Wechselstromkreise ein Kondensator von der Kapazität $C = 0{\cdot}25$ Mikrofarad und ein Induktionswiderstand mit dem Erregerstrome $J_0 = 0{\cdot}4$ Ampère in Serie geschaltet. Der Widerstand der Zuleitungen zu der Stromquelle mit $E = 1000$ Volt sei vernachlässigbar; $\omega$ habe den Wert 1000, und ausserdem sei durch Messung oder Rechnung bestimmt, dass der Kondensator 20 Watt für dielektrische Hysteresis, der Induktionswiderstand 180 Watt für Hysteresis und Foucaultströme konsumieren.

Da der gesamte Effektverlust $180 + 20 = 200$ Watt ist, berechnet sich der Nutzstrom zu $J_N = 0{\cdot}2$ Ampère. Aus den gegebenen Daten folgt ferner für den Erregerstrom des Kondensators

$$J_0' = C\,\omega\,E = 0{\cdot}25\,.\,10^{-6}\,.\,1000\,.\,1000 = 0{\cdot}25 \text{ Amp.}$$

Sei in Fig. 58 $\overline{O\,B} = 0{\cdot}15$ Ampère die Differenz der entgegengesetzt gerichteten Erregerströme, $J_O = 0{\cdot}4$ Ampère und $J_0' = 0{\cdot}25$ Ampère, und O C der Arbeitsstrom $J_N = 0{\cdot}2$ Amp., dann ist der Gesamtstrom vor Einschaltung des Kondensators

$$\overline{O\,D} = \sqrt{J_0^2 + J_N^2} = \sqrt{0{\cdot}4^2 + 0{\cdot}2^2} = 0{\cdot}45,$$

nach Einschaltung des Kondensators

$$\overline{O\,F} = \sqrt{(J_0 - J_0')^2 + J_N^2} = \sqrt{0{\cdot}75^2 + 0{\cdot}2^2} = 0{\cdot}25.$$

Durch Serienschaltung des Kondensators wurde also der Gesamtstrom von 0·45 Amp. bis auf 0·25 Amp. erniedrigt und gleichzeitig die Phasenverschiebung von $\varphi_2$ auf $\varphi_1$ erniedrigt.

## 11. Über die an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretenden Erscheinungen.

Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen nur solche Probleme behandelt, bei welchen an einer oder einigen Stellen Kondensatoren eingeschaltet sind. Ein konzentrisches Kabel bietet uns den Fall eines Leiters dar, der auf seiner ganzen Länge mit gleichförmig verteilter Kapazität behaftet ist. In

einem solchen Leiter werden offenbar Strom und Spannung von Längenelement zu Längenelement verschieden sein, da jedes Leiterstück ausser dem Arbeitsstrome auch den Ladestrom für die folgenden Leiterstücke führen muss. Das Studium der Fortpflanzung eines harmonisch variierenden Stromes durch einen solchen Leiter ist von besonderer Wichtigkeit zur Lösung einzelner Fragen der Telephonie, führt aber, wie Sir W. Thomson, Mascart und Joubert[1]), O. Heaviside, Blakesley[2]) und Bedell und Crehore[3]) gezeigt haben, auf äusserst komplizierte Beziehungen. Zur Behandlung einzelner Wechselstromprobleme wird man deshalb sich mit der Annahme begnügen, dass das konzentrische Kabel durch einen einzigen Kondensator von gleicher Gesamtkapazität ersetzt werden kann. Die Erfahrung hat gezeigt, dass diese Annahme zur Erklärung einzelner an konzentrischen Kabeln bei Wechselstrombetrieb auftretender Erscheinungen vollkommen ausreicht.

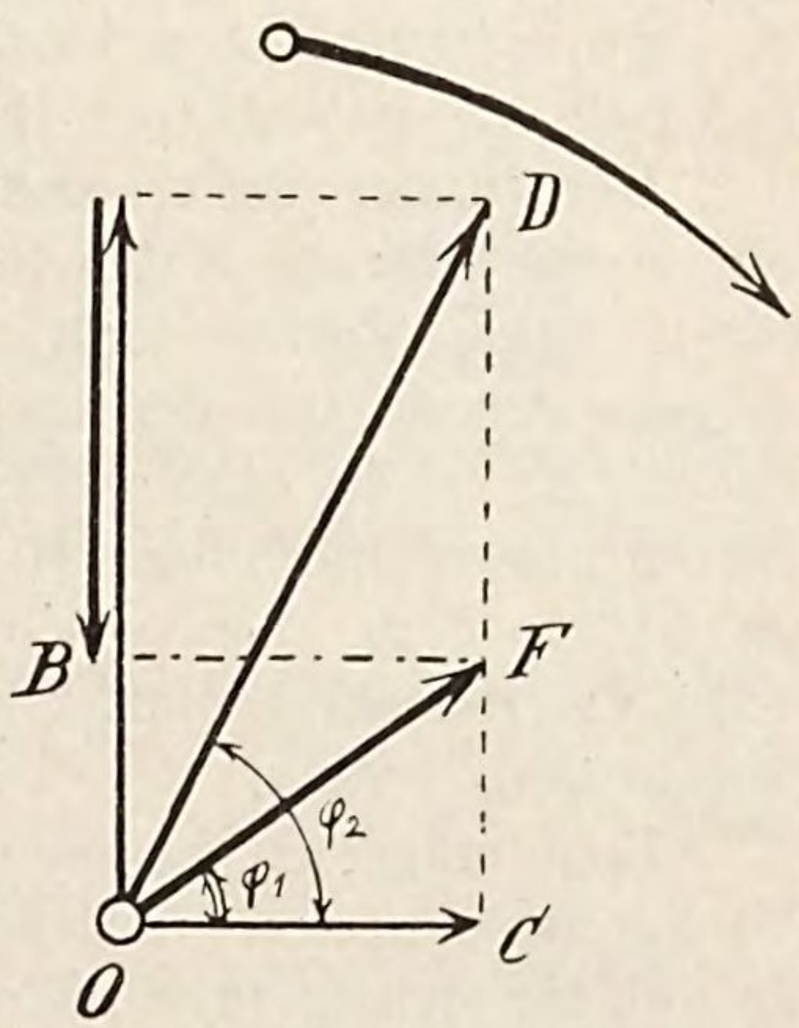


Fig. 58. Diagramm zu Fig. 56.

Die Kapazität eines konzentrischen Kabels lässt sich aus den Dimensionen desselben berechnen. Denken wir uns, um uns einem praktischen Falle zu nähern, den Kondensator aus zwei koaxialen Hohlzylindern hergestellt. Sei der äussere Radius des inneren Zylinders $r_2 = 1{\cdot}0\ cm$, der innere Radius des äusseren Zylinders $r_3 = 1{\cdot}5\ cm$ und sei die Dielektrizitätskonstante des im ganzen 1 *cm* starken Isoliermaterials $c = 3{\cdot}0$, so folgt die zur Erreichung einer Kapazität $C = 2$ Mikrofarad erforderliche Länge l dieses Kondensators aus der Beziehung, dass die Kapazität C in absoluten elektrostatischen Einheiten

$$C = \frac{c \,.\, l}{2 \lg \text{nat} \frac{r_3}{r_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

---

[1]) Mascart und Joubert, Leçons sur l'El. et le Magn. 1, § 233.
[2]) Blakesley, Die elektr. Wechselströme. Kapitel 8 und 9.
[3]) Bedell und Crehore, Alt. Currents, p. 177. El. London, 29, p. 619.

Will man C in Mikrofarad ausdrücken und statt der natürlichen Logarithmen die dekadischen einführen, so geht die obige Formel über in

$$C = \frac{c\,l}{2\,.\,9\,.\,10^{5}\,.\,2{\cdot}3026\,\lg_{10}\frac{r_3}{r_2}} = \frac{c\,l}{41{\cdot}45\,.\,10^{5}\,\lg_{10}\frac{r_2}{r_1}} \quad 32)$$

Hieraus folgt für unser Beispiel

$$l = \frac{2\,.\,41{\cdot}45\,.\,10^{5}\,.\,\lg\ 1{\cdot}5}{3} = 4{\cdot}86 \text{ Kilometer.}$$

Es entspricht das hier durchgeführte Beispiel der in § 6 auf Seite 87 enthaltenen Bemerkung.

Der in der Praxis meist vorhandene Fall ist jener, wo an ein konzentrisches Kabel in grösserer Entfernung Transformatoren angeschlossen sind, von denen eine grössere oder geringere Anzahl mit geringer Belastung arbeitet oder ganz leerläuft. Es ist in diesem Falle leicht möglich, dass ein Teil des Stromkreises eine höhere Spannung aufweist als die Stromquelle, da wir in dem eben geschilderten Falle das Zusammenwirken von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion (in den Transformatoren) haben.

Doch mag hier die Bemerkung Platz finden, dass auch ohne Vorhandensein von Transformatoren ein konzentrisches Kabel an und für sich einen Selbstinduktionskoëffizienten besitzt, welcher nach Lord Rayleigh's im Jahre 1886 im Philosophical Magazine [1]) gegebenen Entwickelungen aus den Dimensionen des Kabels berechnet werden kann.

Sei

$r_1$ der innere Halbmesser des inneren Zylinders,
$r_2$ der äussere Halbmesser des inneren Zylinders,
$r_3$ der innere Halbmesser des äusseren Zylinders,
$r_4$ der äussere Halbmesser des äusseren Zylinders und
L der gesuchte Selbstinduktionskoëffizient des Kabels von der Länge l,

so ist

$$\frac{L}{l} = 2\,.\,2{\cdot}3026\,.\,\lg\frac{r_3}{r_2} + \frac{2}{r_2^{\,2} - r_1^{\,2}}\left(\frac{r_2^{\,2} - 3\,r_1^{\,2}}{4} + \frac{2{\cdot}3026\,.\,r_1^{\,4}}{r_2^{\,2} - r_1^{\,2}}\,.\,\lg\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{2}{r_4^{\,2} - r_3^{\,2}}\left(\frac{r_3^{\,2} - 3\,r_4^{\,2}}{4} + \frac{2{\cdot}3026\,.\,r_4^{\,4}}{r_4^{\,2} - r_3^{\,2}}\,.\,\lg\frac{r_4}{r_3}\right), \quad 33)$$

worin sämtliche Logarithmen die Basis 10 besitzen.

---

[1]) J. A. Fleming, El. London, 26, p. 259, 1891.

Setzen wir für das zu Eingang betrachtete Kabel von 2 Mikrofarad Kapazität bei 4·86 *km* Länge den äusseren Radius $r_4 = 1{\cdot}75$ *cm*, so ist angenähert L pro Kilometer = 0·000138 Erdquadranten. Die folgende Tabelle giebt die Kapazität einer Reihe von Kabeln und die Selbstinduktion derselben an. Die Über-

Tabelle.

| Querschnitt in *qmm* | Kapazität zwischen beiden Leitern pro *km* | Kapazität zwischen äusserem Leiter und Bleimantel pro *km* | Selbstinduktionskoëffizient in Erdquadranten pro *km* |
|---|---|---|---|
| 220 | 0·415 | 0·775 | 0·000138 |
| 185 | 0·395 | 0·724 | 0·000155 |
| 120 | 0·30 | 0·62 | 0·000185 |
| 50 | 0·28 | 0·47 | 0·000195 |
| 25 | 0·17 | 0·40 | 0·000239 |

einstimmung der berechneten mit den gemessenen Kapazitäten geht so weit, als die Genauigkeit der mir gütigst zur Verfügung gestellten Daten erwarten liess.

Der unter dem Zusammenwirken von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion mögliche Resonanzeffekt trat deutlich bei einer Reihe von Messungen zutage, welche der Verfasser an konzentrischen Kabeln anzustellen Gelegenheit hatte. [1])

Bei den anfänglichen Messungen wurde der Strom mit 100 Polwechseln pro Sekunde von einer 10-pferdigen Ganz'schen Wechselstrommaschine älterer Konstruktion bei einer Klemmenspannung von etwa 35 Volt geliefert. Ein 10 P.S.-Transformator nahm diese Klemmenspannung primär auf und gab sekundär 5000 Volt an das Kabel ab. Probiert wurden etwa 50 Kabelstücke von je 200 — 300 *m* Länge verschiedenen Querschnittes, deren Kapazitäten pro Kilometer im Vorhergehenden angegeben sind und zwischen 0·2 und 0·8 Mikrofarad lagen. In jedem einzelnen Falle wurde bei Einschaltung des Kabels ein Steigen der primären von einem Cardew-Voltmeter angegebenen Spannung bei konstant gebliebener Erregung und Tourenzahl beobachtet. Der Betrag der Spannungszunahme war jedoch im allgemeinen bei Kabeln von grösserem Querschnitte, also mit grösserer Kapazität, ein höherer und variierte zwischen 3 Volt und etwa 12 Volt, wenn die nach Einschaltung des Kabels vorhandene Spannung 37 Volt total war. Die im Fol-

[1]) Und welche in der mehrfach erwähnten Reihe von Artikeln (Elektr, Zeitschrift 1892, p. 96. ff.) veröffentlicht wurden: Die Fig. 59 bis 64 sind diesen Artikeln entnommen.

genden angeführten Versuche werden jedoch die Behauptung wahrscheinlich machen, dass die sekundäre Spannung höher war, als man dem bekannten Übersetzungsverhältnis

$$\frac{5000 \text{ Volt}}{35 \text{ Volt}} = 135$$

zufolge erwarten sollte.

Bei einer anderen Serie von Beobachtungen an konzentrischen Kabeln anderer, wenn auch ähnlicher Fabrikation wurde der Strom mit etwa 100 Volt Klemmenspannung bei etwa 90 Polwechseln pro Sekunde von einer 15 P. S. Wechselstrommaschine abgenommen.

Die Spannung wurde durch drei primär parallel, sekundär hintereinander geschaltete Ringtransformatoren mit einem Übersetzungsverhältnis von je 1 : 18 auf 5000 Volt gebracht. Die Spannungen wurden primär mit einem Cardew-Voltmeter, sekundär mit einem Thomson'schen elektrostatischen Voltmeter (von White in Glasgow) gemessen. Bei annähernd konstanter Tourenzahl wurde dann, da ein Ausschalter für den Hochstrom nicht vorhanden war, die Erregung so lange variiert, bis das Sekundärvoltmeter 5000 Volt zeigte.

In diesem Falle gab, ohne Einschaltung eines Kabels, das Cardew-Voltmeter primär 93 Volt etwa an, entsprechend dem bekannten Übersetzungsverhältnisse $1 : 3 \times 18$.

Bei Einschaltung eines konzentrischen Kabels von $2 \times 25$ *qmm* Querschnitt bei 210 *m* Länge wies das Cardew-Voltmeter bei 5000 Volt sekundär 83 Volt primär auf, entsprechend einem scheinbaren Übersetzungsverhältnis 1 : 60. Bei Einschaltung eines konzentrischen Kabels von $2 \times 120$ *qmm* Querschnitt und 250 *m* Länge gab das Cardew-Voltmeter bei etwa 5000 Volt sekundär 77 Volt als Primärspannung an, entsprechend einem Übersetzungsverhältnis 1 : 65.

Bei fünf anderen Kabeln von $2 \times 120$ *qmm* Querschnitt und je 250 *m* Länge ergaben sich primär 78, 76, 79, 76 und 77 Volt bei etwa 5000 Volt sekundär.

Bei einem weiteren Kabel gleichen Querschnittes und gleicher Länge ergab sich bei 5000 Volt sekundär und einem normalen Übersetzungsverhältnis 1 : 54 eine Primärspannung von 76 Volt, entsprechend einer Umsetzung von 1 auf 66. Nun wurde einer der 3 Transformatoren ausgeschaltet, das normale Übersetzungsverhältnis also auf 1 : 36 reduziert. Bei 3250 Volt sekundär wurden etwa 74 Volt primär abgelesen, entsprechend einer Umsetzung von 1 auf 44.

Die Isolationswiderstände der untersuchten Kabel waren, auf 15° C. reduziert, etwa 5000—9000 Megohm pro Kilometer.

Einmal, als das Thomson-Voltmeter anderweitig benutzt wurde, wurde die Maschine so weit erregt, bis das Cardew-Voltmeter vor Einschaltung der Kabel 62 Volt zeigte; bei Einschaltung von zwei Kabeln von $2 \times 120$ *qmm* Querschnitt bei je 250 *m* Länge stieg die Spannung bei unveränderter Erregung und Tourenzahl auf 67 bezw. 69 Volt.

Bei den im Folgenden näher beschriebenen Versuchen, welche Dr. Fleming[1]) an den Kabeln zwischen London und Deptford anzustellen Gelegenheit hatte, zeigte sich die Erscheinung der Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators sehr deutlich. Sobald die etwa 20 *km* lange Linie Ferranti'schen Kabels eingeschaltet wurde, stieg das Übersetzungsverhältnis des 150 P. S.-Transformators, welcher die Spannung der Maschine von 2500 Volt auf 10000 Volt umsetzen sollte, um etwa 5%, wenn das Kabel belastet wurde (Beobachtung 1 bis 12) und um etwa 10%, wenn nur der Ladestrom das Kabel durchfloss (Beobachtung 13 bis 20).

Änderung der Übersetzungsverhältnisse bei den Deptforder Transformatoren.

| Nummer der Beobachtung | Gesamtstrom in Ampère | Scheinbares Übersetzungsverhältnis |
|---|---|---|
| 1 | 29·2 | 2177 : 9 060 = 4·17 |
| 2 | 31·5 | 2385 : 10 100 = 4·24 |
| 3 | 32·0 | 2458 : 10 300 = 4·18 |
| 4 | 29·2 | 2177 : 9 110 = 4·18 |
| 5 | 28 7 | 2311 : 9 700 = 4·20 |
| 6 | 27·6 | 2251 : 9 600 = 4·27 |
| 7 | 27·0 | 2568 : 10 490 = 4·07 |
| 8 | 26·0 | 1994 : 8 420 = 4 23 |
| 9 | 24 0 | 2448 : 10 170 = 4 15 |
| 10 | 22·0 | 2496 : 10 560 = 4·23 |
| 11 | 21·5 | 2400 : 10 360 = 4·33 |
| 12 | 17 0 | 2311 : 9 700 = 4 20 |
| 13 | 11·0 | 2280 : 9 870 = 4·33 |
| 14 | 11·0 | 2328 : 9 970 = 4 27 |
| 15 | 10 0 | 1620 : 7 240 = 4·47 |
| 16 | 5·0 | 1104 : 5 200 = 4·72 |
| 17 | 9 0 | 1212 : 5 500 = 4·54 |
| 18 | 9·0 | 1308 : 5 900 = 4·51 |
| 19 | 10·0 | 1800 : 7 920 = 4·40 |
| 20 | 12 0 | 2136 : 9 380 = 4·40 |

[1]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 17 ff.

Die genauen Werte der am Deptforder Ende in das Kabel gesandten Ströme und der an diesem Ende beobachteten scheinbaren Übersetzungsverhältnisse sind in der vorhergehenden Tabelle zusammengestellt [1]).

Sobald also das Kabel eingeschaltet wird, zeigt sich an den Hochspannungsklemmen des Transformators eine höhere Spannung, als ohne Vorhandensein des Kabels entsprechend der Maschinenerregung und dem normalen Umsetzungsverhältnis des Transformators aufgetreten wäre. Dies ist der eigentliche, so vielfach missverstandene »Ferranti-Effekt«.

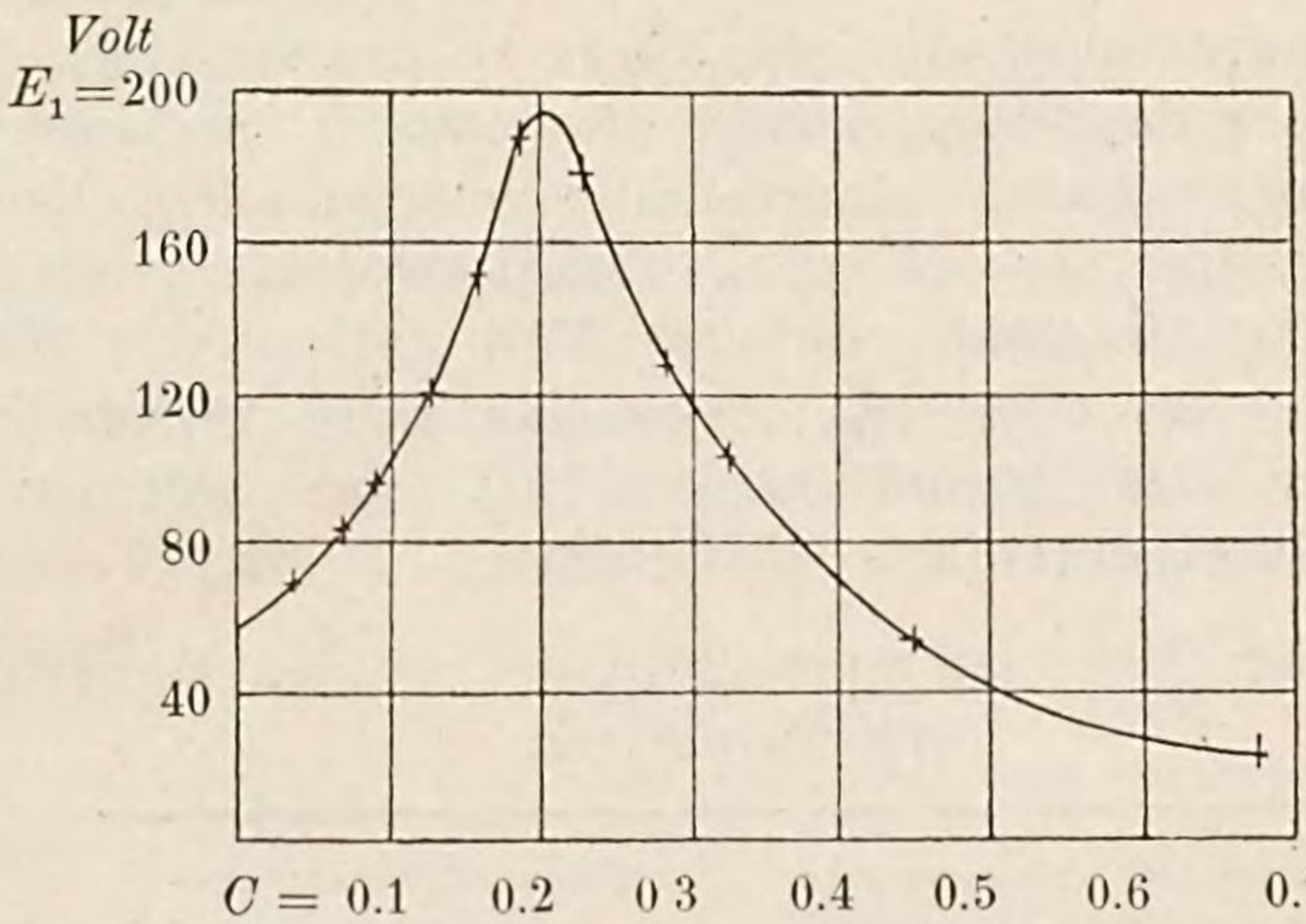



Fig. 59.
Verlauf der primären E. M. K. bei Einschaltung eines Kondensators von variabler Kapazität.

Die Zunahme des scheinbaren Übersetzungsverhältnisses mit abnehmender Belastung mag wohl daher rühren, dass bei schwacher Belastung die Selbstinduktion des Transformators steigt, während sie bei Vollbelastung praktisch fast Null ist.

Über die bei Anwendung eines Transformators in Verbindung mit einem Kondensator von variabler Kapazität auftretenden Änderungen des Übersetzungsverhältnisses geben die folgenden Figuren 59 und 60 Auskunft [2]). Dieselben stellen die Resultate der von Siemens Bros., London, mit einer Siemens'schen $W_1$-Maschine bei 200 Polwechseln pro Minute angestellten Versuche dar. Erregerstrom und Tourenzahl wurden konstant gehalten und der Strom der $W_1$-Maschine in die dickdrähtige

---

[1]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 75 ff.
[2]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 20 ff.

Spule eines No. 2 - Transformators gesandt, dessen Hochspannungsspule an verschiedenen Längen eines einaderigen, mit Guttapercha isolierten Kabels angeschlossen wurde. Die in den Figuren 59 und 60 als Ordinaten aufgetragenen primären und sekundären Spannungen wurden für jeden der als Abscissen in die Figuren eingetragenen Kapazitätswerte mit einem Siemens-Voltmeter und einem statischen Voltmeter bestimmt; die Kapazität wurde durch Einschaltung verschiedener Längen des Kabels variiert.

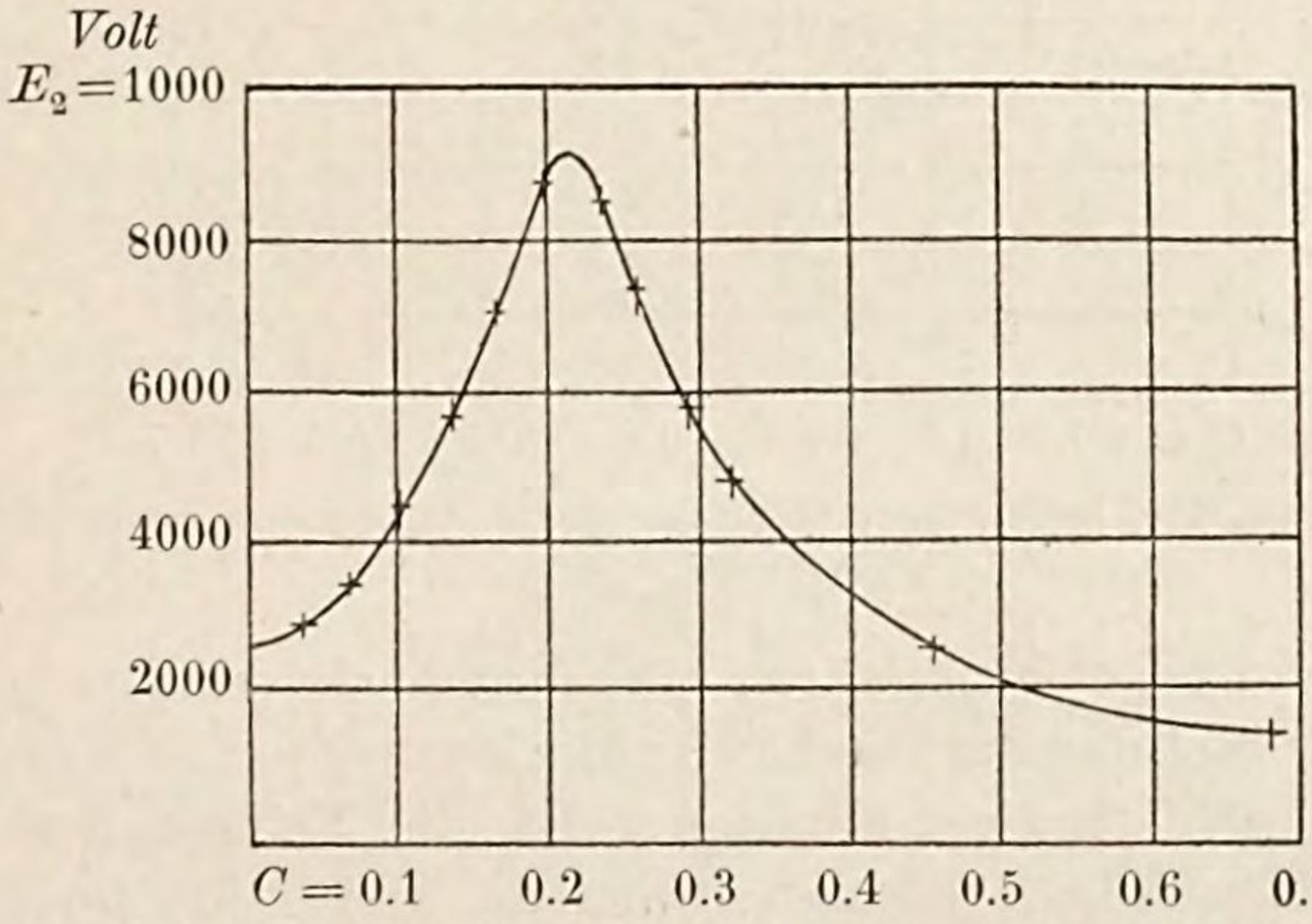



Fig. 60. Verlauf der sekundären E.M.K. bei Einschaltung eines Kondensators von variabler Kapazität.

Die Figuren zeigen denselben Charakter wie die im Vorhergehenden gegebenen Figuren 50, 51, 52 und 53. Bei näherer Prüfung erkennt man jedoch, dass das Verhältnis ihrer Ordinaten, d. h. das Übersetzungsverhältnis des Transformators, mit Einschaltung höherer Kapazitäten so steigt, wie es Fig. 61 veranschaulicht.

Die einzige annehmbare Erklärung für diese Änderung des Übersetzungsverhältnisses hat J. Swinburne[1]) gegeben, indem er auf die Streuung in dem Transformator Rücksicht nahm. Die Spannungserhöhung würde bei Vorhandensein eines Verlustfeldes natürlich die an das Kabel angeschlossene Hochspannungsspule stärker beeinflussen als die an die Maschine angeschlossene Spule, und daraus würde sich eine Steigerung des Übersetzungsverhältnisses ergeben.

---

[1]) J. Swinburne, El., London, 27, p. 136. Die Richtigkeit dieser Anschauung ist während der Druklegung dieses Kapitels durch J. Sahulka nachgewiesen worden. (El. Zeitschr. 1893, p. 739.)

Um die Spannungserhöhung beim Anschlusse eines Kondensators an eine Wechselstromquelle überhaupt zu erklären, greift Jas. Swinburne darauf zurück, dass der Kondensatorstrom der Kondensatorspannung um $90^0$ voreilt. Er wird somit an seinem Maximalwerte sein, wenn die E. M. K. der Maschine Null ist, wenn also die Magnetpole der Maschine den Armatur-

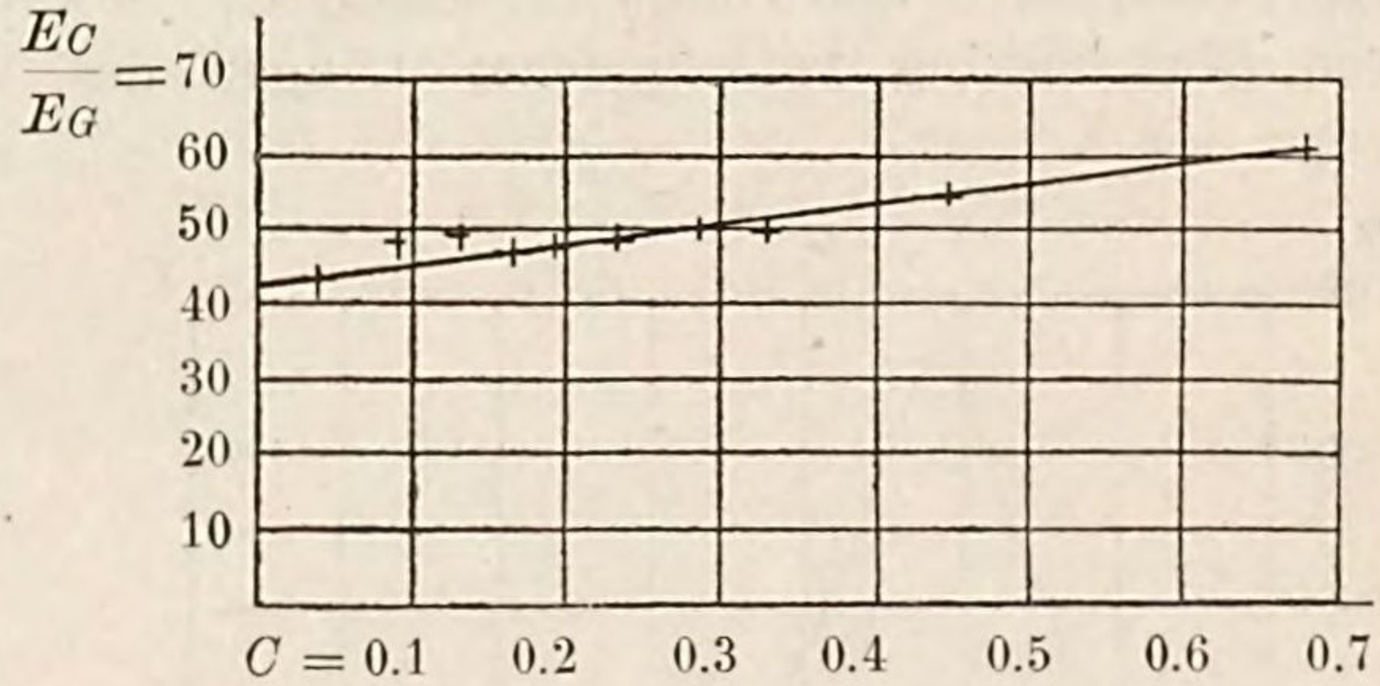



Fig. 61. Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators mit geschlossenem magnetischen Kreise.

spulen gerade gegenüberstehen. Der Kondensatorstrom passiert nun in dieser Stellung maximaler Kraftlinienströmung die Armaturspulen und erhöht die Induktion. Da die Feldmagnete nicht jeder Pulsation folgen können, wird die Induktion im ganzen einen höheren Mittelwert annehmen. Die Erscheinung muss

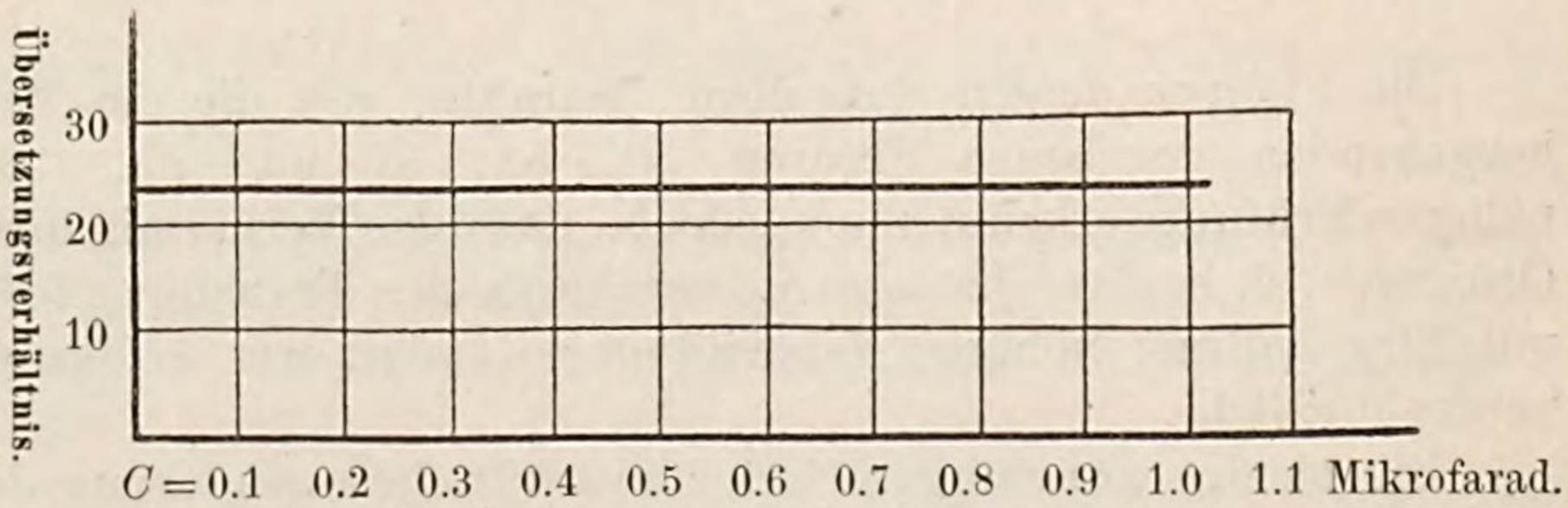



Fig. 62. Änderung des Übersetzungsverhältnisses eines Transformators mit offenem magnetischen Kreise.

sich noch stärker bemerkbar machen, wenn die Maschine nicht direkt, sondern mittels eines Transformators auf das Kabel arbeitet, der ihre Spannung um das n fache erhöht. Denn in diesem Falle ist, dank der Transformation, der Kondensatorstrom in den Armaturspulen n mal stärker und gleichzeitig die Erregung etwa n mal schwächer als im vorhergehenden Falle; die Wirkung der beiden Ursachen ist also eine sehr wesentlich verstärkte.

Bemerkenswert ist, dass sowohl die von Prof. Dr. Fleming in extenso mitgeteilten Beobachtungsresultate, auf welche sich die drei Figuren 59, 60 und 61 beziehen, als auch die übrigen bei des Verfassers Kabelprüfungen erhaltenen Zunahmen des Übersetzungsverhältnisses bei Einschaltung von Kapazität im Sekundärkreise stets an Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise erhalten wurden. In der Diskussion zu Fleming's Abhandlung erklärte Alexander Siemens[1]) bereits, dass bei einer anderen Transformatorentype mit offenem magnetischen Kreise eine Änderung des Übersetzungsverhältnisses bei Einschaltung und Änderung von Kapazität im Sekundärkreise nicht beobachtet werden konnte. Aber erst später[2]) erschien eine genauere Beschreibung dieser letzten Transformatorentype und der mit derselben erhaltenen Resultate, welche in Fig. 62 niedergelegt sind. Das Übersetzungsverhältnis blieb bei den Versuchen, wie die Figur erkennen lässt, durchweg auf dem Werte 23·5, trotzdem die Kapazität von 0 bis 1 Mikrofarad geändert wurde; die Spannungen des primären und sekundären Kreises jedoch veränderten sich in der bekannten Weise. Der einzige Unterschied zwischen dem Transformator mit offenem und dem mit geschlossenem magnetischen Kreise besteht also darin, dass bei dem ersteren bei Einbringung von Kapazität in den Sekundärkreis die Spannungen in beiden Stromkreisen sich derart ändern, dass ihr Verhältnis konstant bleibt, während bei dem zweiten ausser der Spannungsänderung auch eine Änderung des Übersetzungsverhältnisses auftritt.

Daraus folgen für Untersuchungen an Kabeln, die mit hochgespanntem Wechselstrom vorgenommen werden sollen, einige beachtenswerte Punkte.

Soll die Prüfung mit Transformatoren vorgenommen werden, deren magnetischer Kreis geschlossen ist, so ist ein Voltmeter zur direkten Messung erforderlich, da die Berechnung der Hochspannung aus den Angaben eines im Niederspannungskreise eingeschalteten Cardew-Voltmeters unter Zugrundelegung des aus den Windungszahlen berechneten Übersetzungsverhältnisses falsche Resultate giebt.

Ist ein Voltmeter zur Messung hoher Spannungen vorhanden, oder ist sonst die Abhängigkeit des Übersetzungsver-

---

[1]) Alexander Siemens, El., London, 27, p. 137.
[2]) El., London, 28, p. 86.

hältnisses von der eingeschalteten Kapazität und die Kapazität des zu untersuchenden Kabelstückes bekannt, so empfiehlt es sich, erst nach Einschaltung des Kabels die Erregung langsam so lange zu steigern, bis die vorgeschriebene Sekundärspannung erreicht ist. Stellt man nur nach dem Primärvoltmeter ein und schaltet dann das Kabel hinzu, so kann man leicht durch das plötzliche hohe Ansteigen der Spannung die Isolation des Kabels eher gefährden als prüfen.

Arbeitet man mit Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise, so ist das Sekundärvoltmeter für die hohe Spannung entbehrlich. Doch treten auch in diesem Falle beim Hinzuschalten des zu prüfenden Kabels plötzliche Spannungserhöhungen ein, denen gegenüber das allmähliche Steigern der schon von Anfang an direkt auf das Kabel wirkenden Spannung im Interesse der Erhaltung der Isolation entschieden vorzuziehen ist.

Im Verlaufe der Verlegungsarbeiten der vielbesprochenen Kabellinie Deptford-London zeigten mehrfache Versuche, dass ein Leiter von so beträchtlicher elektrostatischer Kapazität merkwürdige und zu jener Zeit unerwartete Erscheinungen zeigte, sobald grösseren Längen desselben Wechselstrom durch die Sekundärspule eines Transformators zugeführt wurde. Während der Verlegung wurde nämlich [1]) die Isolation des äusseren Leiters unter Anwendung eines Transformators mit 500 Volt Wechselstrom geprüft. Um ganz sicher erkennen zu können, dass die Leitungen unter Druck standen, wurden am entfernten Ende fünf 100-voltige Glühlampen in Serie geschaltet; dabei wurde bemerkt, dass die Lampen um so heller brannten, je grösser die eingeschaltete Kabellänge war. Beim Weiterschreiten musste eine sechste Lampe zugefügt werden, damit die Lampen nicht zu hell brannten. Trotzdem die zitierte Nummer der englischen Fachzeitschrift ausdrücklich bemerkt: »Die Spannung längs des ganzen Kabels ist praktisch die gleiche, abgesehen von dem nach dem Ohm'schen Gesetze zu erwartenden Spannungsabfall«, sind im Eifer der Erklärung über diese Erscheinungen vielfach ungenaue oder unrichtige Angaben gemacht worden.

So konstatiert James Swinburne [2]) in seiner der Londoner Physikalischen Gesellschaft vorgelegten Abhandlung »Über Wechselstromkondensatoren«, dass die Spannung gegen das

---

[1]) Nach Ferranti's Angaben. El., London, 26, 19. Dezbr. 1890, p. 205.
[2]) James Swinburne, El., London, 26, 19. Dezember 1890, p. 214. — El. Zeitschr. 1891, p. 358.

Londoner Ende der Kabellinie zunimmt, und in der Diskussion darüber erwähnt A. P. Trotter[1]), dass „die Anhäufung des Potentials“ nur stattfand, wenn Transformatoren angeschlossen waren, dass die Erscheinung aber nicht bemerkbar war, wenn die Maschinen direkt auf das Netz arbeiteten. Im ersteren Falle sei die Zunahme der Volt proportional der eingeschalteten Länge gewesen, und es hätten 8500 Volt in Deptford 10000 Volt in London ergeben. Trotter's Angaben werden richtig, wenn

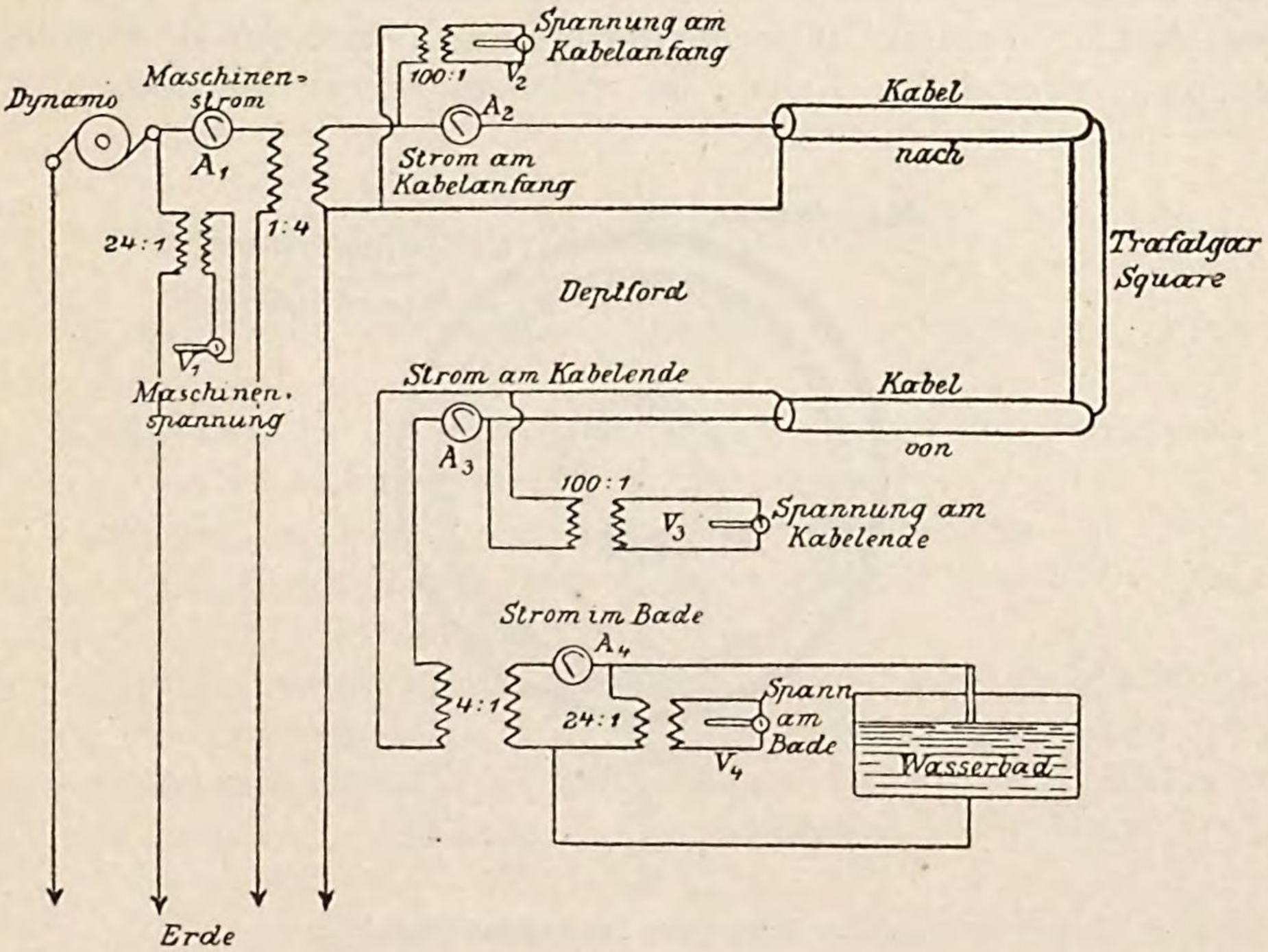



Fig. 63.

Schema der Verbindungen bei Fleming's Untersuchungen des „Ferranti-Effektes.“

man dem letzten Satze einige Worte beifügt: „8500, ohne Kabel in Deptford gemessen, ergaben nach Einschaltung des Kabels 10000 Volt in London und in Deptford.“ Auf Grund der Lektüre von Swinburne's Abhandlung arbeitete Glazebrook[2]) eine mathematische Theorie für den kritischen Wert der Kapazität aus, welche sich im wesentlichen mit den früher gegebenen Ableitungen deckt. Acht Tage nach Glazebrook's und 14 Tage nach Swinburne's Artikel erschien in

---

[1]) A. P. Trotter, El., London, 26, 19. Dezember 1890, p. 214.
[2]) R. T. Glazebrook, El., London, 26, 26. Dezember 1890, p. 233.

der gleichen Zeitschrift eine Mitteilung Prof. Ayrton's[1]) über experimentelle Versuchsresultate. Ayrton's Ansicht ist, dass der blosse Umstand, dass das die beiden Transformatoren verbindende Kabel der ganzen Länge nach Kapazität besass, hinreiche, um in London eine höhere Spannung zu erzeugen als in Deptford.

Wenngleich diese Ansicht nach Blakesley's Entwickelungen über die gleichförmige Verteilung der Kondensator-Eigenschaften eine Bestätigung findet, so haben dennoch Prof. Fleming's[2]) eingehende Versuche unzweideutig erwiesen, dass das nicht vollkommen stromdichte Kabel, bei welchem ausser der Kapazität

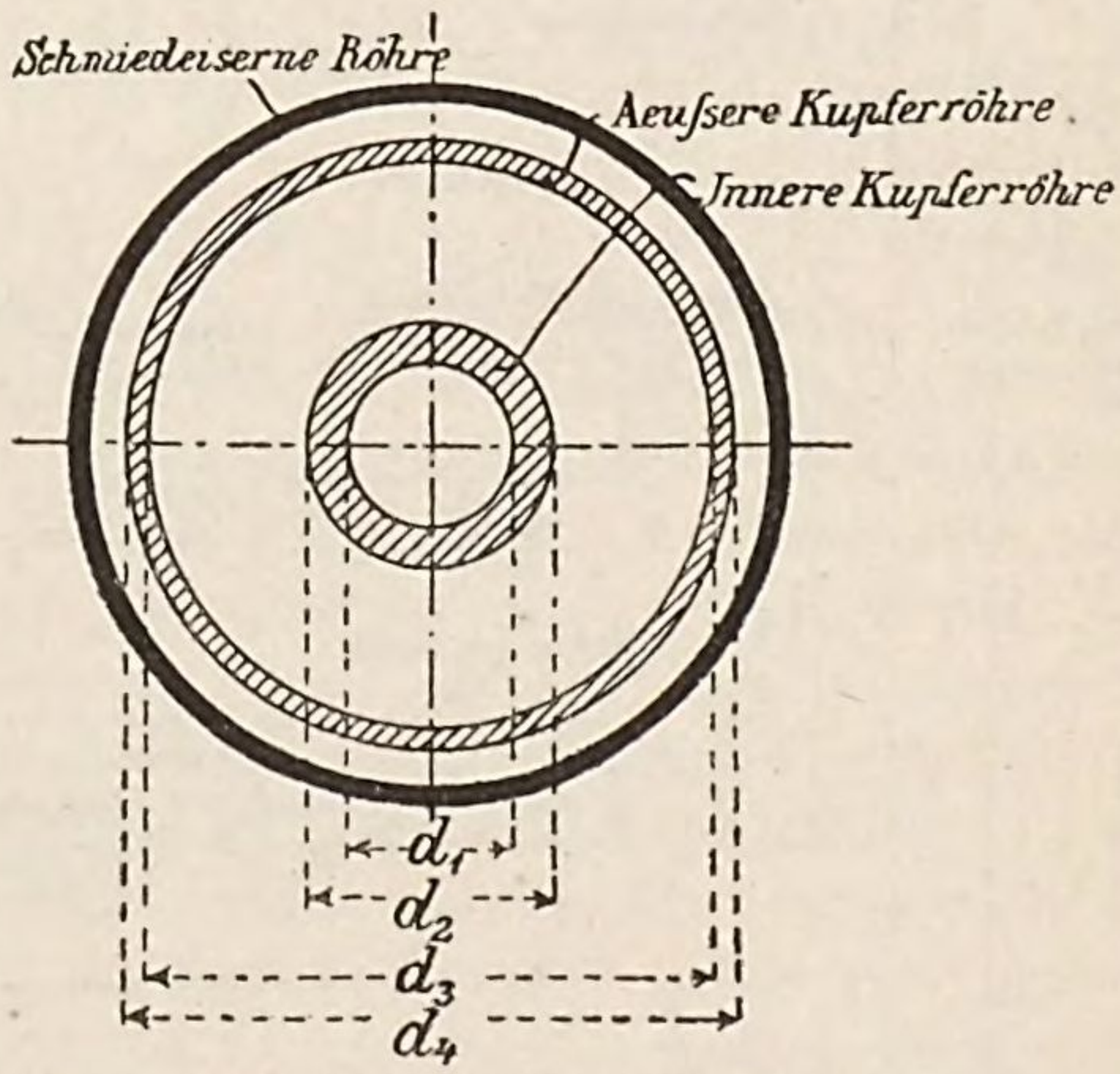



Fig. 64. Querschnitt des Ferranti-Kabels.

auch ein gewisser, wenn auch kleiner Betrag von Selbstinduktion gleichförmig verteilt ist, sich sowohl ohne, als bei halber und voller Belastung wie ein einziger Kondensator verhält.

Fleming's Experimente wurden am 9. Januar 1891 in der Deptforder Zentrale und unter der Beihülfe von Preece, Major Cardew, Ferranti und Betriebsingenieuren und Assistenten mittels einer der für diesen Zweck auf etwa 2500 Volt erregten 1200 P. S.-Maschinen vorgenommen. Mittels zweier 150 P. S.-Transformatoren wurde der Strom dieser Maschine auf etwa 10000 Volt umgesetzt und (Schema Fig. 63) in die von

---

[1]) W. E. Ayrton, El., London, 26, p. 260.

[2]) J. A. Fleming, El., London, 27, p. 17, 46, 74, 106. Diskussion p. 137.

der Zentrale nach der Unterstation in Trafalgar Square und von dort nach der Zentrale zurückführenden zwei Hauptstränge konzentrischen Kabels gesandt, welche in der Unterstation hintereinander geschaltet waren. Die gesamte zur Verfügung stehende Kabellänge betrug somit 11·49 englische Meilen = 18485 *m*. Die elektrischen Daten des Kabels sind in der beigefügten Fig. 64 und der folgenden Tabelle zu ersehen[1]).

Innerer Halbmesser der inneren Röhre $^1/_2$ $d_1$ = 0·281 inch.
= 7·29 *mm*,
Äusserer Halbmesser der inneren Röhre $^1/_2$ $d_2$ = 0·406 inch.
= 10·31 *mm*,
Innerer Halbmesser der äusseren Röhre $^1/_2$ $d_3$ = 0·922 inch.
= 23·42 *mm*,
Äusserer Halbmesser der äusseren Röhre $^1/_2$ $d_4$ = 0·969 inch.
= 24·62 *mm*,
Querschnitt der inneren Röhre = 0·2689 squ. inch.
= 173·44 *qmm*,
Querschnitt der äusseren Röhre = 0·2793 squ. inch.
= 180·15 *qmm*,
Kupferwiderstand der Hin- und Rückleitung bei 0° C.
= 0·324 Ohm pro Meile (1 Meile = 1·609 *km*)
= 0·201 Ohm pro *km*,
Isolationswiderstand zwischen Hin- und Rückleitung
= 720 Megohm pro Meile = 1159 Megohm pro *km*.
Elektrostatische Kapazität zwischen Hin- und Rückleitung
= 0·367 Mikrofarad pro Meile = 0·228 Mikrofarad pro *km*,
Selbstinduktionskoëffizient = 0·0002857 Erdquadranten pro Meile = 0·000177 Erdquadranten pro *km*.

Am Ende der Kabellinie wurde die Spannung durch zwei andere 150 P. S.-Transformatoren, welche wie die beiden ersten parallel geschaltet waren, wieder auf 2500 Volt erniedrigt. Zur Belastung der Kabellinie diente ein Wasserbad, welches den Strom der Transformatoren am Ende der Linie direkt aufzunehmen im stande war. Die 150 P. S.-Transformatoren[1]), welche vor der Anlegung an das Kabel das Übersetzungsverhältnis 4 : 1 besassen, hatten primär 1120 Windungen von 3·5 Ohm Widerstand und sekundär 280 Windungen von 0·2442 Ohm Widerstand. Die Beobachtungen erstrecken sich auf die bei verschiedenen Belastungen und Erregungen der Maschine an den im Schema

[1]) El., London, 27, p. 497. Ibid., 26, p. 258. El. Zeitschr., 1891, p. 113 und p. 536.

angedeuteten Stellen gleichzeitig abgelesenen Strom- und Spannungswerte. Leider wurden die Tourenzahlen bei den einzelnen Beobachtungsreihen nicht notiert, und zudem waren die verwendeten Evershed-Ampèremeter für die niedrigen Stromwerte ziemlich ungenau.

Den »Ferranti«-Effekt charakterisiert Fleming mit folgenden Worten: »Sobald eine genügend grosse Länge des Kabels mit dem inneren und äusseren Leiter an die Klemmen eines Transformators oder einer Wechselstrommaschine von genügender Selbstinduktion angeschlossen wird, weist die an irgend einer Stelle des Kabels gemessene Potentialdifferenz zwischen dem äusseren und inneren Leiter im allgemeinen einen Wert auf, der höher ist als derjenige, welcher an den Klemmen des Transformators oder der Wechselstrommaschine aufgetreten wäre, wenn das Kabel nur kurz oder gar nicht vorhanden gewesen wäre. Dies scheint auch der Fall zu sein, wenn die entfernten Enden des inneren und äusseren Leiters durch einen nicht zu kleinen Widerstand, z. B. durch eine Reihe hintereinander geschalteter Glühlampen oder einen leicht belasteten Transformator, verbunden sind. Das Kabel wirkt im ganzen scheinbar, wie ein Kondensator wirken würde, und es ist kein einziger Fall bekannt, wo längs der Hauptleitungen eine kontinuierliche Spannungszunahme mit Sicherheit konstatiert ist. Die Spannung am Londoner Ende ist also auch nicht höher als jene am Deptforder Ende. Der Kondensatoreffekt scheint durch Vergrösserung der eingeschalteten Kabellängen, wenigstens innerhalb der beobachteten Grenzen, zuzunehmen, und in allen Fällen wirkt das Kabel wie ein Kondensator, welcher von zwei von Kapazität freien Leitungen abgezweigt ist.«

Aus Fleming's Daten, welche in den folgenden Tabellen vollständig niedergelegt sind, entnehmen wir zunächst nur seine Werte für den am Deptforder Ende in das Kabel gesandten Gesamtstrom, $J_G$, und den am Londoner Ende bei den verschiedenen Werten des ersteren vorhandenen Nutzstrom, $J_N$, um daraus den Kondensatorstrom $J_C$ und die Kapazität C selbst ermitteln zu können. Wir setzen überall $J_G^2 = J_N^2 + J_C^2$ und legen zur Bestimmung von C, da die leider nicht genau ermittelte Tourenzahl jedenfalls unter der normalen (134 Polwechsel pro Minute) blieb, als wahrscheinlichsten Wert $\omega = 400$ der Berechnung zugrunde.

Aus allen Beobachtungen, selbst aus denen bei halber Belastung, wo sicherlich eine bestimmte Selbstinduktion in den

Transformatoren die Resultate beeinflusst, und bei Leerlauf, wo der Gesamtstrom praktisch gleich dem Kondensatorstrome ist, da der Magnetisierungsstrom[1]) von etwa 0·4 Ampère für die zwei Transformatoren am Ende des Kabels vernachlässigt werden kann, ergiebt sich, dass bei etwa 10000 Volt am Deptforder Ende und ca. 134 Polwechseln pro Minute der Kondensatorstrom der ganzen Linie 14 bis 16 Ampère beträgt. Das ist pro *km* etwa 0·85 Ampère. Die aufgewendete Energie, welche den 14 bis 16 Ampère bei 10000 Volt entspricht, schätzt Swinburne[2]) auf etwa 7000 Watt. Sir W. Thomson[3]), der die zur Ladung aufgewendete Energie berechnet und annähernd gleich 16 P. S. gefunden hat, hält Swinburne's Schätzung für zu hoch, da zwar ein beträchtlicher Teil der 16 P. S., kaum aber 56 % davon verloren gingen. Messungen hat man hierüber leider nicht angestellt. Die einzige Notiz über eine Messung des Energieverbrauches eines Kondensators unter dem Einflusse hochgespannten Wechselstromes ist eine Bemerkung Cardew's[4]), dass ein Kondensator von 1 Mikrofarad bei 650 Volt 5 Watt verbraucht habe und nach längerer Einschaltung nur wenig Erwärmung zeigt. Die Polwechselzahl ist nicht angegeben.

Es ist sehr bemerkenswert, dass die aus dem Kondensatorstrom berechnete Kapazität von im Mittel 3·35 Mikrofarad für die ganze Linie wesentlich kleiner ist, als die von H. R. Kempe mit einem Normalkondensator und 18 Daniell-Elementen ermittelte, welche 4 Mikrofarad betrug. Fleming schreibt diesen Umstand der Unsicherheit in Bezug auf die Polwechselzahl und der Ungenauigkeit der Beobachtungen zu. Auch erwähnt er, dass ein bestimmter Betrag von Selbstinduktion im Hochstromkreise des Transformators bei voller Belastung den berechneten Kondensatorstrom verringert und dadurch die berechnete Kapazität im gleichen Sinne beeinflusst. Die umstehende Tabelle lässt einen Einfluss der vernachlässigten Selbstinduktion im angedeuteten Sinne auch erkennen. Während nämlich die Beobachtungen 1 bis einschliesslich 12 bei voller und halber Belastung immerhin als Mittelwert noch $C = 3{\cdot}5$ ergeben, sinkt der Mittelwert der übrigen Beobachtungen bei Leerlauf auf $C = 3{\cdot}2$ Mikrofarad.

---

[1]) J. A. Fleming, Diskussion, El., London, 27, p. 138.
[2]) James Swinburne, El., London, 26, p. 214. E. T. Z. 1891, p. 358
[3]) Sir W. Thomson, Diskussion, El., London, 26, p. 214.
[4]) Major Cardew, Diskussion, El., London, 27, 1891, p. 138.

| Nr. der Beob.-Reihe | Gesamtstrom $J_G$ | Nutzstrom $J_N$ | Kondensatorstrom $J_C$ | $E_C$ | $C = \frac{J_C \cdot 10^6}{400\ E_C}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Mikrofarad | |
| 1 | 29·2 | 26·5 | 12·2 | 9 005 | 3 4 | |
| 2 | 31 5 | 28·0 | 14·4 | 9 935 | 3·6 | 3 5 Mikrofarad im Mittel entsprechend einer Dielektrizitätskonstanten k = 3·4 etwa |
| 3 | 32·0 | 28·0 | 15 5 | 10 210 | 3·8 | |
| 4 | 29·2 | 26 5 | 12 2 | 9 020 | 3·4 | |
| 5 | 28·7 | 24·8 | 14·4 | 9 635 | 3 7 | |
| 6 | 27·6 | 24·3 | 13·1 | 9 440 | 3·5 | |
| 7 | 27·0 | 23 3 | 13·6 | 10 280 | 3·3 | |
| 8 | 26·0 | 23·3 | 11·5 | 8 310 | 3·5 | |
| 9 | 24·0 | 19 0 | 14·7 | 10 430 | 3·5 | |
| 10 | 22·0 | 17·0 | 14·0 | 10 535 | 3·3 | |
| 11 | 21·5 | 16 3 | 14·0 | 10 425 | 3 4 | |
| 12 | 17 0 | — | — | — | — | 3·2 Mikrofarad im Mittel |
| 13 | 11·0 | 0 | 11·0 | 9 885 | 2 8 | |
| 14 | 11·0 | 0 | 11·0 | 9 985 | 2·8 | |
| 15 | 10 0 | 0 | 10·0 | 7 295 | 3·4 | |
| 16 | 5·0 | 0 | 5·0 | 5 200 | 2·4 | |
| 17 | 9 0 | 0 | 9·0 | 5 500 | 4·1 | |
| 18 | 9·0 | 0 | 9 0 | 5 900 | 3·8 | |
| 19 | 10·0 | 0 | 10·0 | 7 920 | 3·1 | |
| 20 | 12·0 | 0 | 12 0 | 9 395 | 3·2 | |

Bei einigen Messungen, welche Major Cardew anzustellen Gelegenheit hatte, wurde ein Kondensator von 0·5 Mikrofarad an die Klemmen einer Wechselstrommaschine angeschlossen; die Spannung wurde mit einem Thomson'schen elektrostatischen Voltmeter, der Strom mit einer Thomson'schen Deciampèrewage gemessen. Die Polwechselzahl war 206 in den ersten vier, bezw. 180 in den letzten zwei Experimenten. Die Werte von $\omega$ waren somit 647, bezw. 565 und jene von $C\omega$ also $3235 \cdot 10^{-7}$ und $2825 \cdot 10^{-7}$, wenn C in Farad ausgedrückt wird. Hieraus sind die Werte des Kondensatorstromes berechnet.

| Polwechselzahl pro Minute | Spannung $E_C$ | Ladestrom $J_C$ | |
|---|---|---|---|
| | | Beobachtet | Berechnet |
| 206 | 360 | 0 132 | 0·116 |
| 206 | 396 | 0 145 | 0·128 |
| 206 | 493 | 0·175 | 0·160 |
| 206 | 583 | 0 200 | 0 189 |
| 180 | 481 | 0·150 | 0·136 |
| 180 | 598 | 0 187 | 0·170 |

Hier sind also alle aus dem mit Gleichstrom ermittelten Kapazitätswerte berechneten Ströme (um etwa 10 %) kleiner als

die beobachteten, so dass umgekehrt die aus den nach der Wechselstrommethode gemessenen Kondensatorströmen ermittelten Werte grösser gewesen wären als der von den Fabrikanten angegebene Wert. Major Cardew[1]) konstatiert, dass dieser Kondensator etwas schadhaft gewesen sei, dass aber auch ein vollkommen isolierter Kondensator, den ihm Dr. Muirhead lieh, nach der Wechselstrommethode grössere Werte der Kapazität ergeben habe als Dr. Muirhead's Messungen mit raschen Ladungen und Entladungen; bei letzteren hätte eine eventuelle Absorption, wie Swinburne[1]) sie andeutete, zu niedrige Kapazitätswerte ergeben, während eine bei der Wechselstrommethode auftretende Absorption die scheinbaren Werte der Kapazität erhöhen würde. Im Gegensatz hierzu erwähnt Prof. Ayrton[1]), dass er bei einigen mit Dr. Sumpner angestellten Messungen gute Übereinstimmung zwischen der nach der ballistischen Methode gemessenen und der berechneten Kapazität erhalten habe.

Fleming schreibt Cardew's Resultate der unvollkommenen Isolation der Kondensatorbelegungen zu, da bei Wechselströmen ein Isolationsfehler (ebenso wie auftretende Absorption) die Kapazität höher, bei Anwendung von Gleichströmen aber niedriger erscheinen lassen würde. Während [1]) ein guter Kondensator von der Kapazität C einer negativen Selbstinduktion $L' = \frac{1}{C\,\omega^2}$ entspricht, kann man einen schadhaften Kondensator, dessen Leistungsfähigkeit $\varkappa$ ist, entsprechend einem negativen Selbstinduktionskoëffizienten $L' = \frac{C}{\varkappa^2 + C^2\,\omega^2}$ setzen. Der Widerstand eines solchen Kondensators für Wechselströme ist $\frac{\varkappa}{\varkappa^2 + C^2\,\omega^2}$ und seine Impedanz

$$\frac{1}{\sqrt{\varkappa^2 + C^2\,\omega^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 30)$$

Den Nenner des letzten Ausdruckes, mit dem man sich vertraut zu machen haben wird, sobald die Anwendung der Kondensatoren praktische Bedeutung gewonnen haben wird, nennt Oliver Heaviside[2]) die »Durchlässigkeit« des Kondensators (ad-

---

[1]) El., London, 27, p. 127. Diskussion.

[2]) El., London, 27, p. 107. — O. Heaviside, Phil. Magazine 23, 1883. p. 18.

mittance). Übrigens hat Heaviside eine vollständige Theorie für den allgemeinsten Fall gegeben, wo in ein konzentrisches, mit Selbstinduktion und Kapazität behaftetes Kabel eine ebenfalls Selbstinduktion besitzende Quelle alternierender E. M. K. einen Wechselstrom sendet, der am Ende des Kabels von einem anderen, gleichfalls mit Selbstinduktion behafteten Konsumapparate aufgenommen wird. Heaviside entwickelt ausführlich die Ausdrücke für Strom und Spannung an Anfang und Ende der Kabellinie; doch besitzen die ausserordentlich komplizierten Formeln so lange nur wenig praktischen Wert, als wir nicht im stande sind, die wahren Werte, welche die verschiedenen Selbstinduktionskoëffizienten unter den Arbeitsbedingungen besitzen, zu ermitteln. Es ist deshalb auch auf eine Wiedergabe dieser Formeln an dieser Stelle verzichtet worden.

Auf Grund der vorher angeführten praktischen und theoretischen Ergebnisse bleibt also für Erklärung der Thatsache, dass Fleming die aus Wechselstrommessungen berechnete Kapazität kleiner fand, als die Gleichstrommessungen erwarten liessen, nur die Vernachlässigung der Selbstinduktion.

Aus einer grossen Anzahl von Beobachtungen über die Spannungsverteilung sind die folgenden als die besten ausgelesen und zu einer Tabelle zusammengestellt, die wir hier in etwas veränderter Anordnung und ein wenig erweitert wiedergeben.

Die erste Spalte dieser Tabelle giebt die Nummer der Beobachtungsreihe, die zweite und dritte Strom und Spannung an den Maschinenklemmen, die vierte die vierfachen Werte der dritten Reihe, also jene Spannungswerte, welche ohne Vorhandensein des Kabels der Anfangstransformator in seinem Hochspannungskreise ergeben hätte. In der fünften und siebenten Spalte sind die am Anfang und Ende der Kabellinie beobachteten Spannungen angeführt, während die sechste und achte Spalte die zugehörigen Stromwerte enthalten. Die neunte, zehnte und elfte Reihe geben die am Wasserbade abgelesenen Werte des Stromes, der Spannung und des vierfachen Wertes der letzteren. Die zwölfte Reihe enthält die Differenzen der Spannungswerte am Anfang und Ende des Kabels, und zur Vergleichung sind in der letzten Reihe die nach dem Ohm'schen Gesetze ermittelten Spannungsverluste den beobachteten (V bis VII) gegenübergestellt.

In allen Fällen von den ersten an, wo die zwei parallel geschalteten 150-P.S.-Transformatoren schwach überlastet waren,

bis herab zu den letzten, wo nur noch der Kondensatorstrom das Kabel passierte, lässt sich die Erhöhung der Spannung am Anfange des Kabels erkennen. Der Betrag jedoch, um welchen die Werte der fünften Reihe jenem der vierten überlegen sind, variiert etwas mit der Belastung und steigt von etwa 5% bei voller Belastung bis auf 10—15%, wenn die Belastung am Kabelende Null ist und nur noch der Kondensatorstrom das Kabel passiert.

Experimente zur Ermittelung der Spannungsverteilung in Ferranti's Hauptkabeln.

| I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | XIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nr. des Experim. | An den Klemmen der Dynamo | | | Am Kabelanfang | | Am Kabelende | | Am Wasserbade | | | Spannungsverlust | |
| | Strom | Spannung | 4-fach Spannung | Spannung | Strom | Spannung | Strom | Strom | Spannung | 4-fach Spannung | beobachtet | berechnet |
| 1 | 121·4 | 2177 | 8 708 | 9 060 | 29·2 | 8 950 | 26·5 | 118·2 | 2160 | 8 640 | 110 | 104 |
| 2 | 119·4 | 2385 | 9 544 | 10 100 | 31·5 | 9 770 | 28·0 | 117·1 | 2376 | 9 504 | 330 | 111 |
| 3 | 119·4 | 2458 | 9 832 | 10 300 | 32·0 | 10 120 | 28·0 | 116·0 | 2460 | 9 840 | 180 | 112 |
| 4 | 119·4 | 2177 | 8 708 | 9 110 | 29·2 | 8 930 | 26.5 | 116·0 | 2160 | 8 640 | 180 | 104 |
| 5 | 113 2 | 2311 | 9 244 | 9 700 | 28·7 | 9 570 | 24·8 | 106·5 | 2352 | 9 408 | 130 | 100 |
| 6 | 110·2 | 2251 | 9 004 | 9 600 | 27·6 | 9 280 | 24·3 | 105·5 | 2256 | 9 024 | 320 | 97 |
| 7 | 106·1 | 2568 | 10 272 | 10 490 | 27·0 | 10 070 | 23·3 | 101·6 | 2448 | 9 792 | 240 | 94 |
| 8 | 108·1 | 1994 | 7 976 | 8 420 | 26·0 | 8 200 | 23·3 | 100·7 | 1968 | 7 872 | 220 | 91 |
| 9 | 100 0 | 2448 | 9 792 | 10 170 | 24·0 | 10 690 | 19·0 | 56·5 | 2532 | 10 128 | —520 | 80 |
| 10 | 92 8 | 2496 | 9 984 | 10 560 | 22·0 | 10 590 | 17·0 | 56·0 | 2628 | 10 572 | — 30 | 73 |
| 11 | 92·8 | 2400 | 9 600 | 10 360 | 21 5 | 10 490 | 16 3 | 55 5 | 2556 | 10 224 | —130 | 71 |
| 12 | 64 1 | 2311 | 9 244 | 9 700 | 17·0 | 9 770 | — | 42·2 | 2400 | 9 600 | — 70 | — |
| 13 | 41·7 | 2280 | 9 120 | 9 870 | 11·0 | 9 900 | 0 | 0 | 2434 | 9 736 | — 30 | 22 |
| 14 | 41·7 | 2328 | 9 312 | 9 970 | 11·0 | 10 000 | 0 | 0 | 2470 | 9 880 | — 30 | 22 |
| 15 | 42 7 | 1620 | 6 480 | 7 240 | 10·0 | 7 350 | 0 | 0 | 1812 | 7 248 | —110 | 18 |
| 16 | 24·4 | 1104 | 4 416 | 5 200 | 5 0 | 5 200 | 0 | 0 | 1241 | 4 964 | 0 | 9 |
| 17 | 24 4 | 1212 | 4 848 | 5 500 | 9.0 | 5 500 | 0 | 0 | 1339 | 5 456 | 0 | 17 |
| 18 | 24 4 | 1308 | 5 232 | 5 900 | 9·0 | 5 900 | 0 | 0 | 1435 | 5 740 | 0 | 17 |
| 19 | 37·6 | 1800 | 7 200 | 7 920 | 10·0 | 7 920 | 0 | 0 | 1946 | 7 784 | 0 | 18 |
| 20 | 48·8 | 2136 | 8 544 | 9 380 | 12·0 | 9 410 | 0 | 0 | 2311 | 9 244 | — 30 | 22 |

Zwar nicht alle, aber dennoch die meisten Werte der Spalte VII sind grösser als die entsprechenden der IV. Spalte. Dies besagt, dass der Kondensatoreffekt trotz des zur Überwindung des Kupferwiderstandes für das Kabel erforderlichen Spannungsverlustes auch noch am Kabelende erkennbar ist. Es sind sogar einige Beobachtungsreihen (IX bis XII) vorhanden, bei welchen der Kondensatoreffekt zu überwiegen und gegen das Kabelende hin eine Spannungszunahme anzudeuten scheint, trotzdem ein verhältnismässig starker Strom das Kabel passiert.

Fleming's eigene Ansicht ist, dass bei diesen Beobachtungen Ablesefehler mit unterlaufen seien, welche bei dem unregelmässigen Gange der Maschine und der vertikalen Stellung der Cardew-Voltmeter (deren Ablesungen mit 100 zu multiplizieren waren) unvermeidlich erscheinen. Die zum Vergleiche in der XIII. und letzten Spalte gegebenen Spannungsverluste sind nach dem Ohm'schen Gesetze in der Weise ermittelt, dass der Widerstand der ganzen Linie r = 11·49 . 0·324 = 3·72 Ohm mit dem arithmetischen Mittel aus Gesamt- und Arbeitsstrom multipliziert wurde.

Sicherlich ist diese Rechnungsweise nicht einwurfsfrei; sicherlich aber ist auch weder die Ermittelung des Spannungsverlustes aus dem Arbeitsstrome allein, noch aus dem Gesamtstrome allein richtig. Denn der Gesamtstrom nimmt von Längenelement zu Längenelement um den für dieses Element erforderlichen Kondensatorstrom ab, bis er am Kabelende seinen niedrigsten Wert, den Arbeitsstrom, erreicht. Es wird also jedenfalls, auch wenn dem unter Druck stehenden Kabel kein Strom am Ende entnommen wird, für die nahe der Maschine liegenden Teile des Kabels der Kondensatorstrom der entfernteren Kabelstrecken eine Belastung bilden, welche vielleicht Spannungsverlust hervorrufen könnte. Auf Grund dieser Überlegung sind auch für die letzten acht Beobachtungen Spannungsverluste ermittelt unter Zugrundelegung des halben Kondensatorstromes, der hier mit dem Gesamtstrome identisch angenommen ist.

Für diese Beobachtungen scheinen allerdings die Ablesungen mit grosser Wahrscheinlichkeit auf eine geringe Steigerung der Spannung vom Kabelanfang bis zum Kabelende hinzuweisen. Und gerade für diesen Fall haben auch Blakesley's und Heaviside's Ableitungen eine solche Zunahme vorausgesagt.

Denken wir uns über ein konzentrisches Kabel von der Länge l die Selbstinduktion L, den Widerstand R und die Kapazität C gleichförmig verteilt, so dass L, R und C die Werte der betreffenden Grössen für die Einheitslänge darstellen; denken wir uns das eine Ende des Kabels an eine Wechselstromquelle von vernachlässigbarer Selbstinduktion angeschlossen, das andere Ende aber ohne Stromentnahme und isoliert, so sind wir nach O. Heaviside's Entwickelungen im stande, das Verhältnis der Spannung V in irgend einer Entfernung x von der Quelle zur Spannung $V_0$ der Quelle selbst anzugeben. Es ist dann in dem beschriebenen Falle, der mit dem Falle der letzten acht Be-

obachtungen der vorhergehenden Tabelle annähernd übereinstimmt

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \frac{e^{2P(l-x)} + e^{2P(l-x)} + 2\cos 2Q(l-x)}{e^{2Pl} + e^{-2Pl} + 2\cos 2Q(l-x)} \quad . \quad 32)$$

Hierin ist e die Basis der natürlichen Logarithmen, P und Q sind Funktionen der Grössen L, R, C und p. Und zwar ist

$$P = \sqrt{\frac{\omega}{2} C (\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} - L\omega)} \quad . \quad . \quad 33)$$

und

$$Q = \sqrt{\frac{\omega}{2} C (\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} + L\omega)}. \quad . \quad . \quad 34)$$

Für das Ferranti-Kabel sind von Fleming aus den bereits gegebenen Daten die Werte von

$$P = 0{\cdot}004168 \text{ pro Meile} = 0{\cdot}00258 \text{ pro } km$$

und

$$Q = 0{\cdot}005997 \text{ pro Meile} = 0.00372 \text{ pro } km$$

ermittelt worden [1]).

---

[1]) Wenn wir die Symbole der hyperbolischen Trigonometrie nicht scheuen, so können wir die Gleichung für das Verhältnis der Spannungen $\frac{V}{V_0}$ auch so schreiben:

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \frac{\cos \text{hyp } 2P(l-x) + \cos 2Q(l-x)}{\cos \text{hyp } 2Pl + \cos 2Ql},$$

welche Schreibweise uns die Übereinstimmung von Heaviside's Entwickelungen mit denen Blakesley's tür den einfacheren Fall, wo $L = 0$ ist, erkennen lässt.

Suchen wir nun einmal den Wert des Verhältnisses, das uns auch sofort den Spannungsabfall oder die Spannungszunahme ergiebt, für den Endpunkt des Kabels.

Demselben entspricht die Länge $x = l$. Der Zähler des Verhältnisses wird also $\cos \text{hyp } 0 + \cos 0 = 2$.

Zur Ermittelung des Nenners bedienen wir uns der Tabelle am Ende von Blakesley's „Elektrische Wechselströme“, indem wir entsprechend interpolieren.

Es ist

$$\cos \text{hyp } 2Pl = \cos \text{hyp } 0{\cdot}09591 = 1{\cdot}00467$$

und

$$\cos 2Ql = \cos 0\,13801 = 0{\cdot}98930,$$

also

$$\cos \text{hyp } 2Pl + \cos 2Ql = 1{\cdot}99397$$

und

$$\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{2{\cdot}00000}{1{\cdot}99397}} = 1{\cdot}0015.$$

Wenn die Einsetzung der früher angegebenen Werte von L, C und R, die berechnet oder mit Gleichstrommessungen gefunden sind, zulässig ist, so erhalten wir $\frac{V}{V_0} = 1{\cdot}0015$. Dieses Resultat weist darauf hin, dass bei der unbelasteten Kabellinie, wie sie bei den Versuchen geschaltet war, eine geringe Spannungszunahme gegen das Ende zu stattfinden könnte, welche bei 10000 Volt am Anfang des Kabels etwa 10015 Volt am Ende desselben ergeben würde. Es ist jedoch hierbei im Gedächtnis zu halten, dass die Linie bei den Versuchen doppelt so lang als bei normalem Betriebe war. Trotzdem war, selbst bei unbelastetem Kabel, die Spannungszunahme also nur so gering, dass Fleming's Behauptung gerechtfertigt erscheint: das Kabel sei bei allen Versuchen praktisch auf gleicher Spannung an allen seinen Punkten gewesen, solange nicht der bei den ersten Beobachtungen beträchtliche Arbeitsstrom Spannungsverluste hervorrief, die näherungsweise dem Ohm'schen Gesetze entsprachen.

Dabei reduzierten sich die vielfach übertriebenen und unklaren Darstellungen des »Ferranti-Effektes« auf die einfache Thatsache, dass infolge einer entsprechenden Abstimmung von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität, bei gleicher Erregung der Maschine die Spannung auf allen Punkten des Stromkreises nach Einschaltung des Kabels höher war als vor Einschaltung desselben. S. Z. de Ferranti äusserte gelegentlich seines Besuches in der Kölner Zentrale halb im Scherz und halb im Ernste, er könne die Spannung seiner Zentrale durch Zu- oder Abschaltung von Kabeln vollkommen regulieren.

Eine dem »Ferranti-Effekte« ähnliche Erscheinung von grosser praktischer Wichtigkeit hat L. Neustadt [1]) in einer bemerkenswerten Abhandlung beschrieben und erklärt.

An einem etwa 85 *km* langen, mit hochgespanntem Wechselstrom betriebenen Netze des Kontinents, welches aus konzentrischen Kabeln gebildet ist, beobachtete man, dass manchmal die isolierende Schicht des Kabels zerstört wurde, wenn während des Betriebes ein Kabelstück angeschlossen oder abgeschaltet wurde, oder wenn eine Sicherung eines Kabelstranges abschmolz. Diese Erscheinung trat auch an solchen Kabeln auf, welche gut isoliert und vor der Verlegung mit einem Mehrfachen der normalen

---

[1]) L. Neustadt, El. Zschr. 1893, p. 253. El. London 30, p. 543.

Betriebsspannung geprüft worden waren. In den meisten Fällen wurde die zwischen dem äusseren Leiter des Kabels und dessen Hülle liegende isolierende Schicht zerstört; doch trat diese Zerstörung immer nur dann auf, wenn beim Anschliessen der innere Leiter zuerst verbunden oder beim Abschalten der äussere Leiter zuerst abgeschaltet wurde und wenn an das fragliche Kabelstück leerlaufende oder schwach belastete Transformatoren angeschlossen waren.

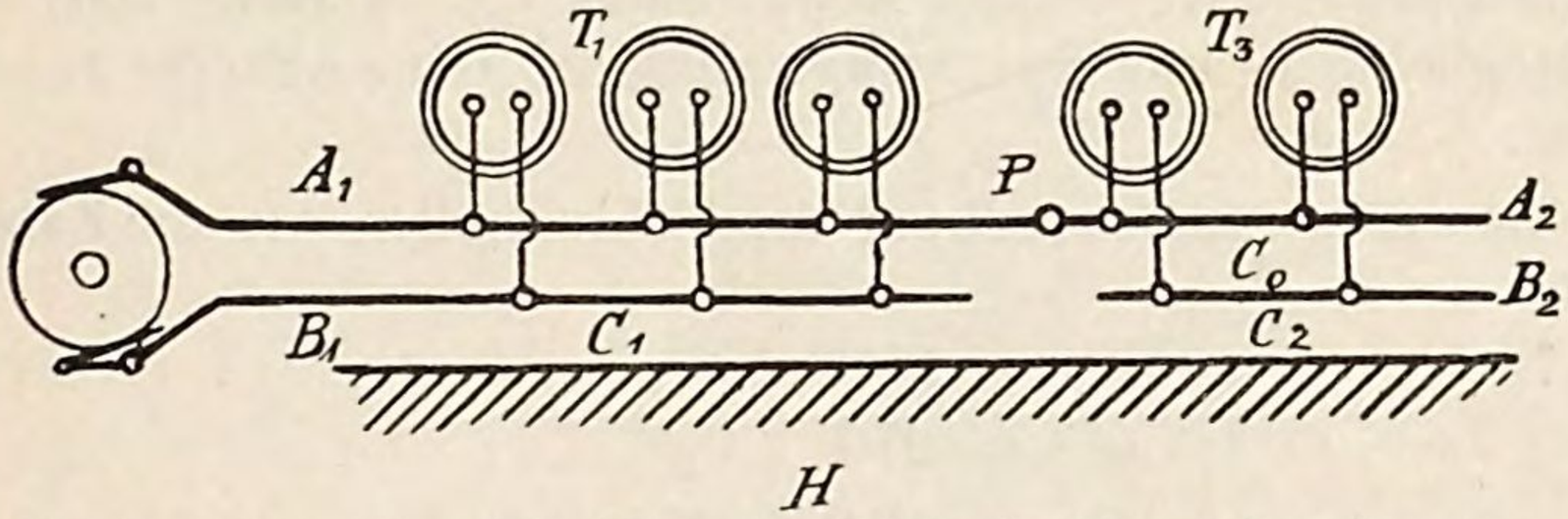



Fig. 65. Schema eines fehlerhaft ausgeschalteten Kabels mit Transformatoren.

Die Erklärung dieser Erscheinung lässt sich leicht auf Grund der früher behandelten Probleme finden, sobald man sich klar macht, dass das konzentrische Kabel zwei Kondensatoren repräsentiert. Der eine derselben wird durch die beiden Leiter des Kabels gebildet; den anderen bilden der äussere Leiter und die an Erde liegende Hülle des Kabels.

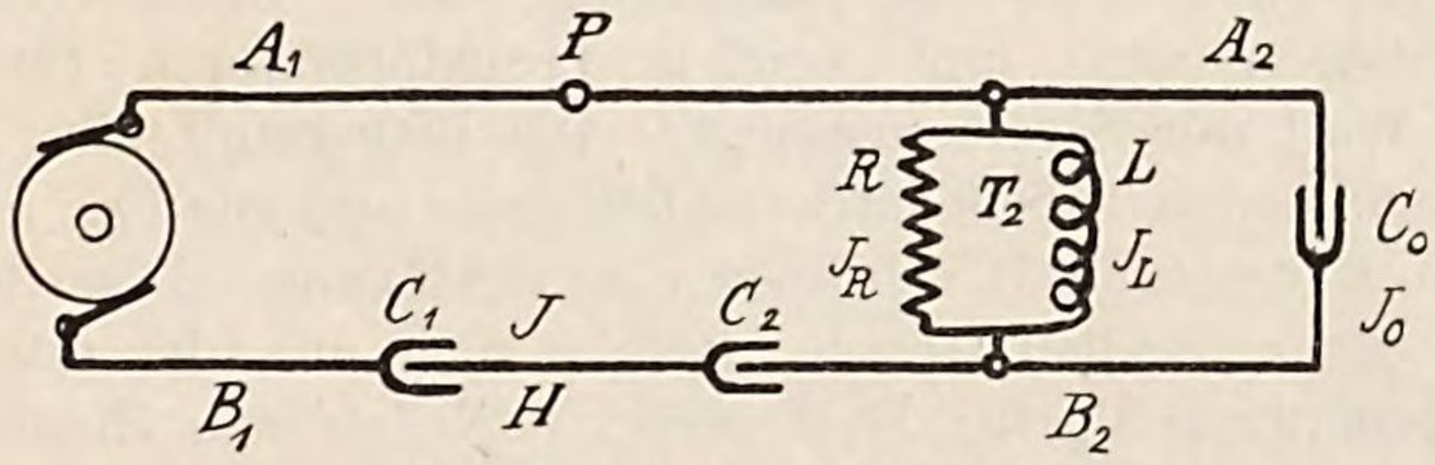



Fig. 66. Teil der Figur 65.

Das Schema des Stromkreises kann dann durch die Fig. 65 dargestellt werden, in welcher A dem inneren, B dem äusseren Leiter, H der Hülle (oder der Erde) entspricht. Das Kabelnetz als Ganzes ist in dieser Figur durch die Leiter $A_1$, $B_1$ und die Kapazität $C_1$ zwischen $B_1$ und H dargestellt. Dem fälschlich mit dem inneren Leiter $A_2$ im Punkte P zuerst angeschlossenen Kabelstrange entsprechen die Leiter $A_2$, $B_2$ und die Kapazitäten $C_0$ zwischen $A_2$, $B_2$ und $C_2$ zwischen $B_2$ und H.

Es sind dann im ganzen zwei Stromwege vorhanden; den einen bilden die Stromquelle, die Leiter $A_1$, $B_1$ und die Trans-

formatoren $T_1$; den anderen, mit welchem wir uns weiter zu befassen haben und der in Fig. 66 nochmals schematisch dargestellt ist, bilden die Stromquelle, die Leiter $A_1$, $A_2$, $B_1$ und $B_2$, die wenig oder gar nicht belasteten Transformatoren $T_2$, die Kondensatoren $C_0$, $C_1$, $C_2$ und die äussere Hülle H des Kabels. Dieser Stromkreis besteht aus einem Serienkreise, der die Selbstinduktion der Transformatoren $T_2$ und die Kondensatoren $C_1$, $C_2$ enthält, und einem parallel zu diesem Serienkreise geschalteten kleinen Kondensator $C_0$. Daraus lässt sich die Möglichkeit einer Spannungserhöhung ohne weiteres voraussehen.

Der näheren Behandlung des Falles wollen wir die Zahlenwerte

$$\begin{aligned} E &= 2000 \text{ Volt}, \\ \omega &= 270 \\ R &= 10\,000 \text{ Ohm}, \\ L &= 10 \text{ Henry}, \\ C_1 &= 50 \text{ Mikrofarad}, \\ C_2 &= 1{\cdot}0 \quad \text{»} \\ C_0 &= 0{\cdot}4 \quad \text{»} \end{aligned}$$

zu grunde legen. Diesen Werten entspricht ein Kabelnetz von etwa 85 *km* Gesamtkabellänge, mit Querschnitten von 25 bis 250 *qmm*, an welches ein Kabelstrang von 1 bis 2 *km* Länge angeschlossen wird und welches Transformatoren für etwa 20 000 Watt mit Strom versorgt. Die Bedeutung aller Werte der vorstehenden Tabelle ist nach früherem und aus Fig. 65 klar, nur der Widerstand R erfordert eine Erklärung. Derselbe entspricht jener ideellen Grösse, welche sich aus der durch die Transformatoren $T_2$ für Hysteresis, Wirbelströme, Spannungsverlust und eventuell Nutzleistung verbrauchten Energie W und der an den Transformatoren $T_2$ herrschenden Spannung $V_0$ nach dem Joule'schen Gesetze berechnen lässt.

$$W = \frac{V_0^{\,2}}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

Diese ideelle Grösse hat offenbar die Dimension eines Widerstandes und mag für die Ableitung als konstant aufgefasst werden.

Diese Auffassung ist von Wichtigkeit, da wir beim Entwurfe des Diagrammes von der Klemmenspannung $V_0$ des Transformators und des Kondensators $C_0$ ausgehen müssen.

Die E. M. K. $V_0$ wird im allgemeinen von E = 2000 Volt verschieden sein; da uns ihre Grösse aber nicht bekannt ist, nehmen wir dieselbe beliebig an und ermitteln dann für diesen angenommenen Wert $V_0'$ (von $V_0$) den Strom $J_G'$, der den Serienstromkreis und die Kondensatoren $C_1$ und $C_2$ passiert. Diesem Strome entspricht eine Gesamtspannung $(V_1' + V_2')$,

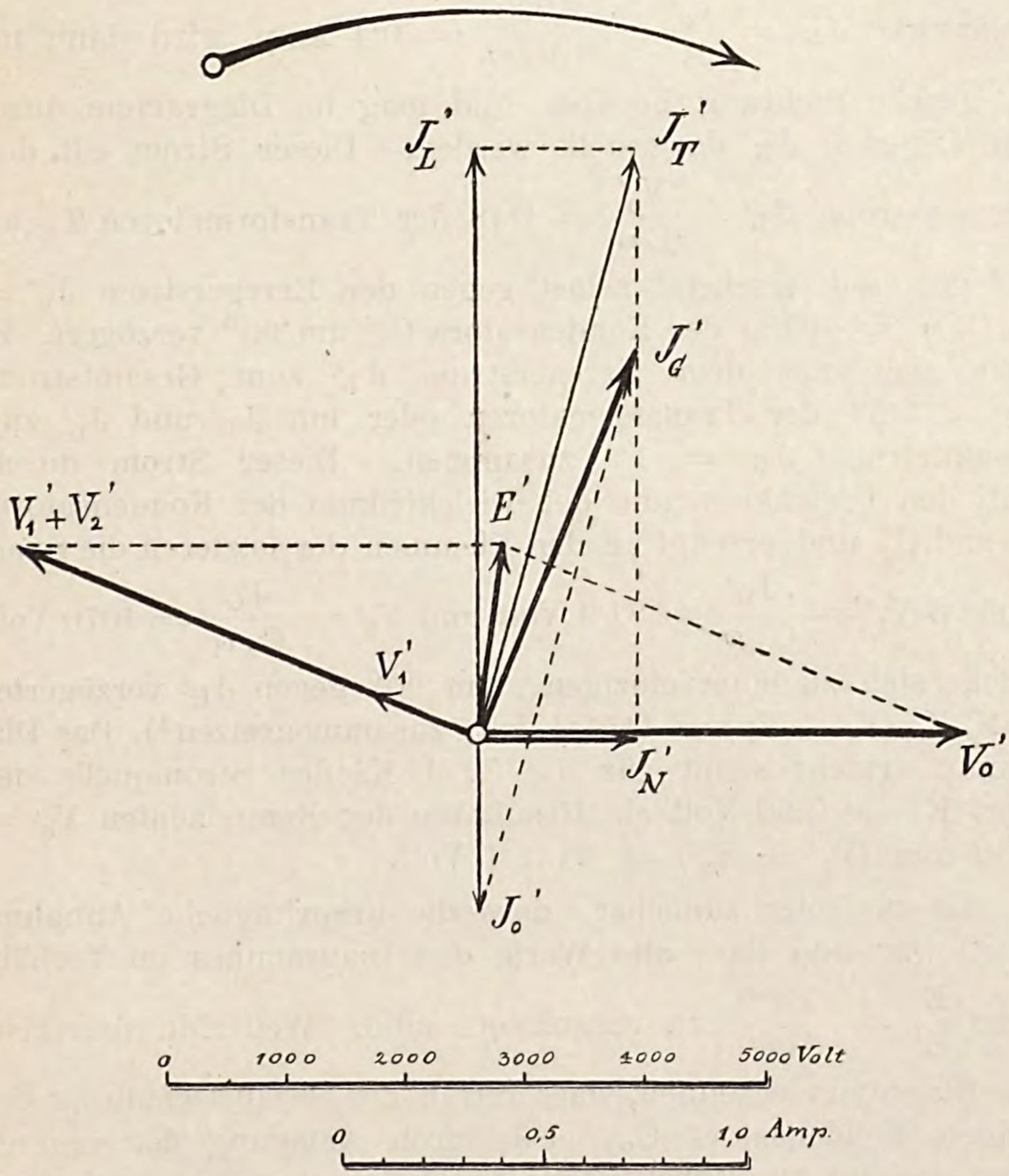



Fig. 67. Diagramm zu Figur 65.

welche gegen den Ladestrom $J_G'$ der Kondensatoren $(C_1 + C_2)$ um $90^0$ verzögert ist und die Klemmenspannung derselben darstellt. Die E. M. K. der Quelle, E', ergiebt sich dann als Resultierende aus $V_0'$ und $(V_1' + V_2')$. Da nun aber $V_0'$ beliebig angenommen wurde, wird E' im allgemeinen nicht mit dem gegebenen Werte E der Gesamtspannung übereinstimmen, und

es sind demnach alle Werte des Diagrammes entsprechend im Verhältnisse $\frac{E}{E'}$ zu verändern.

Zur Durchführung dieses Verfahrens nehmen wir die E. M. K. $V_0' = 4000$ Volt an und stellen dieselbe durch die Linie $\overline{O\,V_0}$ nach Grösse und Richtung dar. Der Arbeitsstrom der Transformatoren $J_{N'} = \frac{V_0'}{R} = \frac{4000}{10000} = 0{\cdot}4$ Amp. wird dann mit $V_0'$ gleiche Richtung besitzen und mag im Diagramme durch eine Länge $O\,J_{N'}$ dargestellt werden. Dieser Strom eilt dem Erregerstrome $J_{L'} = \frac{V_0'}{L\,\omega} = 1{\cdot}48$ der Transformatoren $T_2$ um $90^0$ vor und erscheint selbst gegen den Erregerstrom $J_0' = V_0'\,C_0\,\omega = 0{\cdot}433$ des Kondensators $C_0$ um $90^0$ verzögert. Er setzt sich mit dem Erregerstrom $J_{L'}$ zum Gesamtstrome $J_{T'} = 1{\cdot}53$ der Transformatoren oder mit $J_{L'}$ und $J_0'$ zum Gesamtstrome $J_{G'} = 1{\cdot}1$ zusammen. Dieser Strom durchläuft den Serienkreis und das Dielektrikum der Kondensatoren $C_1$ und $C_2$ und erzeugt an den Klemmen der letzteren die Spannungen $V_1' = \frac{J_{G'}}{C_1\,\omega} = 81{\cdot}4$ Volt und $V_2' = \frac{J_{G'}}{C_2\,\omega} = 4070$ Volt, welche sich zu einer einzigen, um $90^0$ gegen $J_{G'}$ verzögerten E. M. K. $(V_1' + V_2') = 4151{\cdot}4$ Volt, zusammensetzen[1]). Das Diagramm ergiebt somit für die E. M. K. der Stromquelle den Wert $E' = 1560$ Volt als Resultante der Komponenten $V_0' = 4000$ und $(V_1' + V_2') = 4151{\cdot}4$ Volt.

Daraus folgt zunächst, dass die ursprüngliche Annahme falsch war und dass alle Werte des Diagrammes im Verhältnisse $\frac{E}{E'} = \frac{2000}{1560}$ zu vergrössern sind. Weiterhin aber lässt das Diagramm erkennen, dass durch die Parallelschaltung des kleinen Kondensators $C_0$, also durch Anlegung der inneren Ader des kurzen Kabelstückes an das vorhandene, weit ausgedehnte Kabelnetz, in den Isolierschichten des Kabels bei normalem Betriebe Spannungen auftreten können, welche die beobachteten Zerstörungen wohl zu erklären vermögen.

---

[1]) In der massstäblich gezeichneten Figur 67 ist $V_1'$ der Deutlichkeit halber zu gross gezeichnet; dies ist zulässig, da nur die Summe $(V_1' + V_2')$ für die weitere Konstruktion verwendet wird.

Die richtigen Werte sämtlicher Ströme und Spannungen des Diagrammes sind

$$V_o = V_o' \cdot \frac{E}{E'} = 5300 \text{ Volt},$$

$$J_N = \frac{V_o'}{R} \cdot \frac{E}{E'} = 0{\cdot}53 \text{ Amp.},$$

$$J_L = \frac{V_o'}{L\omega} \cdot \frac{E}{E'} = 1{\cdot}96 \text{ Amp.},$$

$$J_T = \sqrt{(J_N)^2 + (J_L')^2} \cdot \frac{E}{E'} = 2{\cdot}03 \text{ Amp.},$$

$$J_G = J_G' \cdot \frac{E}{E'} = 1{\cdot}456 \text{ Amp.},$$

$$V_1 = \frac{J_G'}{C_1\,\omega} = \frac{E}{E'} = 110 \text{ Volt},$$

$$V_2 = \frac{J_G'}{C_2\,\omega} = \frac{E}{E'} = 5390 \text{ Volt}.$$

Die Spannung $V_1 + V_2$ verteilt sich im umgekehrten Verhältnis der Kapazitäten $C_1$ und $C_2$ auf die entsprechenden Kondensatoren, d. h. es wird die gefahrbringende Spannung $V_2$ an demjenigen Kabelstücke auftreten, welches die kleinere Kapazität besitzt, in den meisten Fällen also an dem ab- oder zuzuschaltenden Teile des Netzes. Dass aber in den meisten Fällen der durch die äussere Isolierschicht charakterisierte Kondensator $K_2$ zerstört wurde, trotzdem $V_2$ nur unerheblich höher ist als $V_o$, lässt sich darauf zurückführen, dass wegen der grösseren Oberfläche und geringeren Dicke dieser Isolierschicht der Isolationswiderstand derselben kleiner ist als jener zwischen den Platten des Kondensators $C_o$.

Neustadt giebt schliesslich zur Verhütung der beschriebenen unwillkommenen Spannungssteigerung den Satz, dass beim Zu- oder Abschalten der innere Leiter nie allein eingeschaltet bleiben soll, welcher für das bedienende Personal in die mnemotechnische Regel:

Innen zuerst Aus- }
Aussen « Ein- } schalten

umzuwandeln wäre. Am empfehlenswertesten ist natürlich die Verwendung solcher Ein- und Ausschaltevorrichtungen, welche eine unrichtige Reihenfolge der Schaltungen überhaupt unmöglich machen.

## 12. Einfluss der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren.

Der zuletzt behandelte Fall des mit Transformatoren verbundenen und an ein in Betrieb befindliches Kabelnetz anzuschliessenden Kabelstückes zeigte uns eine bei falscher Reihenfolge der Schaltungen auftretende Spannungssteigerung, welche ausser der Isolation der Kabel auch jener der angeschlossenen Transformatoren verderblich werden kann.

Ausserdem aber treten an manchen Transformatoren zuweilen Erscheinungen auf, welche der elektrostatischen Kapazität dieser Transformatoren zuzuschreiben sind.

Jeder Transformator besteht im wesentlichen aus zwei Systemen von Drahtwindungen, welche zwar mit dem nämlichen Kraftlinienstrom kettengliederartig verschlungen, dabei aber elektrisch sorgfältig voneinander isoliert sind. Es ist daher klar, dass jeder Transformator einem Kondensator entspricht, dessen Belegungen die primäre und sekundäre Bewickelung und dessen Dielektrikum die diese Bewickelungen trennende Isolierschicht darstellt. Die elektrostatische Kapazität der Transformatoren ist im allgemeinen eine niedrige, da die Wickelungen nur Belegungen von mässiger Grösse darstellen und da insbesondere die Stärke des Dielektrikums eine beträchtliche ist. Immerhin hat Fleming[1]) durch Messungen an einer Reihe von Transformatoren elektrostatische Kapazitäten festgestellt, welche zwischen $\frac{1}{30}$ und $\frac{1}{300}$ Mikrofarad lagen.

Fleming führt an, dass schon im September 1885 Dr. J. Hopkinson[2]) auf die Gefahr aufmerksam machte, welche die Verwendung von Transformatoren mit hoher elektrostatischer Kapazität mit sich bringe, und giebt dann für diese Erscheinung die folgende Erklärung:

Wenn der Transformator mit anderen in Serie geschaltet ist und von einer Wechselstromquelle mit hoher Spannung versorgt wird, so wird bei jedem Stromwechsel die Spannung der ganzen Primärspule steigen und wieder abnehmen. Da nun die Primärspule die eine Belegung eines Kondensators repräsentiert, so wird die elektrostatische Induktion zwischen primärer und sekundärer Spule auch die gesamte Spannung

---

[1]) J. A. Fleming, The alt. curr. transf., Vol. II, p. 111.
[2]) J. Hopkinson, Phil. Mag., September 1885, p. 292.

der Sekundärspule und des an sie angeschlossenen sekundären Stromkreises in ähnlicher Weise erhöhen, wenn der ganze Sekundärkreis nirgends Erdschluss aufweist. Man würde also, wenn man auf dem Boden unisoliert steht und den Sekundärkreis berührt, einen Schlag empfangen, dessen Stärke mit der elektrostatischen Kapazität der Transformatoren wächst.

Wenn der Transformator mit anderen parallel geschaltet ist und von einer Stromquelle mit hochgespanntem Wechselstrome versorgt wird, so ist die elektrostatische Kapazität des Transformators belanglos, solange der Primär- und der Sekundärkreis vollkommen isoliert sind. Denn in diesem Falle würde jede Klemme des Transformators abwechselnd eine Spannungserhöhung und eine Spannungsabnahme erfahren, und der isolierte Sekundärkreis, als Ganzes betrachtet, könnte dann keine Erhöhung oder Verringerung des Potentiales erfahren, da in jedem Augenblicke die Spannung der einen Primärklemme ebenso hoch über dem Potentiale der Erde sich befindet, als jene der anderen unter dem Potentiale derselben. Wenn jedoch das eine Ende des Primärkreises an Erde liegt, wird das andere Spannungsschwankungen unterliegen, welche auf den isolierten Sekundärkreis induzierend einzuwirken vermögen. Unter diesen Umständen kann jemand, der mit guter Erdableitung den Sekundärkreis berührt, durch die Kondensatorentladung einen empfindlichen Schlag empfangen.

Diese Erscheinung tritt auch dann in ganz schwachem Masse auf, wenn der Primärkreis vollkommen isoliert ist, aber durch konzentrische Kabel gebildet wird. In diesem Falle genügt der von dem Kabel zur Erde gehende Entladestrom zur Hervorrufung derselben. Aber es muss ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die an und für sich, auch in der physiologischen Wirkung unbedeutende Entladung des durch den Transformator gebildeten Kondensators vollkommen verschwindet, sobald man im Sekundärkreise einen freiwilligen oder zufälligen Erdschluss hat. Das letztere wird in höherem oder geringerem Masse fast stets der Fall sein; doch sind zur Verhütung der Kondensatorentladung, welche bei oberirdischen, den Blitzschlägen ausgesetzten Hochspannungsleitungen verderblich werden können, (ausser den Blitzschutzvorrichtungen) auch besondere Erdschlussvorrichtungen (Earthing devices) ersonnen worden, welche stellenweise in England und Amerika zur Anwendung gelangt sind. Die kontinentale Hochstrompraxis hat die Verwendung dieser Erdschlussvorrichtungen bisher für vollkommen überflüssig befunden.

## Drittes Kapitel.

# Wirkungsweise und Wirkungsgrad der Wechselstromtransformatoren.

### 1. Praktisches Näherungsverfahren zur Bestimmung des Wirkungsgrades bei verschiedenen Belastungen.

Die Frage der Wirkungsweise und des Wirkungsgrades eines Transformators ist bereits in der Einleitung ganz kurz gestreift worden.

Wir wissen, dass unter dem Einflusse der primären E. M. K. ein um eine Viertelperiode gegen dieselbe verzögertes magnetisches Feld in dem beiden Bewickelungen gemeinsamen Eisen- (oder Luft-) kerne entsteht und dass diesem pulsierenden magnetischen Felde eine sekundäre E. M. K. entsprechen muss, welche wieder um eine Viertelperiode gegen das Feld, also um eine halbe Periode gegen die primäre E. M. K., verzögert sein wird.

Wenn also die Wirkungen der viskosen Hysteresis vernachlässigbar sind, nehmen primäre und sekundäre E. M. K. in jedem Momente genau die entgegengesetzten Phasen ein.

Anders jedoch verhalten sich die Ströme. Der sekundäre Strom wird mit der sekundären Spannung koinzidieren, sobald der Transformator sekundär auf Glühlampen oder andere induktionsfreie Widerstände arbeitet. Werden jedoch elektromagnetische Vorrichtungen, z. B. Motoren, von der Sekundärwickelung des Transformators mit Strom versehen, so wird dieser Strom entsprechend der Selbstinduktion des ganzen Sekundärkreises verzögert sein. Der primäre Strom dagegen wird niemals vollständig mit der primären E. M. K. zusammenfallen. Wenn derselbe bei dem leerlaufenden Transformator nur die Aufspeicherung von Energie in Form des pulsierenden Feldes zu besorgen hätte, so wäre seine Verschiebung gegenüber der primären E. M. K. eine Viertelperiode im Sinne der Verzögerung; da aber infolge der dauernden Veränderung des Feldes in der Masse des Kernes Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme entstehen, wird der vorerwähnte »wattlose« Erregerstrom nur die eine Komponente

des gesamten Primärstromes sein, dessen zweite, in Richtung der primären E. M. K. wirkende Komponente sich als Quotient aus dem primär verzehrten Effekt in Watt zu der primären E. M. K. in Volt ergiebt. Bei rationell gebauten Transformatoren der eisengeschlossenen Type sind sowohl der Erregerstrom gegenüber dem gesamten Primärstrome, als auch der Effektverlust bei offenem Sekundärkreise gegenüber der Gesamtleistung des vollbelasteten Transformators von geringer Grösse. Wenn man annimmt, dass bei solchen Transformatoren der Magnetisierungseffekt etwa 2 — 5 % des gesamten Effektes und der Erregerstrom etwa 3 % des gesamten bei voller Belastung vorhandenen Primärstromes beträgt, so ergiebt sich bei voller Belastung eine Verschiebung von etwa $2^0$ (da die Tangente des Verschiebungswinkels 0·03 ist) und bei Leerlauf eine Verschiebung von etwa $31^0$ bis $56^0$ (deren Tangente gleich $\frac{0{\cdot}03}{0{\cdot}05} = 0{\cdot}6$ bis $\frac{0{\cdot}03}{0{\cdot}02} = 1{\cdot}5$ ist) zwischen primärer Spannung und primärem Gesamtstrome.

Unter Berücksichtigung dieser Verhältnisse, welche durch Messungen vollauf bestätigt sind, kann man sich über die Arbeitsverhältnisse eines Transformators für jede beliebige Grösse des in einem induktionsfreien Stromkreise geleisteten Effektes mit Hülfe eines für praktische Zwecke genügend genauen Näherungsverfahrens sehr rasch orientieren.

Angenommen, es sei dieses Näherungsverfahren durchzuführen an einem 10000-Watttransformator, dessen Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei der normalen und konstant zu haltenden Primärspannung von 2000 Volt gerade 200 Watt betragen. Die primären und sekundären Widerstände seien so bemessen, dass in jeder Bewickelung bei voller Belastung 1 % der Nutzleistung, d. h. 100 Watt, verloren gehen. Das Übersetzungsverhältnis sei 1 : 20. Die Streuung sei vernachlässigbar.

Dann wird der unbelastete, primär angeschlossene Transformator eine sekundäre Spannung von 100 Volt, einen Verlust von 200 Watt für Magnetisierungsarbeit und bei $45^0$ Verschiebung einen Primärstrom von

$$\frac{200}{2000} \cdot \frac{1}{\cos 45^0} = 0{\cdot}1 \cdot \frac{1}{0.707} = 0{\cdot}141 \text{ Ampère,}$$

rund 0·15 Ampère aufweisen. Streng genommen müsste man

nun auch den Verlust ermitteln, welchen dieser Strom in der primären Spule hervorruft. Da aber bei etwa

$$\frac{10000 \text{ Watt}}{2000 \text{ Volt}} = 5 \text{ Ampère}$$

dieser Verlust nur 100 Watt beträgt, so entspricht dem Primärstrome von rund 0·15 Ampère nur ein Effektverlust von etwa

$$\frac{0{\cdot}15^2 \times 100}{5^2} = 0.09 \text{ Watt},$$

welcher 0.045 % des Leerlaufsverlustes ausmacht, also ruhig vernachlässigt werden darf.

Bei voller Belastung wäre

der Verlust im Eisen für Hysteresis und Wirbelströme = 200 Watt,
» » » Kupfer der primären Wickelung = 100 » ,
» » » » » sekundären » = 100 » .

Wenn dann die Sekundärbelastung mit Glühlampen einem Effekte von 10000 Watt entspricht, so müssen primär soviele Watt aufgewendet werden, dass diese 10000 Watt und sämtliche Verluste davon bestritten werden können. Der primäre Effekt wird somit 10000 + 200 + 100 + 100 = 10400 Watt betragen, und der primäre Strom wird wegen der geringen jetzt noch vorhandenen Verschiebung zwischen demselben und der primären E. M. K. nur sehr wenig grösser sein als $\frac{10400}{2000} = 5{\cdot}20$ Ampère. Die sekundäre Spannung aber wird, da in den Kupferbewickelungen 2 % verloren gegangen sind, nur noch 98 Volt, der sekundäre Strom also $\frac{10000}{98} = 102{\cdot}04$ Ampère etwa betragen.

Der Wirkungsgrad der Umsetzung ergiebt sich schliesslich als das Verhältnis des sekundär geleisteten zu dem primär aufgewendeten Effekte; dasselbe ist somit $\frac{10000}{10400} = 96{\cdot}15$ %.

Für jede andere als die volle Belastung lassen sich die Arbeitsverhältnisse leicht ermitteln, wenn man davon ausgeht, dass

1. der Verlust für Magnetisierung unabhängig ist von der Belastung,

2. der Spannungsverlust in den Windungen proportional ist dem Strome,

3. der Effektverlust in den Windungen proportional ist dem Quadrate des Stromes,

4. der Verschiebungswinkel zwischen primärem Gesamtstrome und primärer Spannung auch bei schwachen Belastungen

noch von solcher Grösse ist, dass sein Cosinus nahe der Einheit ist und somit Strom und Spannung als praktisch zusammenfallend angesehen werden können. Diese Annahme entspricht nicht vollkommen der Wirklichkeit; da aber die sehr schwachen Belastungen von weniger Bedeutung sind und die Annahme für Belastungen bis zu $^1/_5$ oder $^1/_6$ der vollen Belastung zutreffend ist, so kann man leicht für jeden Transformator von bekannten Verlusten und bekanntem Übersetzungsverhältnis die sämtlichen in der folgenden Tabelle enthaltenen Werte in der angeführten Reihenfolge berechnen oder zusammenstellen.

Ermittelung der Arbeitsverhältnisse eines Transformators für maximal 10 000 Watt.

| Sekundäre Belastung | | Verluste $W_v$ | | Primäre Leistung in Watt | Wirkungsgrad in % | Primärspannung | Sekundärspannung | Sekundärstrom | Primärstrom |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| in Teilen der max. Leistung | in Watt | im Eisen | im Kupfer in % in Watt | | | | | | |
| | $W_2$ | $W_{fe}$ | $W_{Cu}$ | $W_1 = W_2 + W_{fe} + W_{Cu}$ | $\eta = \frac{100\ W_2}{W_1}$ | $E_1$ = konstant | $E_2$ | $J_2 = \frac{W_2}{E_2}$ | bei Leerlauf: $J_1 = \frac{W_1}{E_1} \cdot 0{\cdot}7$ bei Belastung: $J_1 = \frac{W_1}{E_1}$ |
| 0 | 000 | 200 | 0 = 0 | 200 | 0 | 2000 | 100 | 0 | 0·30 |
| 0·1 | 1000 | 200 | 0·02 = 2 | 1 202 | 83·20 | 2000 | 99·98 | 10·00 | 0·60 |
| 0·2 | 2000 | 200 | 0·08 = 8 | 2 208 | 90·60 | 2000 | 99·92 | 20·02 | 1·10 |
| 0·3 | 3000 | 200 | 0·18 = 18 | 3 218 | 93·23 | 2000 | 99·82 | 30·06 | 1·61 |
| 0·4 | 4000 | 200 | 0·32 = 32 | 4 232 | 94·52 | 2000 | 99·68 | 40·13 | 2·12 |
| 0·5 | 5000 | 200 | 0·50 = 50 | 5 250 | 95·24 | 2000 | 99·50 | 50·25 | 2·63 |
| 0·6 | 6000 | 200 | 0·72 = 72 | 6 272 | 95·66 | 2000 | 99·28 | 60·43 | 3·14 |
| 0·7 | 7000 | 200 | 0·98 = 98 | 7 298 | 95·92 | 2000 | 99·02 | 70·69 | 3·65 |
| 0·8 | 8000 | 200 | 1·28 = 128 | 8 328 | 96·10 | 2000 | 98·72 | 81·04 | 4·16 |
| 0·9 | 9000 | 200 | 1·62 = 162 | 9 362 | 96·13 | 2000 | 98·38 | 91·48 | 4·68 |
| 0·0 | 10000 | 200 | 2·00 = 200 | 10 400 | 96·15 | 2000 | 98·00 | 102·04 | 5·20 |

Die Zahlen dieser Tabelle und die an den Köpfen der einzelnen Vertikalreihen angebrachten einfachen Formeln sprechen für sich selbst. Die Genauigkeit des Näherungsverfahrens entspricht, sofern es sich um Ermittelung des Wirkungsgrades, der Drahtstärke einer Leitung oder des Durchmessers einer Schmelzsicherung handelt, vollauf den Anforderungen der Praxis.

Will man vom mehr akademischen Standpunkte aus die Genauigkeit weitertreiben, so muss man zunächst die Voraussetzungen auf ihre Zulässigkeit prüfen und zu diesem Behufe die im Transformator auftretenden Verluste analysieren.

## 2. Die im Transformator auftretenden Verluste.

Wird ein Leiter von einigermassen grösserer Masse in ein rasch wechselndes Feld gebracht, so entstehen in dem kurzgeschlossenen Stromkreise, welchen seine Masse darstellt, Ströme von solcher Stärke, dass seine Erwärmung unter Umständen eine bedeutende werden kann. Diese Wirbelströme (oder Foucaultströme) werden, da sie von dem Felde erzeugt wurden, mit den Linien desselben kettengliederartig verschlungen sein, also relativ zu denselben sich ähnlich verhalten und ähnlich gelagert sein wie die Ströme in den das Feld erzeugenden Windungen; sie werden ihre Richtung ebenso oft wechseln als das wechselnde Feld, und die ihrer Entstehung entsprechende E. M. K. wird proportional sein der Zahl der Wechsel oder Perioden des Feldes. Ihr Vorhandensein muss also einem Energieaufwande entsprechen, welcher proportional ist dem Quadrate der sie erzeugenden E. M. K., also auch dem Quadrate der Periodenzahl, und welcher um so grösser wird, je grösser diese E. M. K. (der Wirbelströme) und je kleiner der dem kurzgeschlossenen Stromkreise äquivalente Widerstand, also je grösser die Induktion B, die Dimensionen des Leiters und die Leitungsfähigkeit desselben sind. Um ihren Einfluss zu unterdrücken, also starke Erwärmungen und grösseren Energieverlust zu vermeiden, zerteilt man alle dem Einflusse des wechselnden Feldes unterworfenen Körper von einigermassen grösserer Masse in solcher Weise, dass die Kraftlinien durch die eingeführten Schnittflächen nicht, die Bahnen der Wirbelströme aber möglichst vielfach durchschnitten werden. Da nun aber im Interesse der Stabilität der Konstruktion und der Billigkeit der Herstellung die Körper sich nicht beliebig weit unterteilen lassen, werden Wirbelströme stets, auch in praktisch schon recht weit zerteilten körperlichen Massen, auftreten, und die diesen Wirbelströmen entsprechenden Kraftlinien werden die Linien des ursprünglichen Feldes zu schwächen und abzulenken vermögen. Dieser Umstand macht es erklärlich, dass die Wirbelströme im stande sind, die zur Hervorrufung einer gewissen Induktion erforderliche magnetisierende Kraft und den einer solchen Induktion entsprechenden Energieaufwand für Hysteresis zu beeinflussen, sofern wir uns ihre Wirkung bei Transformatoren zunächst auf die Masse des Eisenkernes, als die grösste, beschränkt denken. Wir werden späterhin erkennen, dass das Zustandekommen von Wirbelströmen auch im stande ist, den Spannungsabfall im Transformator zu erhöhen.

a) Von den Verlusten im Eisen ist der durch Hysteresis bewirkte der grösste. Wir wissen, dass dieser Verlust pro Cyklus mit der Induktion wächst, dass er, da viskose Hysteresis innerhalb der praktisch in Betracht kommenden Grenzen nicht nachweisbar ist, von der Geschwindigkeit der Cyklen unabhängig ist und dass er proportional der Zahl der Cyklen oder Perioden per Minute zunimmt. Ausserdem lässt sich an Hand der obigen Ausführungen überblicken, dass bei dem Eisenkerne des praktisch ausgeführten Transformators Hysteresis und Wirbelströme stets gemeinsam auftreten werden. Die Überlegung, dass eine Trennung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste unter Anwendung

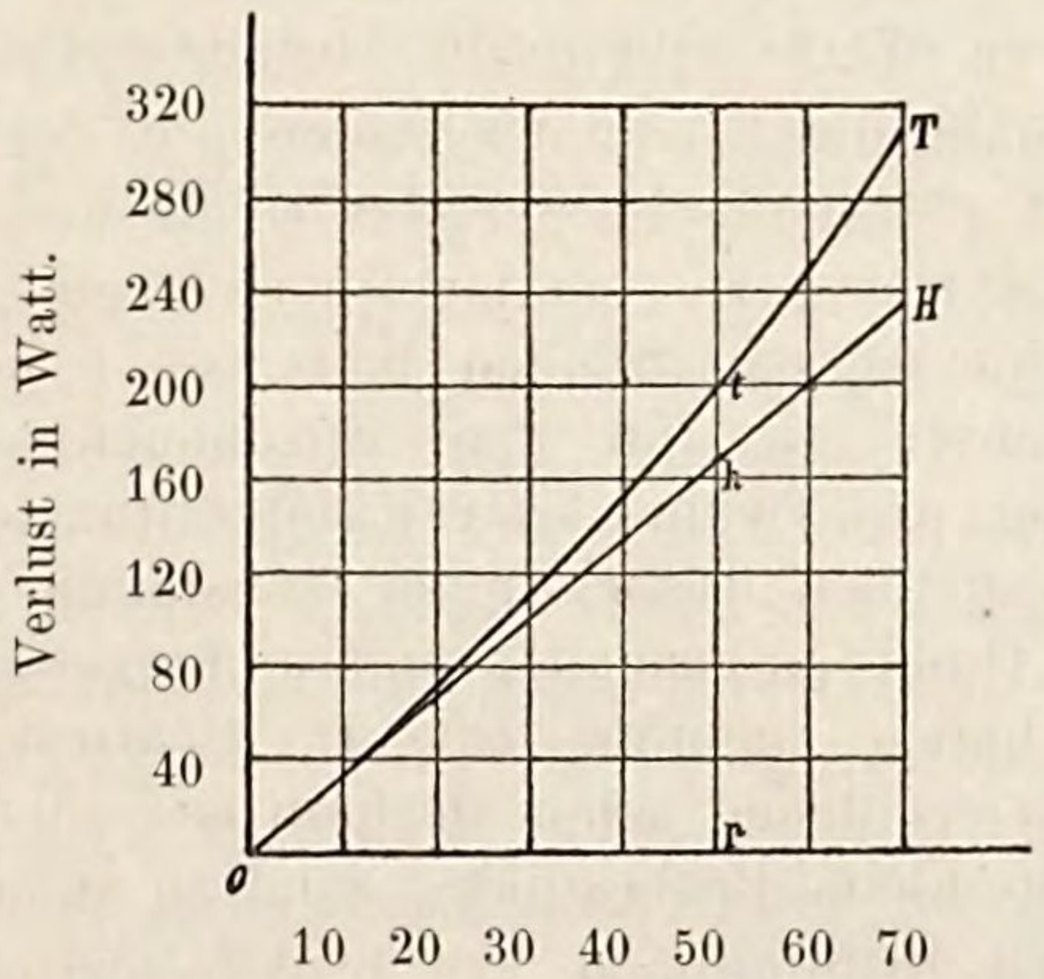



Fig. 68. Trennung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei einem 10000 Watt-Transformator.

verschiedener Periodenzahlen p leicht durchführbar sein muss, da ja die Hysteresis proportional p, die Wirbelströme proportional $p^2$ wachsen, wurde von Bláthy und Neustadt bereits im Jahre 1885 zur thatsächlichen Trennung der beiden Verluste verwendet[1]). Bláthy hat dies einmal in einem Briefe an den »Electrician« angedeutet, hat aber leider es für nicht wünschenswert oder nicht notwendig erachtet, die Sache zu veröffentlichen. Gelegentlich des Frankfurter Elektrikerkongresses wurden von G. Kapp[2]), F. Hummel[3]) und M. v. Dolivo-Dobro-

---

[1]) Vergl. C. P. Feldmann, El., London, 32, p. 581, 617.

[2]) G. Kapp, Bericht über die Verhandlungen des Intern. Elektr.-Kongresses zu Frankfurt a. M., II, p. 191.

[3]) F. Hummel, ebenda, p. 167.

wolsky[1]) verschiedene Methoden zur Trennung der beiden Verluste angegeben, welche, auf Transformatoren angewendet, im wesentlichen darauf hinauslaufen, bei konstanter Induktion B und verschiedenen Werten von p die Summe der Verluste zu bestimmen, mit den erhaltenen Resultaten eine Kurve zu zeichnen, deren Abscissen die Werte von p, deren Ordinaten die gemessenen Gesamtverluste sind und deren Verlauf (für einen bestimmten Transformator) der in Fig. 68 dargestellte ist, und nun an den Anfang dieser Kurve eine Tangente zu ziehen. Dies ist mit einem genügenden Grade von Genauigkeit schon deshalb möglich, weil die Kurve im Anfange nur sehr allmählich anwächst. Die Ordinaten $\overline{p\,t}$ der Kurve T (Fig. 68) geben für die verschiedenen Werte von p die Gesamtverluste für einen 10000-Watttransformator, die Ordinaten $\overline{p\,h}$ der Tangente H an die Kurve T geben die Hysteresisverluste und die Vertikalabstände $\overline{t\,h}$ der Kurve H von der Kurve T geben die Wirbelstromverluste für den betreffenden Wert von p an.

Das Verdienst, die für den Zusammenhang zwischen Hysteresisverlust pro Cyklus und Kubikcentimeter $W_{Hyst}$ und Induktion B geltenden Beziehungen vollständig, wenn auch empirisch, an Hand eingehender und umfangreicher Versuche klargelegt zu haben, gebührt Ch. P. Steinmetz[2]). Seine Untersuchungen verdienen schon deshalb besondere Beachtung, weil er nicht nur kleine Probestücke, sondern auch Transformatoren unter den Bedingungen der praktischen Arbeit prüfte und weil das von ihm gefundene empirische Gesetz auch auf heterogene magnetische Körper (Eisenfeilspäne z. B.) anwendbar zu sein scheint.

Ausgehend von einer Untersuchungsreihe Ewing's wies Steinmetz zuerst für diese und dann für alle von ihm untersuchten magnetischen Körper und Kreisprozesse nach, dass der Hysteresisverlust $W_{Hyst}$ pro Cyklus und Kubikcentimeter proportional ist der 1·6 ten Potenz der maximalen, während des Cyklus erreichten Induktion $B_m$ und dass, wenn der Cyklus sich nicht von $+B_m$ über 0 nach $-B_m$ und von da über 0 zurück nach $+B_m$ erstreckt, sondern innerhalb der Grenzen $+B_m$ und $+B_o$ verläuft, der Wert von $W_{Hyst}$ proportional ist der 1·6 ten Potenz der Differenz von $B_m$ und $B_o$.

---

[1]) M. v. Dolivo-Dobrowolsky, ebenda, p. 197.

[2]) Ch. P. Steinmetz, El. Zeitschr. 1891, p. 62, El. Zeitschr. 1892, p. 47, 55 u. 136, ferner 519, 531 ff; El., London, 26, p. 251, 261, und 28, p. 384 ff.

Es war also, solange keine Verluste für Wirbelströme auftraten, im ersten Falle

$$W_{Hyst} = \alpha \, . \, B_m{}^{1 \cdot 6} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

im zweiten Falle

$$W_{Hyst} = \alpha \, . \, (B_m - B_o)^{1 \cdot 6} \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

Erreichen im einen oder anderen Falle die Wirbelstromverluste messbare Grösse, so tritt zu den Formeln noch ein Glied, welches proportional ist der Zahl der Perioden p und dem Quadrate der Induktion. Es ist also bei gleichzeitigem Auftreten von Hysteresis und Wirbelströmen der Gesamtverlust per Cyklus und Kubikcentimeter bei p Perioden pro Sekunde im ersten Falle

$$W_v = W_{Hyst} + W_{Fouc} = \alpha \, B_m{}^{1 \cdot 6} + \beta \, . \, p \, . \, B_m{}^2,$$

im zweiten Falle

$$W_v = W_{Hyst} + W_{Fouc} = \alpha (B_m - B_o)^{1 \cdot 6} + \beta \, . \, p \, (B_m - B_o)^2.$$

Es ist ein merkwürdiger Zufall, dass die erste von Steinmetz auf den Zusammenhang zwischen $W_{Hyst}$ und B geprüfte Versuchsreihe Ewing's, deren Werte in der folgenden Tabelle mitgeteilt sind, sich auf ein ganz ausserordentlich gutes Eisenstück bezogen, welches bei den im Jahre 1881 an der Universität in Tokio angestellten Versuchen Ewing's dem Vorrate des Laboratoriums entnommen worden war.

Steinmetz'sche Tabelle über den Zusammenhang zwischen Hysteresis und $B_m$ für ein von Ewing untersuchtes Eisenstück.

| 0·8 H = Magn. Kraft in Ampère-Windungen | $B_m$ Maxim. Induktion | Hysteresisverlust in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter | | Differenz zwischen beob. u. ber. Werten von $W_{Hyst}$. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | beobachtet | berechnet aus: 0·002 $B_m{}^{1 \cdot 6}$ | absolut | in % |
| 1·50 | 1 974 | 410 | 375 | 35 | 8·5 |
| 1·95 | 3 830 | 1 160 | 1 082 | 58 | 5·0 |
| 2·56 | 5 950 | 2 190 | 2 190 | 0 | 0 |
| 3·01 | 7 180 | 2 940 | 2 956 | — 16 | —0·5 |
| 3·76 | 8 790 | 3 990 | 4 080 | — 90 | —2 3 |
| 4·96 | 10 590 | 5 560 | 5 510 | 50 | +0 9 |
| 6·62 | 11 480 | 6 160 | 6 260 | —100 | —1·7 |
| 7·04 | 11 960 | 6 590 | 6 690 | —100 | —1·5 |
| 26·50 | 13 700 | 8 690 | 8 310 | 380 | +4·4 |
| 75·20 | 15 560 | 10 040 | 10 190 | —150 | —1·5 |

Bei der Wahl von Eisen für Transformatoren ist geringer Hysteresisverlust von weit höherer Bedeutung als hohe Permeabilität. Diese zwei Eigenschaften gehören nicht notwendigerweise zusammen; denn die zwei Äste der Magnetisierungskurve

mit B als Ordinate und H als Abscisse mögen ganz wohl nur langsam ansteigen und dennoch einen grossen Flächenraum einschliessen.

Trotz dieser anerkannten Wichtigkeit geringer Hysteresisverluste im Eisen ist das Material oft in dieser Beziehung sehr minderwertig und, wie Evershed und Vignoles[1]) betonen, auch selbst dann sehr verschieden, wenn es von einem und demselben Fabrikanten unter einer und derselben Bezeichnung bezogen wurde. Ewing[2]) hat gelegentlich des Kongresses in Chicago über eine neuerdings von ihm angestellte Versuchsreihe berichtet, für welche die Musterstücke entweder als Transformatoreneisen speziell bezeichnet oder als besonders gutes und für die Versuche eigens präpariertes Metall geliefert worden waren. Nur in einem Falle wurde ein Stück dünnen Eisenbleches gefunden, welches von einer bedeutenden englischen Firma zum Aufbau ihrer Transformatoren verwendet wird und welches dem bei den Messungen in Tokio benutzten Eisen annähernd gleichkam. Diese Versuchsresultate sind in der folgenden Tabelle mit den Bezeichnungen der Materialien zusammengestellt.

Tabelle der Hysteresisverluste für verschiedene als gut bezeichnete Eisensorten nach Ewing.

| $B_m$ Maximale Induktion | Hysteresisverlust in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter | | | |
|---|---|---|---|---|
| | für Eisen aus dem Versuche in Tokio | Eisenblech für Transformatoren | Eisenblech für Transformatoren | Besonders feines schwedisches Holzkohleneisen |
| 2 000 | 400 | 420 | 600 | 1 100 |
| 3 000 | 780 | 800 | 1 150 | 2 150 |
| 4 000 | 1200 | 1260 | 1 780 | 3 300 |
| 5 000 | 1680 | 1770 | 2 640 | 4 700 |
| 6 000 | 2700 | 2370 | 3 360 | 6 200 |
| 7 000 | 2800 | 3150 | 4 300 | 7 800 |
| 8 000 | 3430 | 3940 | 5 300 | 9 500 |
| 9 000 | 4160 | 4800 | 6 380 | 11 400 |
| 10 000 | 4920 | 5730 | 7 520 | 13 400 |
| 11 000 | 5800 | 6800 | 8 750 | 15 600 |
| 12 000 | 6700 | 8000 | 10 700 | — |

Die chemische Analyse[3]) ist kein vollkommen zuverlässiger Führer bei Beurteilung der magnetischen Eigenschaften. Dies

---

[1]) Vergl. die Bemerkung auf p. 29 dieses Buches.
[2]) Ewing, El., London, 31, p. 623, 1893.
[3]) Ewing, a. a. O. Vergl. die Diskussion zu G. Kapp's Vortrag über Prüfung des Eisens, El., London, 32, p. 498 u. 500, 1894.

erscheint einleuchtend, wenn man bedenkt, dass z. B. das zuweilen reich mit Schlacken vermengte Puddeleisen weniger rein erscheinen kann, als das magnetisch viel schlechtere Ingoteisen. Wir wissen wohl, dass die Permeabilität und die Reinheit des Metalles einigermassen nebeneinander herlaufende Eigenschaften sind; aber auch hier schon bildet Gussstahl eine Ausnahme von der Regel, da seine Permeabilität zuweilen höher sein kann, als die des reinsten Schmiedeeisens. Man weiss zwar, dass im allgemeinen der Gehalt an Kohlenstoff und die Härte die Grösse der Koexzitivkräfte und somit der Hysteresisverluste bedingen; trotzdem ist aber selbst das absolut reine elektrolytische Eisen keineswegs frei von Hysteresis[1]). Immerhin ist soviel sicher, dass manches Eisen seine minderwertigen magnetischen Eigenschaften der Beimischung von Spuren fremder Metalle verdankt, welche zwar ein mechanisch, nicht aber ein magnetisch gutes Eisen liefern. So ist z. B. Mangan der Stärke und Zähigkeit des Ingoteisens förderlich, den magnetischen Eigenschaften aber in hohem Masse verderblich.

Es scheint überhaupt, wie S. Evershed mit Recht hervorhebt, dass die Hoffnung auf eine durch weitergehende Reinigung des Materials erzielbare vollständige Beseitigung der Hysteresis illusorisch sei. Seitdem nämlich Capstick[2]) das Modell eines Stückes Eisen aus einer Gruppe von 24 leicht drehbar gelagerten kleinen Magneten herstellte und an diesem rohen und einfachen Modell der molekularen Struktur die charakteristische Abweichung der steigenden und fallenden Magnetisierungskurven erhielt, scheint die Möglichkeit nahegerückt, dass Hysteresis wohl von der Grösse, Form und gegenseitigen Lage der Magnete im Modell oder der magnetischen Moleküle im Eisen abhängig ist, dass sie aber aus dem Modell und dem Eisen nicht vollständig verschwinden kann, ohne dass gleichzeitig sämtliche magnetische Eigenschaften verschwinden.

Eben deshalb aber, weil wir nicht genau dem Eisenwerke angeben können, in welcher Weise ein wirklich gutes Eisen für Transformatoren oder elektromagnetische Apparate überhaupt hergestellt werden kann, eben deshalb müssen wir umsomehr darauf bedacht sein, nur solches Eisen zu verwenden, dessen

---

[1]) S. Evershed, El., London, 32, p. 481, 1891, und F. Lydall und A. Pocklington, Lum. él. 47, p. 485. Proc. Royal Soc. 52, p. 228, 1893.

[2]) Vergl. J. A. Ewing, Ind. in iron and other metals, p. 339; ferner A. Hooper, El., London, 27, p. 93.

magnetische Eigenschaften uns auf Grund einer Untersuchung bekannt sind. Solche Eisenuntersuchungen müssen und werden in absehbarer Zeit genau so eingeführt sein wie heute die Prüfung jeder versandtbereiten Dynamo, und die Erkenntnis, dass solche Untersuchungen keine Laboratoriumsspielerei, sondern Messungen von hohem kommerziellen Werte sind, wird sich auch bei Fabrikanten und Eisenwerken mehr und mehr Bahn brechen. Die für das Laboratorium und die Werkstätte geeigneten Methoden zur Untersuchung von Eisen sollen später in kurzen Zügen geschildert werden. An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, dass für die meisten guten Weicheisensorten, welche für die Eisenkerne von Transformatoren ja ausschliesslich in Betracht kommen, die Werte der Konstanten $\alpha$ der Steinmetz'schen Gleichung

$$W_{Hyst} = \alpha B^{1.6} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter sich zwischen $\alpha = 0{\cdot}003$ und $\alpha = 0{\cdot}0035$ bewegen. Besonders gute Sorten mehrfach ausgeglühten Transformatoreisenblechs erreichen wohl auch

$$\alpha = 0{,}0024 \text{ bis } 0{\cdot}0028.$$

Der Vollständigkeit halber seien auch hier für verschiedene andere magnetische Körper die Werte $\alpha$ und $\beta$ angeführt, welche Steinmetz[1]) aus seinen Beobachtungen abgeleitet hat.

Werte der Konstanten $\alpha$ und $\beta$ der Steinmetz'schen Gleichung für den Gesamtverlust W durch Hysteresis und Wirbelströme.

$W_v = \alpha \, . \, B^{1.6} + \beta \, . \, p \, . \, B^2$ in Erg pro Cyklus und Kubikcentimeter.

| Material | Koëffizient der Hysteresis $\alpha$ | der Wirbelstrom Max. $\beta$ | Induktion bei $B_m$ bei 10 | 40 | 90 Ampère-Windungen pro *cm* |
|---|---|---|---|---|---|
| Sehr weicher Eisendraht . | 0·0020 | — | 12 800 | 14 700 | 16 600 |
| Westinghouse-Transform. | 0·0024 | — | 14 400 | 17 800 | 20 800 |
| Sehr dünnes Eisenblech . | 0·0030 | — | 13 100 | 17 100 | 20 700 |
| Dickes Eisenblech . . . | 0·0033 | 0·7460 | 13 100 | 17 500 | — |
| Eisenblech . . . . . | 0·0042 | 0·2083 | — | — | — |
| Eisenblech . . . . . | 0·0045 | 1·1600 | — | — | — |
| Geglühter Gussstahl . . | 0·0080 | — | 7 800 | 14 000 | 16 300 |
| Werkzeugstahl . . . . | 0·0094 | — | 5 800 | 14 800 | 18 800 |
| Gussstahl . . . . . | 0·0120 | — | 2 000 | 6 400 | 9 800 |
| Gusseisen . . . . . | 0·0162 | — | 1 600 | 6 100 | 10 100 |
| Gehärteter Gussstahl . . | 0·0250 | — | 1 200 | 8 000 | 12 900 |

[1]) Ch. P. Steinmetz, El. Zeitschr. 1892, p. 519 ff. Eine Tabelle der 1·6ten Potenzen von B soll später da eingefügt werden, wo zur Berechnung der Transformatoren die Hysteresisverluste ermittelt werden müssen.

Bei Untersuchungen an Transformatoren wollten Ryan[1]), Roiti[2]), Ayrton[3]) und Mordey[4]) eine Abnahme des Hysteresisverlustes bei steigender Belastung gefunden haben. Eine solche Abnahme wäre im Interesse des Wirkungsgrades eines Transformators recht erwünscht gewesen; dieselbe hätte sich auch nach Ewing theoretisch dadurch erklären lassen, dass beim belasteten Transformator, bei welchem der Sekundärkreis geringen Widerstand hat, die magnetischen Moleküle, statt frei zu schwingen und Wirbelströme zu erzeugen, durch den geringen Widerstand des Sekundärkreises eine Dämpfung erfahren, sodass sie unison schwingen und einen Teil der früher zur Erzeugung von Wirbelströmen aufgewendeten Energie an den Sekundärkreis abgeben; thatsächlich aber ist eine solche Abnahme der Hysteresis im belasteten Transformator selbst dann nicht zu konstatieren, wenn man ausgeht von der Überlegung, dass eine durch Streuung veranlasste Quermagnetisierung manche Teile des Kernes beeinflussen könnte, wenn der Sekundärkreis stark belastet ist.

S. Evershed und E. B. Vignoles[5]) haben eine Reihe von Untersuchungen zur Bestimmung der durch Hysteresis bei verschiedenen Belastungen bewirkten Erwärmungen vorgenommen. Das Resultat war nach Anbringung der entsprechenden Korrektionen ein negatives. Bei einer Periodenzahl von 104, einer Maximalinduktion von 7900 und einer Querinduktion von 0 im ersten und 2300 Linien im zweiten Falle ergab sich im

---

[1]) H. J. Ryan, Transact. Americ. Inst. El. Eng. 17. Jan. 1890. El., London, p. 239, 263. Vergl. J. A. Fleming, Alt. curr. Transf., II, p. 463.

[2]) Roiti, Lum. él. 35, p. 479 ff.

[3]) Ayrton, El. Review, London, 22, p. 240. Vergl. E. Kittler, Handbuch der Elektrotechn., II, p. 285. Ayrton und Taylor, El., London, 26, p. 540. Siehe auch Bemerkungen von Mordey, ebenda, p. 541.

[4]) Mordey, Journ. Inst. El. Eng. 20, p. 207. Vergl. ferner E. Kittler, Handbuch der Elektrotechn., II, p. 278, 279, und El., London, 27, p. 597, 623, 651, 664; 28, p. 105.

Der einzige Grund, welcher allenfalls eine Verminderung der Eisenverluste bewirken könnte, wäre der, dass bei einem schlecht dimensionierten Transformator der Eisenkern infolge einer Wärmeabgabe der Spulen eine merkbar höhere Temperatur annehmen könnte, wenn die Spulen selbst infolge der Belastung sich stark erwärmen. In diesem Falle würden sowohl Hysteresis- als Wirbelstromverluste bei gleicher Induktion abnehmen. Vergl. u. a. hierüber Dr. Kunz, El. Zeitschr. 1892, p. 245, und 1894, p. 194.

[5]) Evershed und Vignoles, El., London, 29, p. 583, 605, El. Zeitschr. 1892, p. 111, 672.

ersten Falle eine minutliche Temperaturerhöhung von 1·77° C., im zweiten Falle eine solche von 1·9° C.

In entscheidender Weise wurde aber die Konstanz der Hysteresis für verschiedene Belastungen durch eine ausserordentlich sinnreiche Vorrichtung nachgewiesen, welche Prof. Ewing zusammen mit Fräulein H. G. Klaassen[1]) ersonnen und beschrieben hat.

Diese Vorrichtung bestand im wesentlichen aus zwei kleinen Transformatoren, welche beide Kerne aus feinen, baumwollbesponnenen Eisendrähten enthalten. Der erste Transformator A erhielt zwei Lagen gleichförmig verteilten Primärdrahtes und darüber zwei weitere Lagen ebenfalls gleichförmig angeordneten Sekundärdrahtes. Vor dem Aufwickeln war eine thermo-elektrische Verbindung in den isolierten Kern dieses Transformators A eingebettet worden.

Der zweite Transformator B erhielt genau gleiche Windungszahlen in den beiden Spulen, nur dass die zwei Lagen der primären und die zwei Lagen der sekundären Spule gegeneinander geschaltet waren, sodass irgend ein Strom, der im primären oder sekundären Stromkreise floss, keinen magnetischen Effekt zu erzeugen vermochte. Der Kern dieses Transformators B enthielt eine genau gleiche thermo-elektrische Verbindung.

Nun wurden die beiden primären und die beiden sekundären Spulen der zwei Transformatoren in Serie geschaltet, und die ersteren wurden an eine Wechselstromquelle, die letzteren an einen veränderlichen Widerstand angeschlossen. Schliesslich wurden noch die Thermosäulen gegeneinander und in Serie mit einem empfindlichen Galvanometer geschaltet.

Es musste nun, gleichgültig, ob der gemeinsame Sekundärkreis der beiden Transformatoren durch einen grösseren oder kleineren Widerstand geschlossen oder ganz offen war, der Transformator A stets um den der Hysteresis entsprechenden Energieaufwand wärmer werden als der Transformator B, und die Differenz dieser Wärmemengen musste konstant oder veränderlich sein, je nachdem der Hysteresisverlust bei verschiedener Belastung konstant oder veränderlich war. Zur Feststellung dieses Verhaltens wurde nun mittelst eines regulierbaren Gleichstromes der Wärmeunterschied abbalanciert, sodass die

---

[1]) J. A. Ewing und Miss H. G. Klaassen, El., London, 27, p. 631 und 28, p. 111, El. Zeitschr. 1891, p. 583, und 1892, p. 93.

Wärmezuführung in B genau gleich derjenigen in A wurde, was dann der Fall war, wenn das an die Thermosäulen angeschlossene Galvanometer keinen Ausschlag mehr zeigte. Um aber auch sicher zu sein, dass während der Dauer der Beobachtungen auch die Induktion B und die Periodenzahl p die gleiche seien, wurde auf den Transformator A eine dritte Spule aufgewickelt, die an ein Hitzdraht-Voltmeter einfacher Konstruktion angeschlossen war, während die Konstanz von p durch die Übereinstimmung des von der Wechselstromquelle ausgesandten Tones mit einer entsprechend abgestimmten Stimmgabel beobachtet wurde. Unter Beobachtung aller dieser Vorsichtsmassregeln konnte ein Unterschied in der Stärke des zur Abgleichung erforderlichen Gleichstromes nicht festgestellt werden, trotzdem die Belastungen innerhalb weiter Grenzen, die Induktionen zwischen B = 6000 und B = 12000 und die Periodenzahl zwischen 100 und 130 Cyklen pro Sekunde verändert und die Spulen gegeneinander umgetauscht wurden.

Auf Grund dieser sorgfältigen Beobachtungen muss also die Konstanz der durch Hysteresis bewirkten Verluste als endgültig erwiesen betrachtet werden.

In den einleitenden Bemerkungen zu diesem Kapitel wurde bereits angedeutet, dass das Vorhandensein von Wirbelströmen auch die Höhe des durch Hysteresis bewirkten Verlustes zu beeinflussen vermag. Da überdies die durch Wirbelströme im Eisen bewirkten Verluste unter Umständen recht beträchtlich zu werden vermögen, wollen wir uns im folgenden etwas eingehender mit denselben befassen.

Betrachten wir zu diesem Behufe eine 1 *mm* starke Eisenplatte, welche in Richtung ihrer Fläche von einer 200 mal pro Sekunde wechselnden Kraftlinienströmung durchflossen wird. Wir sind gewöhnt, uns solche Platten, welche in geringerer Dicke heute fast allgemein bei Transformatoren zur Anwendung gelangen, mit einer gleichmässigen Verteilung der Kraftlinien vorzustellen, deren mittlere Dichte pro Quadratcentimeter B = 4000 etwa sein soll. Die Wirkung der senkrecht zur Richtung des Kraftlinienstromes, also in Richtung der Plattendicke, entstehenden Wirbelströme wird nun, wie leicht einzusehen ist, die sein, dass die Kraftliniendichte von den beiden Aussenflächen der Platte nach der Plattenmitte hin abnimmt, dass mit anderen Worten die meisten Kraftlinien nach aussen drängen und bei dickeren Platten die Plattenmitte fast vollkommen frei von Kraftlinien ist.

Nach J. J. Thomson's[1]) Entwickelungen und Ewing's[2]) Berechnungen wird für die erwähnte $\delta = 1$ *mm* starke Platte, deren mittlere Induktion B = 4000 in der Sekunde p = 100 volle Cyklen durchläuft und deren Material einen zunächst als konstant anzusehenden spezifischen elektrischen Widerstand $\sigma = 10000$ und eine ebenfalls zunächst als konstant angenommene magnetische Permeabilität $\mu = 2000$ besitzt, die Induktion in der Mitte nur = 0·564 jener an den Aussenflächen sein.

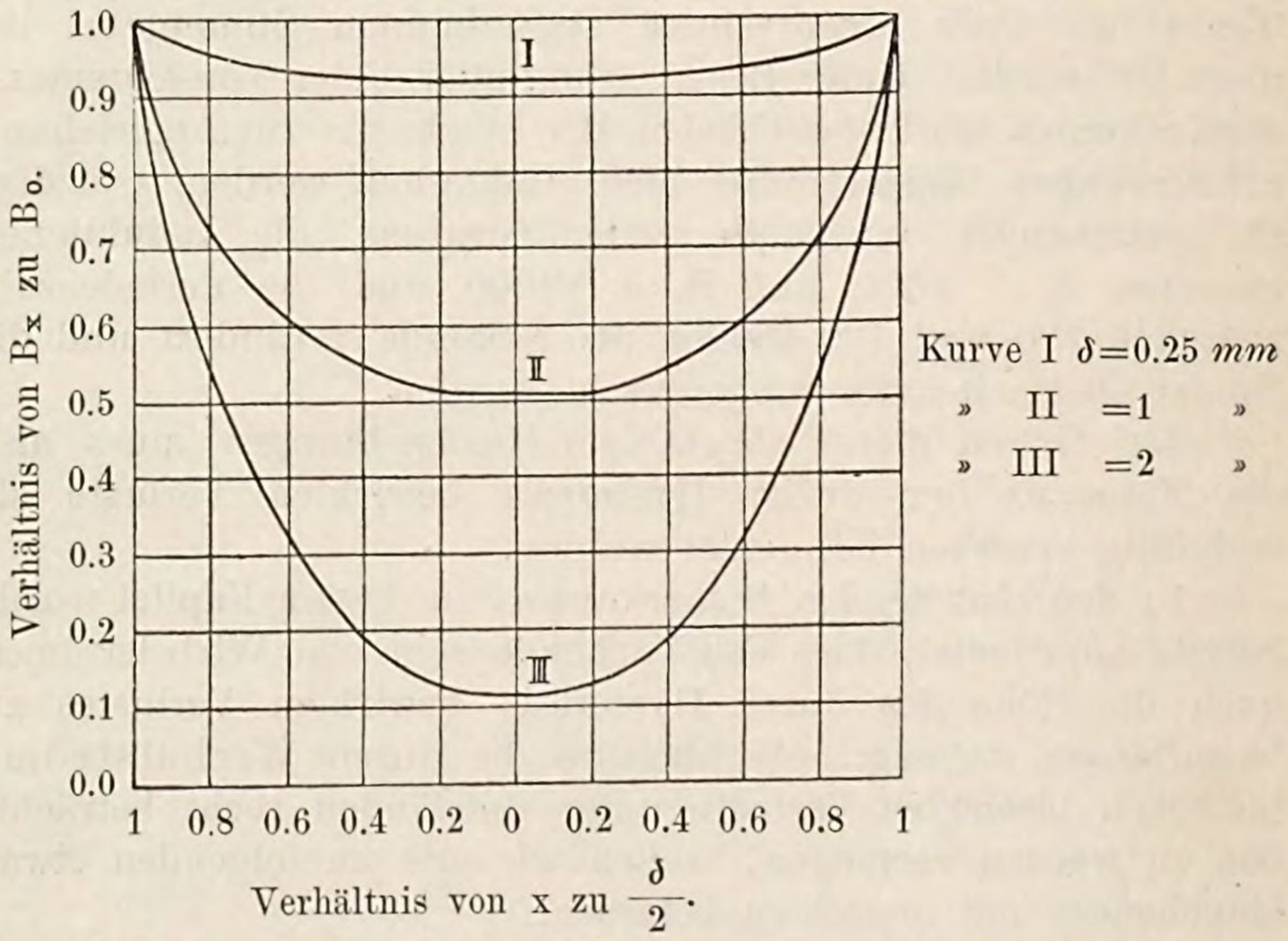



**Fig. 69. Verteilung der Kraftlinie quer durch Eisenplatten von verschiedener Dicke für p = 100 Perioden pro Sekunde.**

Für verschieden dicke Platten und verschiedene Verhältnisse der Entfernungen x von der Plattenmitte zur halben Plattendicke $\frac{\delta}{2}$, ist das Verhältnis der Induktion $B_x$ in der Entfernung x zur Induktion $B_o$ in der Entfernung $\frac{\delta}{2}$ von der Mitte, d. h. zur Induktion Bo an den Aussenflächen, durch die Werte der folgenden Tabelle und die Kurven der Fig. 69 und 70 dargestellt.

---

[1]) J. J. Thomson, El., London 28, p. 594, 599
[2]) J. A. Ewing, El., London 28, p. 631, El. Zeitschr. 1892, p. 391.

Kraftlinienverteilung unter dem Einflusse der in verschieden dicken Eisenplatten auftretenden Wirbelströme.

| Plattendicke | $\frac{x}{\frac{\delta}{2}} = 0$ | 0·2 | 0·4 | 0·6 | 0·8 | 1·0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\delta = 2$ *mm* | $\frac{Bx}{Bo} =$ 0·120 | 0·125 | 0·173 | 0·316 | 0·580 | 1·00 |
| 1 » | 0·520 | 0·521 | 0·538 | 0·601 | 0·750 | 1·00 |
| 0·5 » | 0·925 | 0·925 | 0·927 | 0·935 | 0·956 | 1·00 |

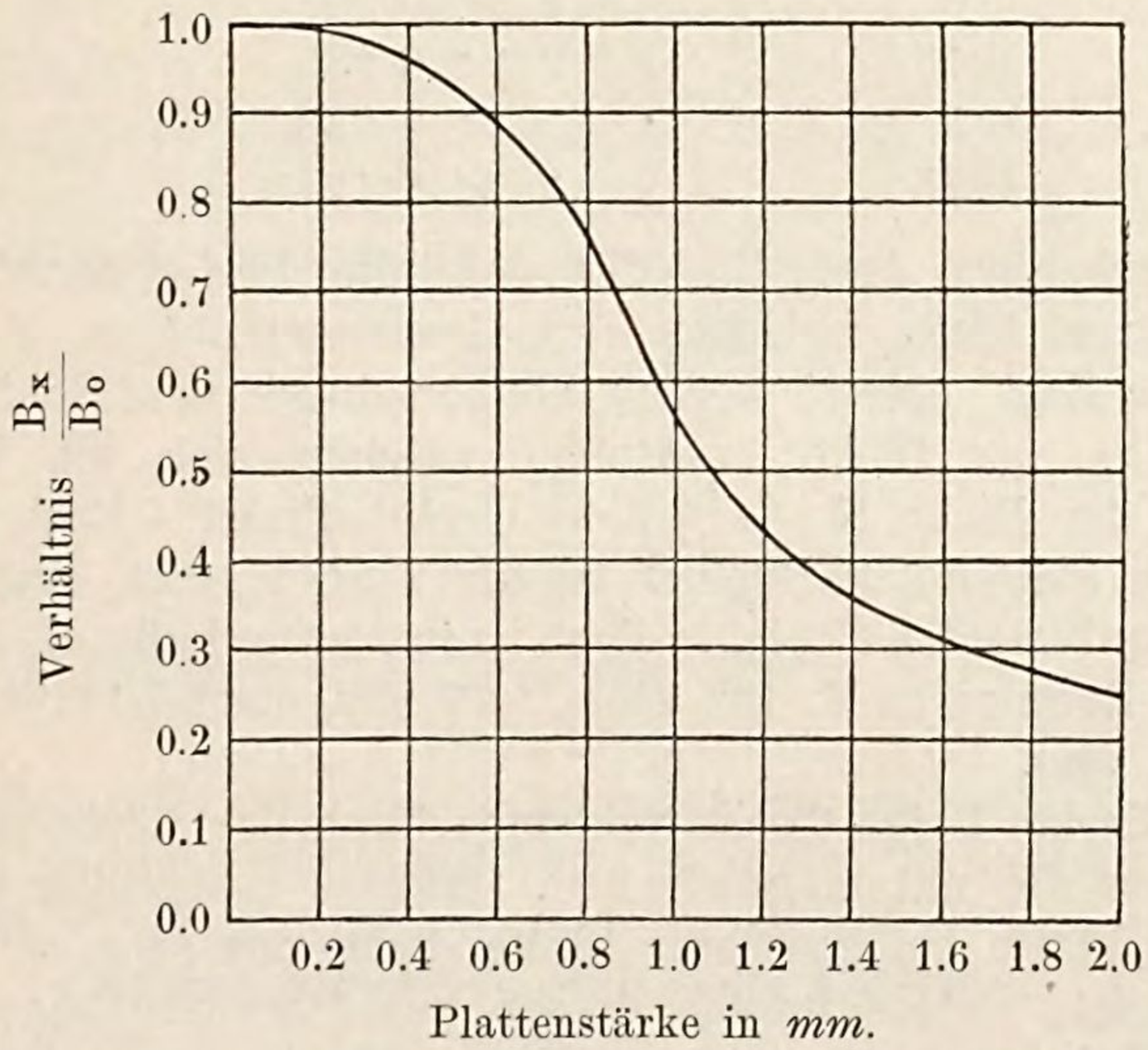



Fig. 70. Magnetisierung verschieden dicker Platten unter dem Einflusse wechselnder magnetischer Kräfte.

Fig. 69 stellt die Kraftlinienverteilung, Fig. 70 das Verhältnis $\frac{B_x}{B_o}$ für verschiedene Plattendicken und die Periodenzahl 100 dar; beide Figuren lassen deutlich erkennen, dass ein grosser Teil der dickeren Platten durch die Schirmwirkung der Wirbelströme praktisch fast frei von Magnetismus ist.

Um den Einfluss dieser Schirmwirkung noch deutlicher hervorzuheben, hat Ewing eine imaginäre, aber äquivalente Plattendicke eingeführt, welche insofern der thatsächlichen

Platte äquivalent ist, als sie bei gleichförmiger Magnetisierung mit der an den Grenzflächen der thatsächlichen Platte vorhandenen Induktion $B_0$ dieselbe Gesamtzahl von Linien enthalten würde, welche die thatsächliche Platte mit ihrer ungleichförmigen Magnetisierung aufweist.

Diese äquivalente Plattendicke beträgt bei 100 Perioden pro Sekunde für eine

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\delta = \infty$ | dicke | Platte | $2 \times 0{\cdot}252$ | *mm* |
| $2{\cdot}0$ *mm* | » | » | $2 \times 0{\cdot}250$ | » |
| $1{\cdot}5$ | » | » | » | $2 \times 0{\cdot}256$ | » |
| $1{\cdot}0$ | » | » | » | $2 \times 0{\cdot}282$ | » |
| $0{\cdot}75$ | » | » | » | $2 \times 0{\cdot}285$ | » |
| $0{\cdot}5$ | » | » | » | $2 \times 0{\cdot}233$ | » |
| $0{\cdot}25$ | » | » | » | $2 \times 0{\cdot}1245$ | » |

Man erkennt, dass für die gewählte Periodenzahl alle Platten, deren Dicke zwischen den Grenzwerten $\delta = \infty$ und $\delta = 0{\cdot}5$ *mm* liegt, ersetzt werden können durch zwei Schichten von etwa $^1/_4$ *mm* Dicke, zwischen welchen sich ein leerer Raum von der Dicke ($\delta - {}^1/_2$ *mm*) etwa befindet. Erst wenn die gesamte Plattendicke kleiner ist als $2 \times {}^1/_4$ *mm*, sinkt die Dicke der äquivalenten Schicht; doch ist in diesem Falle die Dicke des leeren Raumes z. B. für eine $0{\cdot}25$ *mm* starke Platte nur noch $0{\cdot}001$ *mm*.

Eine direkte Folge dieser Schirmwirkung der Wirbelströme ist die, dass der mit magnetischem Material ausgefüllte Querschnitt der Platte bei grösserer Plattendicke nur sehr schlecht ausgenutzt ist, sodass infolge dessen zur Hervorrufung einer mittleren Induktion B eine grössere Anzahl von Ampère-Windungen aufgewendet werden muss. Wenn z. B. von der 2 *mm* starken Platte nur $0{\cdot}5$ *mm* als gleichförmig magnetisierte Schicht in Betracht kommen, so erscheint der Eisenquerschnitt auf $^1/_4$ verringert und es ist deshalb einleuchtend, dass zur Hervorrufung der gleichen mittleren Induktion B über den ganzen Eisenquerschnitt die magnetisierende Kraft viermal grösser sein muss, als sie ohne Vorhandensein der Schirmwirkung gewesen wäre. Die Verhältnisse der Raumausnutzung und der erforderlichen Zunahme der magnetisierenden Kraft zur Erzeugung gleicher mittlerer Induktion B sind in den folgenden Tabellen unter der Annahme niedergelegt, dass ohne die Schirmwirkung zur Erzeugung der Induktion B die magnetisierende Kraft H erforderlich gewesen war.

Es ist deshalb bei einer

| Stärke der Platte von | die Raumausnutzung | die erforderl. magnet. Kraft |
|---|---|---|
| 0·25 *mm* | 99·6 % | 1·005 H |
| 0·50 » | 93·2 » | 1·075 » |
| 0·75 » | 79·3 » | 1·32 » |
| 1·0 » | 56·4 » | 1·78 » |
| 1·5 » | 34·1 » | 2·93 » |
| 2·0 » | 25·0 » | 4·00 » |

Eine indirekte Folge der Schirmwirkung und der durch sie hervorgerufenen Kraftlinienanhäufung in den äussersten Schichten der Platte ist eine trotz gleicher Grösse der mittleren Induktion B bemerkbare Zunahme des Hysteresisverlustes pro Kubikcentimeter und Cyklus, herrührend davon, dass die Hysteresis nicht von der mittleren Induktion B, sondern von dem Maximalwerte der Induktion abhängt, welcher

bei 2·0 *mm* starken Platten gleich 1·37 B
» 1·5 » » » » 1·23 »
» 1·0 » » » » 1·115 »
» 0·5 » » » » 1·01 »
» 0·25 » » » » 1·00 » ist.

Die folgende Tabelle enthält eine

Zusammenstellung

der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei verschieden dicken Platten, deren mittlere Induktion B = 4000 ist.

| Plattendicke | Wirbelstromverlust | Hysteresisverlust | Gesamtverlust | Grösse der für B = 4000 erforderlichen magnetisierenden Kraft H |
|---|---|---|---|---|
| | in Watt pro Kubikcentimeter und Sekunde bei B = 4000, p = 100 | | | |
| *mm* | $W_{Fouc.}$ = | $W_{Hyst.}$ = | $W_v$ = | |
| 2 | 0·0569 Watt | 0·0206 Watt | 0·0775 Watt | 8·0 |
| 1·5 | 0·0427 » | 0·0169 » | 0·0596 » | 5·87 |
| 1·0 | 0·0241 » | 0·0138 » | 0·0376 » | 3·55 |
| 0·5 | 0·0066 » | 0·0110 » | 0·0176 » | 2·15 |
| 0·25 | 0·00166 » | 0·0107 » | 0·0123 » | 2·01 |

Diese Verluste sind ermittelt unter der Annahme einer konstanten Permabilität $\mu = 2000$ und Leitungsfähigkeit $\sigma = 10^4$ für die Induktion B = 4000 und sind niedergelegt in den Kurven der Figur 71.

Versucht man im Interesse einer einfachen Berechnung aus den Werten der zweiten und dritten Vertikalreihe die

Koeffizienten $\alpha$ und $\beta$ der Steinmetz'schen Gleichung für den Gesamtverlust pro Kubikcentimeter und Cyklus

$$W_v = \alpha \cdot B^{16} + \beta \cdot p \cdot B^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

zu ermitteln, so erhält man:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Für die | 2 | *mm* | starken Platten | $\alpha =$ | $0{\cdot}00345$ $\beta = 0{\cdot}0356{\cdot}10^{-2}$ |
| | 1·5 | » | » | | $0{\cdot}00282$ $0{\cdot}0267{\cdot}10^{-2}$ |
| | 1·0 | » | » | | $0{\cdot}00238$ $0{\cdot}0151{\cdot}10^{-2}$ |
| | 0·5 | » | » | | $0{\cdot}00190$ $0{\cdot}00413{\cdot}10^{-2}$ |
| | 0·25 | » | » | | $0{\cdot}00184$ $0{\cdot}00103{\cdot}10^{-2}$ |

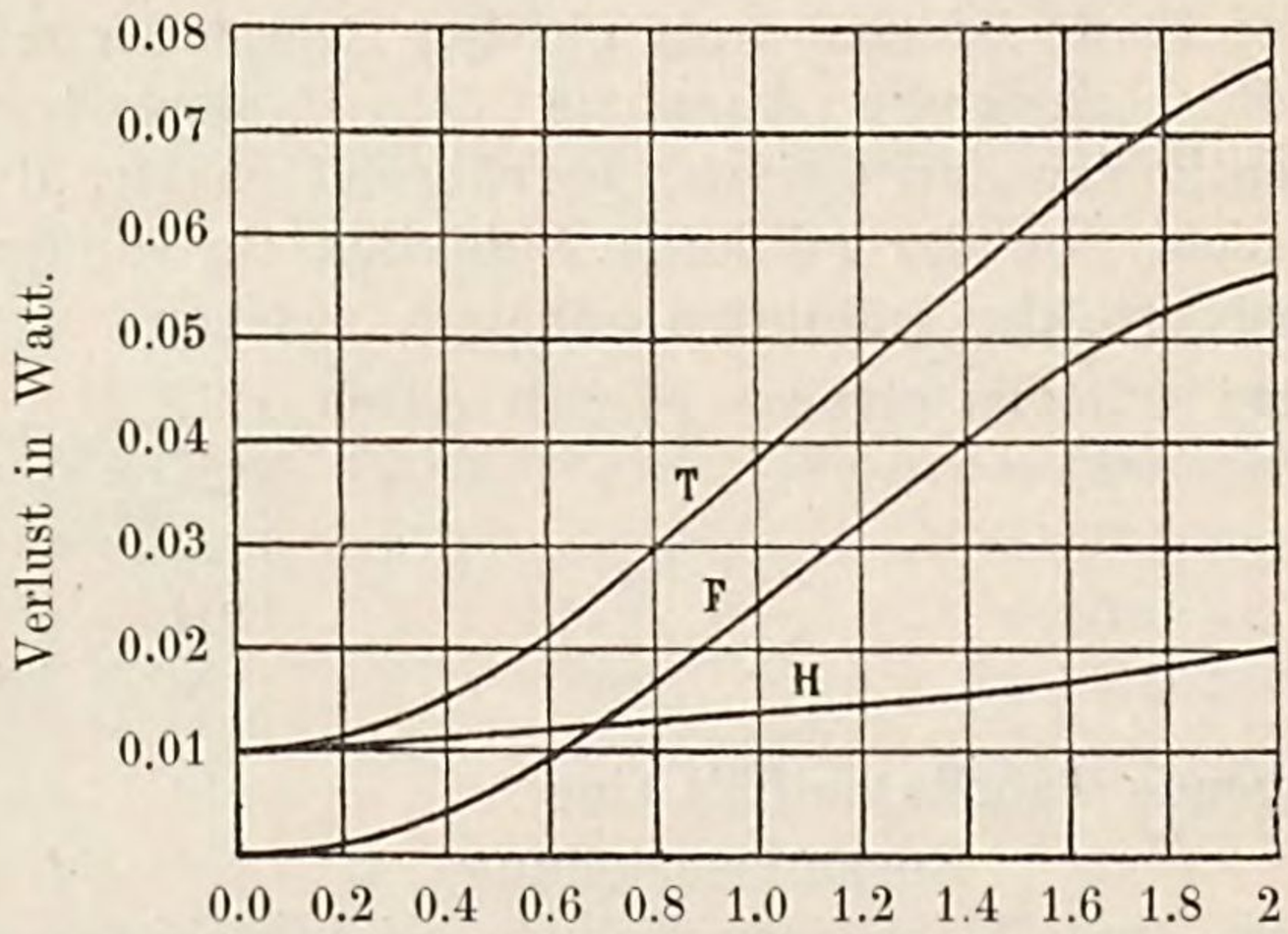



Fig. 71. Wirbelstromverlust (F), Hysteresisverlust (H) und Gesamtverlust (T) bei verschieden dicken Eisenplatten, deren Induktion B = 4000 ist.

J. Swinburne[1]), Alexander Siemens[2]), S. Evershed[3]) und J. A. Fleming[4]) haben gezeigt, wie man auf einfache Weise für Eisenplatten der gebräuchlichen Stärke unter Annahme eines guten Materials den Wirbelstromverlust vorausberechnen kann.

Bringt man die verschiedenen Formeln auf einheitliche Basis und führt man in die Formeln den Drahtdurchmesser d bei runden Drähten oder die Blechdicke b bei Eisenplatten in

---

[1]) J. Swinburne, El. Rev. London, 25, p. 314, 341. El, London, 23, p. 492, 523. El. Zeitschr. 1889, p. 541.

[2]) A. Siemens, El., London 28, p. 431. El. Zeitschr. 1892, p. 246.

[3]) S. Evershed, El. London 26, p. 477 ff. El. Zeitschr. 1891, p 179.

[4]) J. A. Fleming, Alt. curr. Transf. II, p. 485. El., London 28, p. 678.

Millimetern ein, so erhält man den Wirbelstromverlust in Watt pro Kubikcentimeter Eisen [1])

$$\text{für Eisendrähte } W_{Fouc} = \left(\frac{d \,.\, p \,.\, B}{4 \,.\, 10^6}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

$$\text{» Eisenbleche . } = \left(\frac{b \,.\, p \,.\, B}{2{\cdot}5 \,.\, 10^6}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

In diesen einfachen Formeln bedeutet p die Periodenzahl, B die maximale Induktion.

Dass die Formeln z. B. für Eisenbleche bis 1 *mm* gut mit den Werten der vorhergehenden Tabelle übereinstimmen, ergiebt sich aus der folgenden Zusammenstellung. Wir werden ausserdem später erkennen, dass die Übereinstimmung mit den Messresultaten eine ebenso gute ist.

Zusammenstellung der nach verschiedenen Methoden berechneten Wirbelstromverluste für B = 4000, p = 100.

| Plattendicke | Nach Ewing und nach Gleichung 2 für | | Nach Gleichung 4 | Differenz in % |
|---|---|---|---|---|
| 2·0 | $W_{Fouc} = 0{\cdot}0569$ | $\beta = 0{\cdot}0356{\cdot}10^{-2}$ | $W_{Fouc} = 0{\cdot}102$ | + 79 |
| 1·5 | 0·0427 | $0{\cdot}0267{\cdot}10^{-2}$ | 0·0575 | + 35 |
| 1·0 | 0·0241 | $0{\cdot}0151{\cdot}10^{-2}$ | 0·0256 | + 6 |
| 0·5 | 0·0066 | $0{\cdot}00413{\cdot}10^{-2}$ | 0·0064 | — 3 |
| 0·25 | 0·00165 | $0{\cdot}00103{\cdot}10^{-2}$ | 0·0016 | — 3 |

Die Formeln 3 und 4, welche man eventuell auch in der Form

$$W_{Fouc} = 0{\cdot}0625 \,.\, d^2 \,.\, p^2 \,.\, B^2 \,.\, 10^{-12} \quad . \quad . \quad . \quad 3a)$$

$$\text{bezw. } = 0{\cdot}16 \;.\; C^2 \,.\, p^2 \,.\, B^2 \,.\, 10^{-12} \quad . \quad . \quad . \quad 4a)$$

schreiben könnte, geben also für alle Blechstärken bis zu 1 *mm* die Wirbelstromverluste mit genügender Genauigkeit an. Die Grenze ist genügend hoch, da die allgemeine Praxis in Erkenntnis der durch stärkere Bleche bewirkten höheren Verluste und stärkeren Erregerströme selten Blechstärken über 0.5 *mm* zur Anwendung bringt. Die untere Grenze der Blechstärken ist wohl 0.3 *mm*, da dünnere Bleche schwerer herstellbar und teuerer sind, schlechtere Raumausnutzung und nur eine geringe Reduktion der ohnehin kleinen Wirbelstromverluste ergeben, welche in keinem Verhältnis zu den Mehrkosten der Bleche und des Aufbaues steht.

---

[1]) C. Feldmann, El., London 32, p. 583, 617.

### b) Von den Verlusten im Kupfer.

Sobald in einer der beiden Bewickelungen Strom zu fliessen beginnt, muss ein Spannungsverlust in derselben auftreten, dessen Grösse sich, in erster Annäherung, aus dem Ohm'schen Gesetze ergeben und somit gleich sein muss dem Produkte aus diesem Strome und dem Widerstande der Spule. Thatsächlich ist in die Gleichung für den Spannungsverlust nicht jener Widerstand einzufügen, welchen z. B. eine Widerstandsmessung mit der Wheatstone'schen Brücke ergeben hätte; sondern es ist vielmehr zu berücksichtigen, dass die Spule als solche eine Eigenimpedanz aufweist, durch welche der Widerstand in der Gleichung für den Spannungsverlust zu ersetzen ist.

Bevor wir jedoch dazu übergehen, die verschiedenen Faktoren zu besprechen, welche diese Eigenimpedanz zu beeinflussen vermögen, müssen wir nachdrücklich davor warnen, diese Eigenimpedanz mit der Impedanz der Spule als Teil des Transformators zu verwechseln. Die erste entspricht der Impedanz des aufgewickelten Leitermaterials; die zweite entspricht der Impedanz eines Teiles des Transformators. Die Eigenimpedanz entspricht einem äquivalenten Widerstande, die Gesamtimpedanz einer äquivalenten Impedanz. Die Eigenimpedanz hat eine fast rein physikalische, die Gesamtimpedanz eine grösstenteils mathematische Bedeutung. Ein Zahlenbeispiel wird vielleicht am leichtesten den Unterschied in der Bedeutung der beiden Grössen klarzulegen vermögen.

Denken wir uns einen Transformator, dessen primäre Spule einen mit der Brücke messbaren Widerstand $R_1 = 4$ Ohm besitzt. Diese primäre Spule werde bei offenem Sekundärkreise des Transformators an eine Wechselspannung von $E_1 = 2000$ Volt angeschlossen. Wenn nun trotzdem nur ein Strom $J_1 = 0{\cdot}5$ Ampère in die Spule fliesst, so rührt dies daher, dass der Wechselspannung ein wechselndes Feld und diesem wiederum eine gegenelektromotorische Kraft $E_1'$ entspricht, welche das Zustandekommen eines stärkeren Stromes verhütet, solange sich ihr eigener Wert nicht verringert. Dies ist aber bei einem Transformator dann der Fall, wenn die sekundäre Spule durch einen Widerstand geschlossen, wenn also der Transformator belastet wird. Wir wollen annehmen, dass bei halber, bezw. ganzer Belastung und konstanter Spannung $E_1 = 2000$ Volt die gegenelektromotorische Kraft so weit verringert sei, dass ein Strom $J_1 = 2{\cdot}0$ Ampère, bezw. $4{\cdot}0$ Ampère die

primäre Spule durchfliesse; dann ist die Gesamtimpedanz der primären Spule

bei offener Sekundärspule $x = \frac{2000}{0{\cdot}5} = 4000$ $(10^9 \text{ c s}^{-1})$

» halber Belastung . . $= \frac{2000}{2{\cdot}0} = 1000$ ( » )

» ganzer » . . $= \frac{2000}{4{\cdot}0} = 500$ ( » )

Die Gesamtimpedanz ist also von der gegenelektromotorischen Kraft, bezw. von der Belastung abhängig und sehr viel grösser als der Widerstand $R_1$ [1]).

Die Eigenimpedanz aber ist sehr angenähert gleich R und variiert ausserdem für verschiedene Belastungen nur in sehr geringem Masse. Bei guten Transformatoren unterscheidet sich dieselbe nur um wenige Prozente, also praktisch in kaum merkbarer Weise von dem Widerstande. Doch wollen wir uns hier, um die bei Transformatoren möglichen Wirkungen etwas hervorzuheben, einen Transformator denken, bei welchem die Eigenimpedanz

bei Leerlauf . . . . $y = 1{\cdot}05$ $R_1 = 4{\cdot}20$ Ohm
» halber Belastung . $y = 1{\cdot}075$ $R_1 = 4{\cdot}30$ »
» voller » . $y = 1{\cdot}10$ $R_1 = 4{\cdot}40$ »

Der Spannungsverlust wäre dann

bei Leerlauf . . . $v_1 = 4{\cdot}20 \times 0{\cdot}5 = 2{\cdot}1$ Volt $= 0{\cdot}10$ % von $E_1$
» halber Belastung $v_1 = 4{\cdot}30 \times 2 = 8{\cdot}6$ » $= 0{\cdot}43$ » » »
» voller » . $v_1 = 4{\cdot}40 \times 4 = 17{\cdot}6$ » $= 0{\cdot}86$ » » »

Die Faktoren, welche die Grösse der Abweichung zwischen Eigenimpedanz und Widerstand beeinflussen, sind die Dimensionen des Leiters (der wohl stets aus Kupfer bestehen wird) und die Wickelungstiefe.

Die Thatsache, dass die Dimensionen des Leiters die Höhe der Eigenimpedanz beeinflussen, beruht darauf, dass jedem einen Leiter von beträchtlichen Dimensionen durchfliessenden Wechselstrome ein magnetisches Feld entspricht, welches in der Mitte des Leiters stärker ist, als am Umfange desselben.

---

[1]) Die Gesamtimpedanz wurde gelegentlich der von Neustadt beobachteten und erklärten Erscheinung beim Ausschalten konzentrischer Kabel in die Rechnung eingeführt. Vergl. 2. Kapitel, § 11, p. 130 dieses Buches. Vergleiche ferner Dr. W. Sumpner, El., London 27, p. 125.

Es wird sich infolge dessen eine von dem Umfange nach der Mitte des Leiters hin stärker und stärker werdende Gegen-E. M. K. bemerkbar machen, welche eine von dem Umfange nach der Mitte des Leiters hin zunehmende Schwächung des Stromes zur Folge haben wird. Die Stromverteilung wird also in einem starken, vom Wechselstrome durchflossenen Leiter keineswegs eine gleichförmige sein; die Stromdichte wird vielmehr von der Mitte nach dem Umfange hin zunehmen, und bei genügend starken Leitern wird die Mitte praktisch stromlos sein. Auf diesen Thatbestand hat zuerst Lord Rayleigh[1]), dann Sir W. Thomson[2]) hingewiesen. Der letztere hat daran die Bemerkung geknüpft, dass der Widerstand der Leiter nur bis gegen 10 *cm* Durchmesser angenähert proportional dem Quadrate, von da an aber nur noch etwa proportional der ersten Potenz des Durchmessers abnehme, weil dann die Schirmwirkung eine so bedeutende sei, dass eigentlich nur noch die äusseren Schichten des Leiters stromführend erscheinen. Für die bei Beleuchtungstransformatoren in Betracht kommenden Querschnitte ist die Wirkung dieser ungleichförmigen Stromverteilung nicht gerade besonders hoch; dagegen kommt sie bei Transformatoren für Schweisszwecke schon stark in Betracht. Dieselbe nimmt mit der Zahl der Perioden und mit dem Durchmesser zu und kann für runde Drähte bis zu etwa 20 *mm* Durchmesser mit genügender Genauigkeit durch die Formel[3])

$$f_1 = 1 + 7{\cdot}5\ p^2 . d^4 . 10^{-11} . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(d in } mm\text{)} . \quad 5)$$

dargestellt werden. In dieser Formel[4]) bedeutet $f_1$ den Faktor, mit welchem der Widerstand zu multiplizieren ist, wenn man den der ungleichen Stromverteilung entsprechenden Wert der Eigenimpedanz erhalten will; p bedeutet die Zahl der Perioden pro Sekunde, d den Durchmesser in Millimetern. Die folgende Tabelle enthält die Werte des einen Faktors $f_1$ der Eigenimpedanz für verschiedene Drahtstärken und Periodenzahlen. Dieselbe ist aus der Formel 5 berechnet und enthält die Durchmesser, wie üblich, in Millimetern.

---

[1]) Rayleigh, Phil. Mag. Mai 1886.

[2]) W. Thomson, El. Rev. 24, p. 74, s. auch Mordey, El. Rev. 24, p. 638 (1889) und W. Thomson, El., London, 27, p. 139.

[3]) E. Kolben, El. Zeitschr. 1894, p. 77.

[4]) Für stärkere Drähte würde die Formel zu grosse Werte ergeben, da z. B. für $d = 100$ $f_1$ nur gleich 350 wird.

Werte des einen Faktors $f_1$ der Eigenimpedanz.

| Drahtdurchmesser d in *mm* | Zahl der Perioden pro Minute | | |
|---|---|---|---|
| | p = 50 | p = 80 | p = 100 |
| 1 | 1·0000002 | 1·0000005 | 1·0000008 |
| 2 | 1·000003 | 1·000008 | 1·000012 |
| 5 | 1·00012 | 1·00030 | 1·00047 |
| 8 | 1·00075 | 1·00192 | 1·0030 |
| 10 | 1·0019 | 1·0048 | 1·0075 |
| 12 | 1·0039 | 1·0100 | 1·0156 |
| 14 | 1·0083 | 1·0212 | 1·0332 |
| 16 | 1·0095 | 1·0242 | 1·0378 |
| 18 | 1·0196 | 1·0503 | 1·0785 |
| 20 | 1·030 | 1·077 | 1·120 |

Die vorhergehende Überlegung hat uns gezeigt, dass die Zufügung einer erheblichen Kupfermenge zum Teile oder auch ganz nutzlos sein kann. Sir W. Thomson[1]) ist jedoch noch einen Schritt weiter gegangen und hat gezeigt, dass zu grosse Kupfermassen nicht nur nutzlos, sondern sogar direkt schädlich zu wirken im stande sind. Auch dies erscheint bei einiger Überlegung einleuchtend. Wir wissen, dass die Anbringung einer in sich geschlossenen Bewickelung auf dem Transformator infolge der in derselben erzeugten Ströme einen Energieaufwand bewirken würde. Ein solcher Stromkreis würde also den Wert der Gesamtimpedanz herabdrücken. Gleichzeitig aber würde er durch seine Rückwirkung auf das magnetische Feld die Ströme in einer ihm benachbarten, durch einen grösseren Widerstand geschlossenen Spule schwächen und somit eine Erhöhung der Eigenimpedanz dieser Spule hervorrufen. Wenn also seitens einer nicht in den Stromkreis eingefügten, sondern nur demselben benachbarten Kupfermasse eine solche schädliche Wirkung möglich ist, so ist es wohl denkbar, dass grössere Kupfermassen eine solche schädliche Wirkung auch dann auszuüben vermögen, wenn sie ihrer geometrischen Lage und elektrischen Verbindung nach einen Teil des Stromkreises zu bilden scheinen.

Bei dieser Lage der Dinge gelangt man zu der Erkenntnis, dass es für einen gegebenen Transformator thatsächlich eine Dicke des quadratischen oder runden Bewickelungsdrahtes giebt,

---

[1]) W. Thomson, El., London 25, p. 510, 512, 575. El. Zeitschr. 1890, p. 661.

welche minimalem Effektverluste entspricht. Nimmt man z. B. bei 80 Perioden pro Minute die Dicke des quadratischen Drahtes

bei einer Lage grösser als 11·22 *mm*
» zwei Lagen » » 6·31 »
» drei » » » 4·91 »
» vier » » » 3·65 »

so erhält man wegen der anti-effektiven Wirkung des zugefügten Kupfers eine grössere als die minimale Wärmeentwickelung. Nimmt man aber für den gleichen Fall dünnere Drähte, so erhöht sich der Effektverlust wegen des höheren Widerstandes. Der Effektverlust entspricht nicht mehr einfach

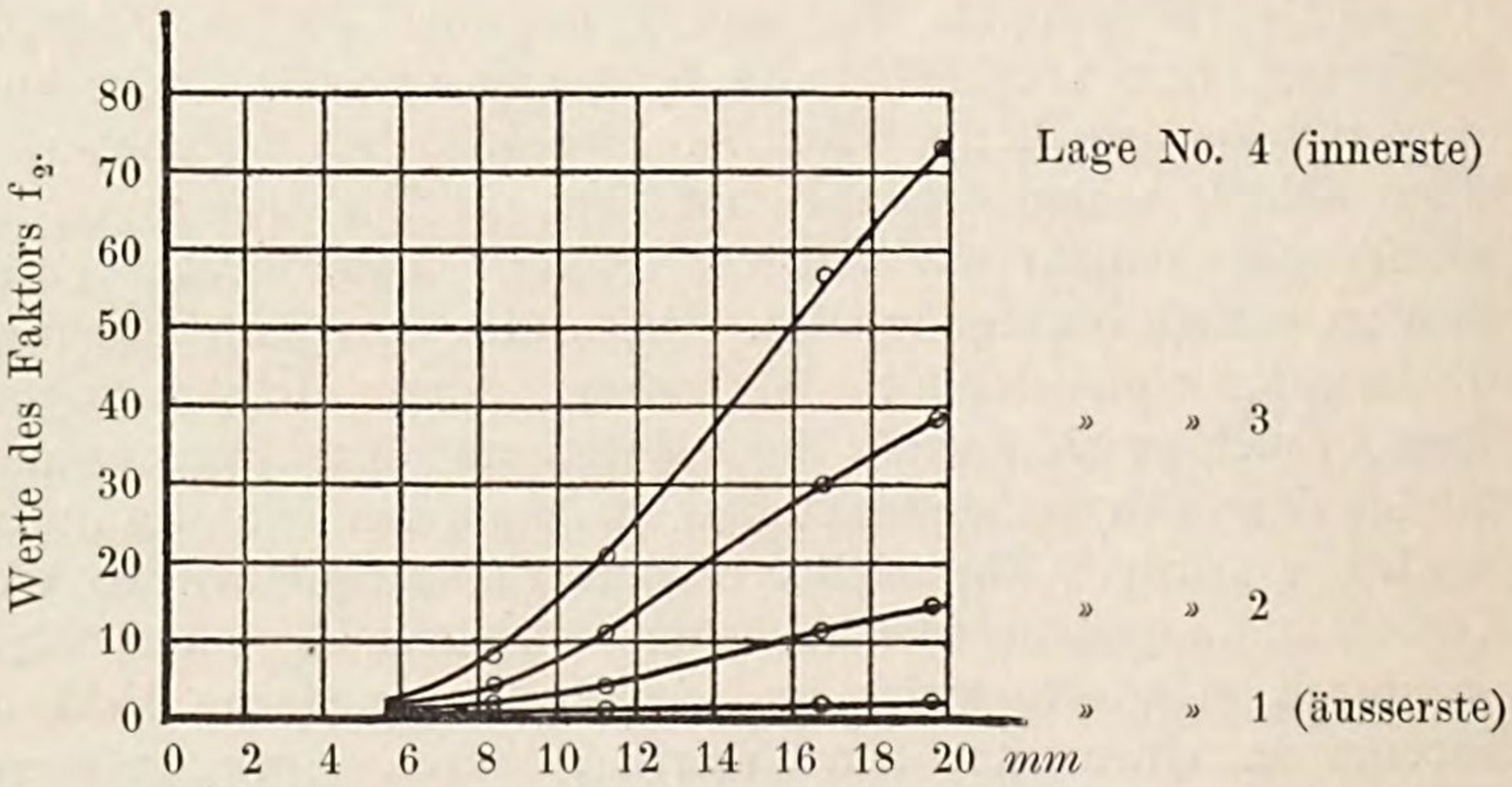



Fig. 72. Seite des □ Querschnittes des Drahtes.

dem Joule'schen Gesetze, sobald die anti-effektive Wirkung der zu grossen Kupfermassen sich geltend macht.

In die Beziehungen für den Effekt- und den Spannungsverlust tritt vielmehr statt des Widerstandes der zweite Teil der Eigenimpedanz ein, welcher $f_2$ mal grösser ist als der Widerstand. Die Werte des zweiten Faktors der Eigenimpedanz wachsen mit der Zahl der Wickelungslagen und der Perioden pro Minute und sind für verschiedene Stärken des quadratischen Drahtes und die Periodenzahl 80 in der folgenden aus Sir W. Thomson's Angaben interpolierten und umgerechneten Tabelle und in Fig. 72 zusammengestellt. Die Windungslagen sind dabei von aussen nach innen zu zählen, sodass die innerste Lage die höchste Nummer erhält.

Werte des zweiten Faktors $f_2$ der Eigenimpedanz für 80 Perioden pro Minute.

| Dicke des quadratischen Drahtes oder rechteckigen Bandes in *mm* | Nummer der Lage | | | |
|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV |
| 1·0 □ | 1·0002 | 1·0005 | 1·001 | 1·002 |
| 1·5 » | 1·0007 | 1·002 | 1·004 | 1·013 |
| 2·0 » | 1·0014 | 1·004 | 1·010 | 1·044 |
| 2·5 » | 1·0022 | 1·010 | 1·035 | 1 075 |
| 3 0 » | 1·0038 | 1·022 | 1·075 | 1·13 |
| 3·5 » | 1·009 | 1·045 | 1·15 | 1·30 |
| 4·0 » | 1·014 | 1 085 | 1·25 | 1·55 |
| 4·5 » | 1·019 | 1·13 | 1·39 | 1·80 |
| 5·0 » | 1·025 | 1·19 | 1·54 | 2·10 |
| 5·5 » | 1·030 | 1·26 | 1·72 | 2·35 |
| 6·0 » | 1·045 | 1·37 | 2·00 | 3·00 |

Zur vollständigen Vermeidung dieser einer Widerstandserhöhung äquivalenten Verschwendung von Kupfer empfiehlt es sich nach Thomson's Vorschlag, bei Drahtstärken über 2·5 *mm* zusammengedrehte oder -geflochtene Leiter zu verwenden, deren einzelne Drähte schwach voneinander isoliert sind. Zur Herstellung einer solchen Isolation genügt schon Schellack oder Ölfarbe, und der Widerstand zwischen den einzelnen Drähten genügt sogar auch dann noch, wenn dem ganzen Leiter durch entsprechendes Pressen oder Walzen rechteckige oder quadratische Form verliehen wird. Thatsächlich gelangen bei Transformatoren häufig Drähte bis zu 6 oder 6.5 *mm* Durchmesser für die Sekundärwickelungen zur Verwendung, weil dieselben billiger sind, als die von Thomson vorgeschlagenen. Allerdings muss man dann für diese Windungen die Widerstandszunahme in Betracht ziehen, sobald Perioden- und Lagenzahl hoch sind.

### c) Spannungsverlust, Spannungsabfall und Spannungserhöhung.

Bei Anwendung des Thomson'schen Auskunftsmittels wird der in jeder der Wickelungen des Transformators auftretende Spannungsverlust gleich sein dem Produkte aus dem Widerstande und der Stromstärke; im allgemeinen Falle jedoch wird dieser Verlust gegeben sein durch das Produkt aus Eigenimpedanz und Stromstärke.

Es liegt im Interesse einer leichten Regulierung, dass der Spannungsverlust im Transformator niedrig gehalten werde. Man hat dann die Möglichkeit, bei Konstanthaltung der Spannung an den primären Klemmen des Transformators eine sekundär nach einem Parallelschaltungssysteme angeordnete Beleuchtungsanlage ohne weitere Reguliervorrichtungen zu betreiben. Und da man unter Verwendung eines hochgespannten Wechselstromes ein weit ausgedehntes Beleuchtungsgebiet bequem in solcher Weise mit Energie versorgen kann, dass bei Konstanthaltung der Spannung in der Centrale selbst oder an wenigen Verteilungspunkten des Versorgungsgebietes die primäre Klemmenspannung aller Transformatoren bis auf 1 oder 2% gleich und konstant ist, so macht ein geringer Spannungsverlust in den Transformatoren jede weitere Regulierung in einem Parallelschaltungssysteme überflüssig. Die Erkenntnis dieser Thatsache ist so alt als die Verwendung der Transformatoren in Parallelbetrieb, und gerade die ältesten Transformatoren zeichnen sich in der Regel dadurch aus, dass bei ihnen hoher Wert auf geringen Spannungsverlust gelegt, dem grossen Eisenverluste aber nur geringe Beachtung geschenkt worden war.

Wenn zwei Transformatoren gleicher Leistung primär und sekundär parallel geschaltet sind, so ist es im Interesse gleicher Erwärmung und gleicher Ausnutzung erwünscht, dass die Belastung sich möglichst gleichförmig auf die Transformatoren verteile. Zu diesem Behufe ist jedoch erforderlich, dass die beiden Transformatoren gleichen Spannungsabfall, d. h. bei gleicher Leistungsfähigkeit auch gleiche Widerstände besitzen.

Denken wir uns 2 Transformatoren von je 10 000 Watt bei 2000 Volt primär und 100 Volt sekundär, deren primäre Widerstände $r_1 = 4$ und $r_1' = 5$ Ohm, deren sekundäre Widerstände $r_2 = 0{\cdot}01$ und $r_2' = 0{\cdot}0125$ Ohm sind.

Wenn dann beide Transformatoren bei voller Belastung je 400 Watt für Hysteresis und Wirbelströme und Effektverlust im Kupfer konsumieren und die sekundäre Leistung 10000 Watt sein soll, so würden primär je 10 400 Watt aufzuwenden sein, wenn beide Transformatoren gleich belastet wären.

Bei konstanter Primärspannung werden sich jedoch die primären Ströme umgekehrt verteilen wie die Widerstände, da ja

$$J_1 \cdot r_1 = J_1' \cdot r_1'$$

sein muss. Es wird also im vorliegenden Falle sein:

$$J_1 : J_1' = r_1' : r_1$$
$$J_1 : (J_1 + J_1') = r_1' : (r_1' + r_1)$$
$$\text{oder} \quad J_1 = (J_1 + J_1') \cdot \frac{r_1'}{r_1' + r_1} =$$
$$= \frac{20\,800}{2000} \cdot \frac{5}{5+4} = 10{\cdot}4 \cdot \frac{5}{9} = 5{\cdot}78 \text{ Amp.}$$

$$\text{und} \quad J_1' = (J_1 + J_1') \cdot \frac{r_1}{r_1' + r_1} =$$
$$= \frac{20800}{2000} \cdot \frac{4}{5+4} = 10{\cdot}4 \cdot \frac{4}{9} = 4{\cdot}62 \text{ Amp.}$$

Der Verlust in beiden Transformatoren wird dann sein

$$J_1 r_1 = J_1' r_1' = 23{\cdot}1 \text{ Volt} = 1{\cdot}16\ \%,$$

und die sekundäre E. M. K. wird bei einem Übersetzungsverhältnis $\frac{n_1}{n_2} = \frac{20}{1}$ sein

$$\frac{2000 - 23{\cdot}1}{20} = 100 - 1{\cdot}16 \cong 98{\cdot}84 \text{ Volt etwa.}$$

Bei gleichen Sekundärwiderständen wären dann die beiden Sekundärströme je 101·5 Ampère etwa; bei den vorhandenen Widerständen aber wird

$$J_2 = (J_2 + J_2') \cdot \frac{r_2'}{r_2 + r_2'} = 203 \cdot \frac{0{\cdot}0125}{0{\cdot}01 + 0{\cdot}0125} = 113 \text{ Amp.}$$

$$\text{und} \quad J_2' = (J + J_2') \cdot \frac{r_2}{r_2 + r_2'} = 203 \cdot \frac{0{\cdot}01}{0{\cdot}01 + 0{\cdot}0125} = 90 \text{ »}$$

sodass der erste Transformator sekundär 11 100, der zweite 8900 Watt etwa leistet. Diese Rechnung ist nicht genau richtig, da z. B. die Unterschiede der Effektverluste in den Widerständen vollkommen ausser Acht gelassen sind. Doch zeigt dieselbe, dass bei Transformatoren gleicher Grösse, welche für Parallelschaltung in beiden Stromkreisen bestimmt sind, die Belastungen sich angenähert umgekehrt proportional den Widerständen verteilen. Daraus folgt, dass bei Transformatoren verschiedener Grösse, welche für Parallelschaltung in beiden Stromkreisen bestimmt sind, die Widerstände sich umgekehrt wie die Leistungsfähigkeiten verhalten müssen.

Dies trifft natürlich nur zu, solange die Transformatoren als einzige Quelle des Spannungsverlustes den Eigenwiderstand

(oder die Eigenimpedanz) aufweisen. Treten im Transformator bei veränderlicher Belastung Änderungen des Übersetzungsverhältnisses auf, welche von einer Kraftlinienstreuung herrühren, so muss das Gesetz entsprechend beschränkt werden. Es gilt dann nur noch für Transformatoren gleichen Gesamtabfalles der Spannung.

Bei gut dimensionierten Transformatoren, welche auf Glühlampen oder andere induktionsfreie Widerstände arbeiten, beträgt der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall etwa 0·5 bis 2% der sekundären Klemmenspannung, wie die in dem folgenden Paragraphen behandelten Zahlenbeispiele beweisen werden.

Bezeichnet man bei solchen Transformatoren die Koeffizienten der Selbstinduktion mit $L_1$ und $L_2$ und jenen der gegenseitigen Induktion mit M, so ist

$L_1$ proportional den Kraftlinien der primären Spule, welche die primären Windungen umschlingen,

$L_2$ proportional den Kraftlinien der sekundären Spule, welche die sekundären Windungen umschlingen,

M proportional den Kraftlinien der primären Spule, welche die sekundären Windungen umschlingen,

oder proportional den Kraftlinien der sekundären Spule, welche die primären Windungen umschlingen.

Gehen nun alle entstehenden Kraftlinien durch das Eisen des Transformators, findet mit anderen Worten keine Streuung statt, so sind auch alle Linien der einen Spule mit allen Windungen der anderen Spule zusammengehängt, und es ist

$$M^2 = L_1 \,.\, L_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

In allen anderen Fällen aber besteht zwischen $M^2$ und dem Produkte $L_1 \,.\, L_2$ eine Differenz, welche Dr. Behn-Eschenburg[1]) bezeichnet mit

$$\Delta L_1 = M^2 - L_1 L_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

deren Bedeutung aber durchsichtiger wird, wenn man schreibt

$$\Delta = \frac{M^2}{L_1} - L_2 = L_2' - L_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

In dieser Formel ist $L_2$ der thatsächlich vorhandene Selbstinduktionskoeffizient, $L_2'$ aber bedeutet jenen Wert, welchen der Selbstinduktionskoeffizient des sekundären Kreises ohne Vorhandensein eines Streufeldes haben müsste. Der Spannungs-

---

[1]) Dr. Behn-Eschenburg, El. Zeitschr. 1892, p. 651.

verlust im Widerstande $R_2$ des Transformators wäre bei der Belastung $J_2$ und ohne Streufeld einfach gleich $J_2\ R_2$ gewesen. Bei derselben Belastung und unter Berücksichtigung des Streufeldes tritt zum Spannungsverluste noch der Einfluss des Streufeldes, welcher bei Belastung durch Glühlampen klein genug ist, um ausgedrückt werden zu können, statt durch die genaue Beziehung

$$J_2 \cdot \sqrt{\Delta^2\,\omega^2 + {R_2}^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

durch die angenähert richtige Formel

$$V_2 = J_2 \cdot (R_2 + \frac{\Delta\omega}{2}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9a)$$

Beobachtet man an einem Transformator also einen Spannungsabfall, welcher mit der Zahl der Perioden wächst, so deutet dies auf ein Überwiegen des zweiten Gliedes und damit auf einen hohen Betrag von Streuung. Die Streuung wird bei den meisten Transformatorentypen durch einen zu grossen Unterschied zwischen dem mittleren Durchmesser der übereinanderliegenden primären und sekundären Spule und dem Durchmesser des Eisenkernes oder durch unsymmetrische bezw. einseitige Anordnung der nebeneinander liegenden Spulen bewirkt. Man hat dann den in Fig. 15 und 16 (Seite 34 und 35) angedeuteten Fall und kann sich leicht darüber klar werden, dass bei gleicher Windungszahl und gleichem Drahtdurchmesser die Streuung grösser wird, wenn man den Draht zu kurzen Spulen mit vielen Windungslagen aufrollt, als wenn man aus demselben lange Spulen mit wenigen Windungslagen bildet. Man darf hierin allerdings wieder nicht zu weit gehen, da man sonst auch den Eisenweg zur Unterbringung der langen Spulen verlängern und damit die zur Erregung nötige Komponente des gesamten Leerlaufstromes vergrössern, und ausserdem bei konstantem Eisenquerschnitt und konstanter Induktion auch das Eisenvolumen und den Magnetisierungsverlust erhöhen würde.

Am geringsten wird bei einem bestimmten Eisengestelle die Streuung bei vollkommen symmetrischer Anordnung der Spulen zum Kerne, also dann, wenn die Lagen der den Eisenquerschnitt möglichst eng umschliessenden primären und sekundären Windungen abwechselnd oder einander übergreifend angeordnet sind. Diese Anordnung war bei den älteren Ganz-Transformatoren durchgeführt, doch brachte sie manche praktischen Nachteile mit. So musste man den ringwulstförmigen

Transformator von Hand wickeln, musste die primäre von der sekundären Spule an mehreren Stellen sorgfältig isolieren und bekam dadurch eine weitere Beengung des ohnehin nicht grossen Wickelraumes. Man ordnet deshalb heute in den meisten Fällen den Transformator so an, dass das Eisengestell eine oder einige Stossstellen aufweist und so zerlegbar ist, dass die auf der Bank gewickelten Spulen leicht übergeschoben werden können. Die Anordnung der Stossstelle im Eisen bildet das Hauptunterscheidungszeichen mehrerer Konstruktionen.

In diese sämtlichen Formen können entweder nur eine primäre und eine sekundäre Spule eingebracht werden, sodass

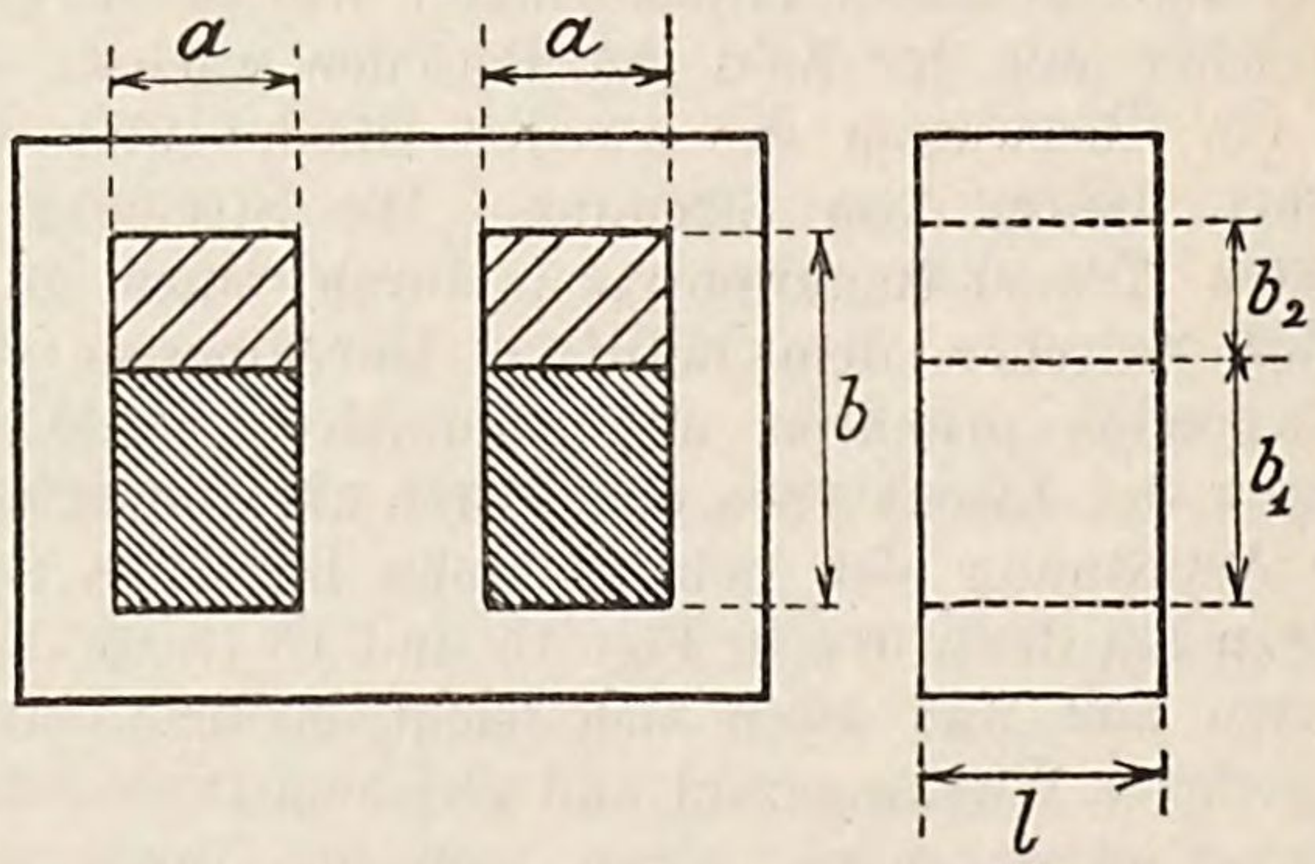



Fig. 73. Schema eines Transformators mit einer Primär- und einer Sekundärspule.

die Konstruktion und Isolation einfach und billig wird, oder es kann mehr Gewicht auf symmetrische Anordnung der Spulen gelegt werden, wobei die Konstruktion etwas teurer, die Isolation etwas schwieriger, aber auch der Spannungsabfall etwas kleiner wird. Zwei sonst ganz gleich ausgeführte Transformatoren mit E-förmigen Blechen ergaben bei Verwendung einer Sekundärspule neben der primären 7%, bei Verwendung je einer Sekundärspule zu beiden Seiten der primären 3·5% gesamten Spannungsabfall, wovon je 2% auf die Verluste in den Widerständen bei Vollbelastung mit Glühlampen entfallen.

Für den in Fig. 73 dargestellten Fall hat Jas. Swinburne[1]) eine Lösung zur Berechnung des Spannungsabfalles aus den Dimensionen des Eisengestelles gegeben.

---

[1]) J. Swinburne, Lum. él. 46, p. 26, 1892.

In dem Momente, wo primärer und sekundärer Strom maximal sind, ist die Induktion im Eisen Null, jene im Streufelde Maximum; in dem Masse jedoch wie beide Ströme bei ihrer periodischen Veränderung abnehmen, wächst die Induktion im Eisen und nimmt die Kraftliniendichte des Streufeldes ab. Das Feld rührt eben vom primären und sekundären Strome her und ist somit um eine Viertelperiode gegen die primäre und sekundäre E. M. K. verschoben, welche bei guten Transformatoren[1]) fast genau entgegengesetzte Phasen aufweisen. Die Linien dieses Feldes durchsetzen die länglichen Schlitze des Wickelraumes im Sinne der isolierenden Schicht, d. h. in Richtung der Breite a. Wenn $n_1$ die primäre Wickelungszahl, $J_1$ der primäre Strom ist, so erreicht die Induktion angenähert den Wert

$$B = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_1 J_1}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Hierbei ist allerdings die Permeabilität des Eisens unendlich gross gegenüber jener der Luft angenommen. Wenn dann die primäre Spule die Länge $b_1$ des Schlitzes umfasst, so entspricht dieser Induktion eine E. M. K. $e_1$ in Volt, welche sich aus der Beziehung

$$e_1 = \frac{\omega}{3} (B \,.\, l \,.\, b_1)\, n_1 \,.\, 10^{-8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

$$= \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{n_1 J_1}{a} \,.\, 2\pi p \,.\, l \,.\, b_1 \,.\, n_1 \,.\, 10^{-8} = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \frac{b_1 l n_1^{\,2} p}{a} J_1$$

direkt in Volt ergiebt. Der sekundäre Kreis mit der Windungszahl $n_2$ und der Länge $b_2$ giebt den analogen Ausdruck

$$e_2 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \,.\, \frac{b_2 \,.\, l \,.\, n_2^{\,2} \,.\, p \,.}{a} J_2 \quad . \quad . \quad 11\,a)$$

und die totale E. M. K. des Streufeldes ist dann, bezogen auf den Sekundärkreis,

$$e = e_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} + e_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

$$= 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} (b_1 n_1 + b_2 n_2) \frac{l p n_2}{a} \,.\, J_2 \,. \quad 12\,a) \text{ in Volt.}$$

Da die E. M. K. des Streufeldes gegen die um $180^0$ gegeneinander verschobenen, also genau entgegengesetzt gerichteten E. M. K. des primären und sekundären Kreises um $90^0$ ver-

[1]) Unter der Voraussetzung induktionsfreier Belastung.

schoben ist, so wird die resultierende Spannung sich ergeben aus den Beziehungen

$$E_1 = \sqrt{E_{G_1}^2 - e_1^2} - v_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

$$E_2 = \sqrt{E_{G'_2} - e_2^2} - v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

wenn der Spannungsverlust in den Widerständen mit $v_1$ und $v_2$ bezeichnet wird.

Denken wir uns einen Transformator für etwa 10000 Watt bei primär 2000, sekundär 100 Volt. Die übrigen Daten seien

| Primär: | | Sekundär: | |
|---|---|---|---|
| a | = 12 *cm* | a | = 12 *cm* |
| $b_1$ | = 12 » | $b_2$ | = 6 » |
| l | = 40 » | l | = 40 » |
| $n_1$ | = 880 » | $n_2$ | = 44 » |
| p | = 50 » | p | = 50 » |
| $J_1$ | = 5 Amp. | $J_2$ | = 100 Amp. |
| $E_{G1}$ | = 2000 Volt | $E_G$ | = 100 Volt. |
| $r_1$ | = 4 Ohm | $r_2$ | = 0·01 Ohm. |

Dann wird

$$e_1 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \,.\, \frac{12 \,.\, 880^2 \,.\, 40 \,.\, 50 \,.\, 5}{12}$$

$\cong$ 205 Volt etwa;

$$v_1 = 4{\cdot}5 = 20 \text{ Volt}$$

$$\text{und } e_2 = 2{\cdot}64 \,.\, 10^{-8} \,.\, \frac{12 \,.\, 44^2 \,.\, 40 \,.\, 50 \,.\, 100}{12}$$

$\cong$ 5 Volt etwa;

$$v_2 = 0{\cdot}01 \,.\, 100 = 1 \text{ Volt}$$

und somit wird die primäre Klemmenspannung

$$E_1 = \sqrt{2000^2 - 205^2} - 20 \cong 1990 - 20 = 1970 \text{ Volt.}$$

Bei dem Übersetzungsverhältnis 1 : 20 entspräche dies einer sekundären E. M. K. von $E_{G_2} = \frac{1970}{20} = 98{\cdot}5$ Volt. Die sekundäre Klemmenspannung wird demnach

$$E_2 = \sqrt{98.5^2 - 5^2} - 1 \cong 98{\cdot}4 - 1 = 97{\cdot}4 \text{ Volt.}$$

Der Spannungsabfall durch Streuung macht also die sekundäre Spannung um $\frac{10}{20} + 0{\cdot}1 = 0{\cdot}6$ Volt, der Spannungsverlust in den Widerständen macht die sekundäre Spannung um $\frac{20}{20} + 1 = 2$ Volt niedriger, als sie bei Leerlauf ist. Beide

zusammen bewirken eine Verminderung um 2·6 Volt oder eine Erhöhung des Übersetzungsverhältnisses um etwa 2·2%; da

$$\frac{\text{Primäre Klemmenspannung}}{\text{Sekundäre Klemmenspannung}} = \frac{2000}{97{\cdot}4} = 20.43$$

Besteht der sekundäre Schliessungskreis des Transformators nicht aus induktionsfreien Widerständen, so ist aus den Ableitungen des vorigen Kapitels ohne Weiteres klar, dass die sekundäre E. M. K. nicht mehr mit dem sekundären Strome zusammenfallen, also auch nicht mehr um eine Viertelperiode gegen die E. M. K. des Streufeldes verschoben sein wird. Dieselbe wird vielmehr, wenn der sekundäre Schliessungskreis mit Selbstinduktion behaftet ist, dem Strome voreilen, also sich weiter als $90^0$ von der E. M. K. des Streufeldes entfernen und somit dem Einflusse des Streufeldes in höherem Masse unterworfen sein. Dieselbe wird weiterhin in dem Falle, wo der sekundäre Schliessungskreis mit Kapacität behaftet ist, hinter dem sekundären Strome zurückbleiben, also sich der E. M. K. des Streufeldes nähern und somit gleichfalls dem Einflusse des Streufeldes in höherem Masse unterliegen.

Dieser Einfluss wird sich aber in verschiedener Weise geltend machen. Er wird bei Vorhandensein von Kapazität eine Spannungserhöhung bewirken, wie die Versuche von Fleming, Sumpner, Alexander Siemens und die Erscheinungen des Ferranti-Effektes darthun; er wird bei Vorhandensein von Selbstinduktion einen verstärkten Spannungsabfall hervorrufen, der sich bei guten Beleuchtungstransformatoren zuweilen in unangenehmer Weise geltend macht, sobald Motoren von denselben gespeist werden sollen.

Mit genügender praktischer Annäherung kann man annehmen, dass beim Anschlusse eines Motors an einen mit Streuung behafteten Transformator die primären und sekundären Spannungen werden

$$E_1 = E_{G\,1} - e_1 - v_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$
$$E_2 = E_{G\,2} - e_2 - v_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

Für den vorhin betrachteten Transformator wäre also beim Anschlusse eines Motors

$$E_1 \cong 2000 - 205 - 20 = 1775 \text{ Volt etwa,}$$

$$\text{somit } E_{G\,2} \cong \frac{E_{G\,1}}{20} = \frac{1775}{20} = 88{\cdot}75 \text{ Volt etwa}$$

und $E_2 \cong 88{\cdot}75 - 5 - 1 \cong 82{\cdot}8$ Volt etwa.

Dieser Transformator wäre also zum gleichzeitigen Betriebe von Motoren und Glühlampen nicht verwendbar, da er im letzteren Falle eine für alle Belastungen des Motors nahezu konstante Spannungserniedrigung von etwa 13 Volt erfährt.

Die Zahlen dieses Beispiels sind durchaus nicht übertrieben; das Beispiel selbst giebt ein gutes Bild über die Grössenordnung der Spannungsverminderung. Vergleiche der aus den Dimensionen berechneten mit der thatsächlich beobachteten Spannungsverminderung ergaben die Richtigkeit der vorstehenden Überlegungen.

### 3. Anwendung des Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise.

Um die Anwendbarkeit des in § 1 dieses Kapitels erläuterten Näherungsverfahrens und die Genauigkeit der mit demselben erzielten Resultate prüfen zu können, vergleichen wir für einzelne Transformatoren die unter Anwendung desselben erhaltenen Werte mit den von Prof. J. A. Fleming[1]) beobachteten Werten. Es sind absichtlich nur diese Transformatormessungen berücksichtigt, weil dieselben umfangreich, genau und neuen Datums sind und weil die bei ihnen zur Verwendung gelangten Messmethoden einwurfsfrei und von praktischer Bedeutung sind. Leider erstrecken sich Fleming's Untersuchungen nur auf Transformatoren englischen und amerikanischen Ursprunges; doch mag mit Sicherheit angenommen werden, dass der Stand der Transformatorenfabrikation und die Güte der Transformatoren auf dem Kontinente fast genau dieselben sind wie in England oder in Amerika. Es ist dies eine notwendige Folge des eifrigen Wettbewerbes, der bequemen Verkehrsmittel und der reichen Litteratur.

Der erste Transformator, an welchem wir die Brauchbarkeit des Verfahrens versuchen wollen, ist ein 5pferd. Transformator von Ferranti[2]) (Modell 1885).

Dieser Transformator entstammt der ältesten Periode des Transformatorenbaues; derselbe weist zwar einen kleinen Spannungsverlust, aber den verhältnismässig hohen Magnetisierungseffekt von 538 Watt auf. Er wurde bei 81·6 Perioden pro

---

[1]) J. A. Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 21, p. 594 bis 686. Diskussion p. 694 bis 708. El., London 30, p. 97 ff. Lum. él. 47, p. 239 ff.

[2]) Ebenda, p. 628, 629 und 652. Tabelle IX und X.

Minute mit einer konstanten Primärspannung von $E_{G,1} = 2400$ Volt betrieben und ergab dann bei Leerlauf $E_{G,2} = 100{\cdot}9$ Volt.

Seine Widerstände waren

$R_1 = 12{\cdot}5$ Ohm (gemessen bei $100^0$ C.) und
$R_2 = 0{\cdot}0252$ » ( » « $100^0$ C.).

Nach diesen Angaben scheint es, als ob infolge des hohen Kernverlustes der Transformator sehr heiss geworden sei. Von der Ermittelung des Spannungsabfalls durch Streuung muss schon deshalb Abstand genommen werden, weil die Dimensionen der verschiedenen Transformatoren nicht gegeben sind.

Bei dem vorliegenden Transformator wird der Spannungsverlust in den Widerständen bei einer Maximalbelastung von rund 4000 Watt betragen:

im prim. Stromkreise etwa $\frac{4000}{2400} \cdot 12{\cdot}5 = 20{\cdot}8$ Volt $= 0{\cdot}87\,\%$

» sek. » » $\frac{4000}{100} \cdot 0{\cdot}0252 = 1{\cdot}0$ » $= 1{\cdot}0$ »

und die gesamte im sekundären Stromkreise zur Verfügung stehende Klemmenspannung wird sich zwischen 101 Volt (etwa) bei Leerlauf und $101 - 1{\cdot}9 \cong 99$ Volt (etwa) bei voller Belastung bewegen.

Wir werden also nicht viel fehlgehen können, wenn wir für irgend eine gegebene Belastung als Mittelwert der Sekundärspannung 100 Volt annehmen; dann ergeben sich alle übrigen Werte des Transformators aus folgenden Überlegungen.

Gegeben sei eine sekundäre Nutzleistung $W_2 = 4000$ Watt, entsprechend 100 Volt und 40 Ampère. Dann ist der Effektverlust in der sekundären Bewickelung $40^2 \cdot 0{\cdot}0252 \cong 40$ Watt etwa. Da der Magnetisierungseffekt 538 Watt beträgt, so sind primär aufzuwenden

| | | | |
|---|---|---|---|
| für sekundäre Nutzleistung . . . . . | $W_2$ | = | 4000 Watt |
| » sekundären Kupferverlust . . . . | $J_2^2\, r_2$ | = | 40 » |
| » Magnetisierung . . . . . | | = | 538 » |
| » den uns unbekannten primären Kupferverlust . . . . . | $J_1^2\, r_1$ | = | — » |
| zusammen also mehr als | | | 4578 Watt. |

Diese Leistung ergiebt für den Wert des Primärstromes in erster Annäherung $J_1 = \frac{4578}{2400} = 1{\cdot}91$ Ampère.

Dieser Stromstärke würde ein Effektverlust von $1{\cdot}91^2 \times 12{\cdot}5 \cong 46$ Watt in der primären Bewickelung entsprechen

der gesamte primär aufzuwendende Effekt erhöht sich also von 4578 auf 4624 Watt, welchen bei 2400 Volt, als zweite Annäherung an den Wert des Primärstromes, $\frac{4624}{2400} = 1{\cdot}93$ Ampère entsprechen. Man erkennt, dass die Annäherung nicht weiter getrieben zu werden braucht und dass bei Vollbelastung oder überhaupt bei jeder Belastung zur Ermittelung des unbekannten Primärstromes und primären Spannungsverlustes der letztere gleich $\frac{46}{40}$ des sekundären genommen werden kann.

So ist z. B. bei einer induktionsfreien Belastung von 2800 Watt

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| der sekund. Strom . . . . . | = | 28 | Ampère |
| die » Spannung angenommen . . . | = | 100 | Volt |
| der » Spannungsverlust = 28 . 0·0252 | = | 0·7 | Volt |
| » » Kupferverlust . . . . . | = | 19·8 | Watt |
| » primäre » . $= \frac{46}{40}$ . 19·8 | = | 22·8 | » |
| » Verlust im Eisen . . . . . | = | 538 | » |
| der Gesamtverlust also | | 580·6 | Watt, |

entsprechend einer primären Leistung von

$2800 + 580{\cdot}6 = 3381$ «

und einem prim. Strome von $\frac{3381}{2400} = 1{\cdot}41$ Ampère

Hieraus berechnet sich der primäre Spannungsverlust . . . $= 1{\cdot}41 \cdot 12{\cdot}5 = 17{\cdot}6$ Volt

und die demselben entsprechende Verminderung der Spannung im Sekundärkreise . . . . . $= \frac{17{\cdot}6}{24} = 0{\cdot}73$ Volt,

so dass der gesamte sekundäre Spannungsverlust sich zu . . . $0{\cdot}7 + 0{\cdot}73 = 1{\cdot}43$ Volt

berechnet. Eine Zusammenstellung der berechneten und beobachteten Werte für diese Leistung ergiebt:

| | Berechnet | Beobachtet |
|---|---|---|
| Sekundärer Strom . . . . | 28.0 Ampère (angenommen) | 28·0 Amp. |
| Primärer Strom . . . . | 1·41 » | 1·43 Ampère |
| Primäre Leistung . . . | 3381 Watt | 3344 Watt |
| Gesamter Spannungsverlust sekundär . . . . . | 1·43 Volt | 2·0 Volt |
| Sekundäre Spannung . . | 100·9—1·43=99·5V. | 98·9 Volt |

Daraus ergiebt sich der berechnete Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{ber.}} = \frac{28 \,.\, (101{\cdot}9 - 1{\cdot}43)}{3381} = \frac{28 \,.\, 99{\cdot}5}{3381} = 82{\cdot}5\,\%,$$

während der beobachtete Wirkungsgrad war

$$\eta_{\text{beob.}} = \frac{28 \,.\, (101{\cdot}9 - 2)}{3344} = \frac{28 \,.\, 98{\cdot}9}{3344} = 83{\cdot}0\,\%.$$

Hätte man, was sich bei dem Näherungsverfahren recht wohl rechtfertigen lässt und was auch der rechnerischen Ermittelung der primären Gesamtleistung zu grunde lag, den Wirkungsgrad aus der angenommenen Leistung 28 Ampère × 100 Volt berechnet, so hätte sich derselbe gleich 82·9 % ergeben. Man erkennt jedenfalls, dass sämtliche Abweichungen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen und dass nur der gerechnete Spannungsverlust deshalb etwas stärker von dem beobachteten abweicht, weil der letztere noch etwa 0·6 Volt an Spannungsabfall durch Streuung aufweist. Deutlicher noch ergeben sich diese Thatsachen aus Tabelle I.

Versucht man die in dieser Tabelle niedergelegten Werte graphisch darzustellen, so empfiehlt es sich, zunächst eine Kurve der gesamten Verluste zu entwerfen und dann in dasselbe Koordinatensystem eine Kurve der im Kupfer des Transformators auftretenden Verluste einzutragen. Dies ist in Fig. 74 geschehen; in dieser Figur deuten die Kurven 1 des




Fig. 74. Verluste in einem 5 pferd. Ferranti-Transformator.

Tabelle I zur Vergleichung der aus Berechnung und Beobachtungen erhaltenen charakteristischen Grössen eines 5 pferd. Transform. von Ferranti. (Modell 1885).

| Beob., bezw. geg. bei 100 Volt $J_2$ | $J_2^2 R_2$ | $J_1^2 R_1 = \frac{46}{40} \cdot J_2^2 R_2$ | Gesamtverlust | Primäre Leistung | | Prim. Strom | | Sekundärer Spannungsverlust | | | | Sek. Spannung Beob. | Sek. Leistung | | Wirkungsgrad | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. | $J_2 R_2$ | $^1/_{24} J_1 R_1$ | Ger. | Beob. | | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. |
| Amp. | Watt | Watt | Watt | Watt | Watt | Amp. | Amp. | Volt | Volt | Volt | Volt | Volt | Watt | Watt | % | % |
| 0 | 0 | 0 | 538 | — | 538 | 0·32[1]) | 0·329 | 0 | — | — | — | 100·9 | — | — | — | — |
| 2·10 | 0·1 | 0·1 | 538·2 | 748 | 759 | 0·32 | 0·403 | 0 | 0·17 | 0·2 | 0 | 100·9 | 210 | 212 | 28·0 | 28·0 |
| 3·99 | 0·4 | 0·5 | 538·9 | 838 | 839 | 0·35 | 0·474 | 0·1 | 0·18 | 0·3 | 0·8 | 100·1 | 399 | 400 | 47·7 | 47·7 |
| 6·33 | 1·1 | 1·3 | 540·4 | 1173 | 1205 | 0·49 | 0·554 | 0·16 | 0·25 | 0·4 | 0·9 | 100·0 | 633 | 633 | 54·0 | 52·6 |
| 9·80 | 2·4 | 2·1 | 542·5 | 1523 | 1503 | 0·63 | 0·686 | 0·23 | 0·33 | 0·6 | 1·0 | 99·9 | 980 | 979 | 64·4 | 65·3 |
| 12·65 | 4·1 | 4·7 | 546·8 | 1812 | 1786 | 0·76 | 0·795 | 0·32 | 0·41 | 0·7 | 0·9 | 100·0 | 1265 | 1265 | 69·8 | 70·7 |
| 14·70 | 5·5 | 6·3 | 549·8 | 2020 | 1989 | 0·84 | 0·888 | 0·37 | 0·44 | 0·8 | 1·1 | 99·8 | 1470 | 1467 | 72·7 | 73·9 |
| 17·44 | 7·7 | 8·9 | 554·6 | 2299 | 2283 | 0·96 | 1·000 | 0·44 | 0·50 | 0·9 | 1·2 | 99·7 | 1744 | 1739 | 76·0 | 76·3 |
| 21·26 | 11·4 | 13·1 | 562·5 | 2689 | 2658 | 1·11 | 1·155 | 0·54 | 0·58 | 1·1 | 1·2 | 99·7 | 2126 | 2120 | 79·5 | 79·7 |
| 23·07 | 13·5 | 15·5 | 567·0 | 2874 | 2880 | 1·20 | 1·236 | 0·58 | 0·62 | 1·2 | 1·3 | 99·6 | 2307 | 2298 | 80·3 | 79·9 |
| 25·38 | 16·3 | 18·8 | 573·1 | 3111 | 3075 | 1·30 | 1·323 | 0·64 | 0·68 | 1·3 | 1·6 | 99·3 | 2538 | 2520 | 81·6 | 82·0 |
| 26·46 | 17·7 | 20·4 | 576·1 | 3222 | 3226 | 1·34 | 1·368 | 0·67 | 0·70 | 1·4 | 1·8 | 99·1 | 2646 | 2622 | 82·2 | 81·3 |
| 28·00 | 19·8 | 22·8 | 580·6 | 3381 | 3344 | 1·41 | 1·430 | 0·70 | 0·73 | 1·4 | 2·0 | 98·9 | 2800 | 2769 | 82·5 | 83·0 |
| 29·53 | 22·0 | 25·3 | 585·3 | 3538 | 3434 | 1·47 | 1·493 | 0·74 | 0·76 | 1·5 | 1·9 | 99·0 | 2953 | 2924 | 83·4 | 85·0 |
| 30·13 | 22·9 | 26·3 | 587·2 | 3600 | 3630 | 1·50 | 1·517 | 0·76 | 0·78 | 1·5 | 1·9 | 99·0 | 3013 | 2983 | 83·7 | 82·0 |
| 31·11 | 23·5 | 27·0 | 588·5 | 3700 | 3680 | 1·54 | 1·559 | 0·78 | 0·80 | 1·6 | 2·0 | 98·9 | 3111 | 3080 | 84·0 | 83·7 |
| 32·06 | 26·0 | 29·9 | 593·9 | 3800 | 3775 | 1·58 | 1·601 | 0·81 | 0·82 | 1·6 | 2·0 | 98·9 | 3206 | 3180 | 84·1 | 84·2 |
| 33·41 | 28·2 | 32·4 | 598·6 | 3940 | 3953 | 1·64 | 1·659 | 0·84 | 0·85 | 1·7 | 1·9 | 99·0 | 3341 | 3308 | 84·8 | 83·5 |
| 34·35 | 29·7 | 34·1 | 601·8 | 4037 | 4066 | 1·68 | 1·695 | 0·86 | 0·88 | 1·7 | 1·9 | 99·0 | 3435 | 3401 | 85·0 | 83·5 |
| 35·50 | 31·8 | 35·6 | 605·4 | 4155 | 4182 | 1·73 | 1·743 | 0·89 | 0·90 | 1·8 | 2·0 | 98·9 | 3550 | 3511 | 85·5 | 84·0 |
| 36·00 | 32·6 | 37·5 | 608·1 | 4208 | 4218 | 1·76 | 1·763 | 0·91 | 0·92 | 1·8 | 2·1 | 98·8 | 3600 | 3557 | 85·6 | 84·5 |
| 36·61 | 33·9 | 39·0 | 610·9 | 4272 | 4275 | 1·78 | 1·796 | 0·92 | 0·93 | 1·8 | 2·1 | 98·8 | 3661 | 3616 | 85·7 | 84·6 |
| 37·09 | 34·8 | 40·0 | 612·8 | 4322 | 4406 | 1·80 | 1·821 | 0·93 | 0·94 | 1·9 | 2·2 | 98·7 | 3709 | 3662 | 85·7 | 83·2 |
| 37·58 | 35·6 | 41·0 | 614·6 | 4373 | 4414 | 1·82 | 1·839 | 0·95 | 0·95 | 1·9 | 2·3 | 98·6 | 3758 | 3710 | 85·9 | 83·2 |
| 38·11 | 36·6 | 42·0 | 616·6 | 4428 | 4453 | 1·84 | 1·861 | 0·96 | 0·96 | 1·9 | 2·4 | 98·5 | 3811 | 3760 | 85·9 | 84·4 |
| 38·57 | 37·5 | 43·2 | 618·7 | 4476 | 4503 | 1·86 | 1·875 | 0·97 | 0·97 | 1·9 | 2·4 | 98·5 | 3857 | 3799 | 86·0 | 84·4 |
| 39·19 | 38·7 | 44·5 | 621·2 | 4540 | 4580 | 1·89 | 1·900 | 0·98 | 0·98 | 2·0 | 2·4 | 98·5 | 3919 | 3870 | 86·0 | 84·4 |

[1]) $\frac{538}{2400} \cdot \frac{1}{0.7} = 0{\cdot}32$ Ampère.

gesamten und 2 des im Kupfer auftretenden Verlustes durch ihren parallelen Verlauf die Konstanz der Eisenverluste an.

Es ist bereits betont worden, dass bei dieser ältesten Type Ferranti'scher Transformatoren der Eisenverlust den weitaus grössten Teil des gesamten Verlustes ausmacht und dass infolgedessen bei Leerlauf oder schwacher Belastung die Kurve der Gesamtverluste bei einem verhältnismässig hohen Werte beginnt, um bis zur vollen Belastung nur wenig anzusteigen. Infolge dieses Umstandes sind die Werte des Wirkungsgrades

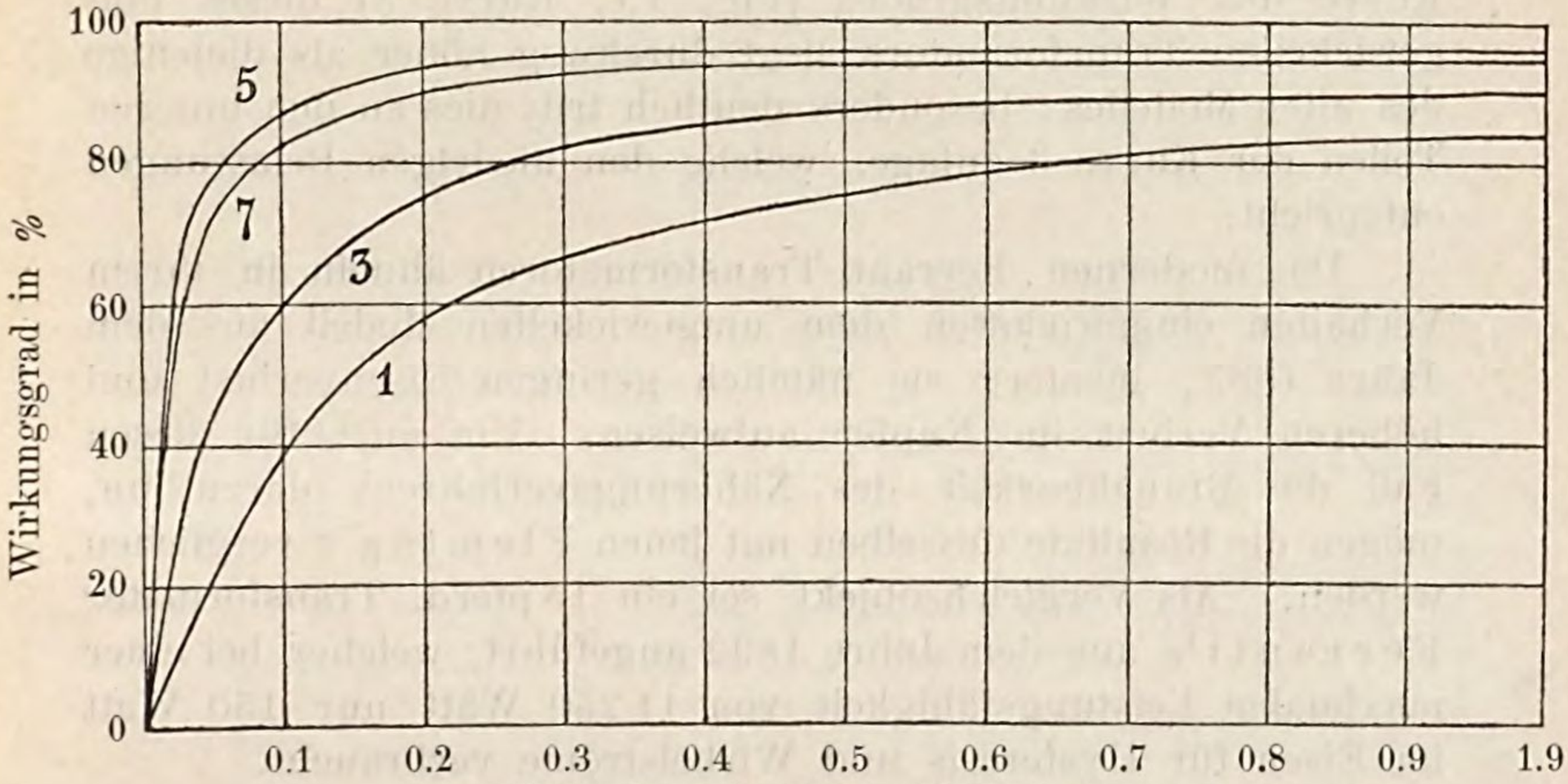



Fig. 75. Wirkungsgrad von Ferranti-Transformatoren.

(Fig. 75, Kurve 1) im allgemeinen nicht sehr hoch und für schwache Belastungen sogar auffallend niedrig für heutige Begriffe.

Diesem Übelstande kann dadurch abgeholfen werden, dass man das gegebene Eisengestell des 1885er Modelles derart neu bewickelt, dass die Eisenverluste erheblich verringert erscheinen. Es sind dazu bei gegebenem Eisengestelle mehr Windungen erforderlich, und da mit dem Gestelle auch der Wickelraum gegeben ist, wird man Verringerung der Eisenverluste nur unter entsprechender Erhöhung der Verluste im Kupfer erkaufen können. Fleming[1]) hat den erwähnten Transformator in diesem Sinne mit einer neuen Bewickelung versehen lassen und erhielt dabei die in Fig. 74 durch Kurve 3 und 4 dargestellten Verluste. Man erkennt, dass die Kurve 3 der Gesamtverluste des umgewickelten Transformators bei erheblich

[1]) a. a. O. p. 630, 631, 652. Tabelle XI und XII.

niedrigeren Werten beginnt; dies entspricht der Verringerung der Eisenverluste von 538 auf 235 Watt. Man erkennt weiterhin, dass die Kurve 3 der Gesamtverluste mit wachsender Belastung stärker ansteigt, als die Kurve 1 der Gesamtverluste des alten Modelles; dies rührt davon her, dass die Kupferverluste (Kurve 4) der neuen Bewickelung grösser sind, als jene der alten (Kurve 2). Und da schliesslich auch hier die Kurven 3 und 4 fast vollkommen parallel verlaufen, müssen auch hier die Eisenverluste von konstanter Grösse sein. Die Kurve des Wirkungsgrades (Fig. 75, Kurve 3) dieses umgewickelten Transformators liegt durchweg höher als diejenige des alten Modelles; besonders deutlich tritt dies an den unteren Teilen der Kurve 3 zutage, welche den niedrigen Belastungen entspricht.

Die modernen Ferranti-Transformatoren ähneln in ihrem Verhalten einigermassen dem umgewickelten Modell aus dem Jahre 1885, insofern sie nämlich geringen Eisenverlust und höheren Verlust im Kupfer aufweisen. Um auch für diesen Fall die Brauchbarkeit des Näherungsverfahrens darzuthun, mögen die Resultate desselben mit jenen Fleming's verglichen werden. Als Vergleichsobjekt sei ein 15pferd. Transformator Ferranti's aus dem Jahre 1892 angeführt, welcher bei einer maximalen Leistungsfähigkeit von 11 250 Watt nur 150 Watt im Eisen für Hysteresis und Wirbelströme verbraucht.

Das Übersetzungsverhältnis dieses Transformators war gleichfalls 1 : 24; seine primäre Klemmenspannung betrug 2400 Volt und seine Widerstände waren

$$r_1 = 6{\cdot}45 \text{ Ohm und } r_2 = 0{\cdot}0134 \text{ Ohm.}$$

Um zu einer ungefähren Ermittelung der primären Kupferverluste $J_1^2 R_1$ für den noch unbekannten Primärstrom $J_1$ zu gelangen, bedenken wir, dass für eine sekundäre Belastung $W_2 = 11\,000$ Watt, entprechend (wie wir annehmen wollen) 100 Volt $\times$ 110 Amp., der sekundäre Kupferverlust $J_2^2 R_2 = 162$ Watt wird. Der primäre Effekt muss also jedenfalls um $J_1^2 R_1$ grösser sein als $(11\,000 + 150 + 162) = 11\,312$ Watt. Diesem Effekte aber würde ein Strom $J_1$ entsprechen, welcher etwas grösser ist als $J'_1 = 11\,312 : 2400 = 4{\cdot}7$ Ampère. Und die primären Kupferverluste werden sich also genügend ermitteln lassen aus dem Verhältnis $\frac{J'_1{}^2 R_1}{J_2^2 R_2} = \frac{4{\cdot}7^2 \,.\, 6{\cdot}45}{162} = \frac{142}{162}$, indem man setzt $J_1^2 R_1 = \frac{142}{162} \,.\, J_2^2 R_2$. Hieraus ergiebt sich die folgende

Tabelle zur Vergleichung der berechneten und beobachteten charakteristischen Werte eines 15 pferd. Transformators von Ferranti.[1]) (Modell 1892.)

| Beob., bezw. geg. bei 100 V. $J_2$ | $J_2^2 R_2$ | $J_1^2 R_1 = \frac{142}{162} \cdot J_2^2 R_2$ | Gesamtverlust | Primäre Leistung $W_1$ | | Primärer Strom $J_1$ | | Sekundärer Spannungsverlust | | | | Sek. S annung | Leistung sek. $W_2$ | | Wirkungsgrad | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. | $J_2 R_2$ | $^1/_{24} J_1 R_1$ | Ger. | Beob. | Beob. | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. |
| Amp. | Watt | Watt | Watt | Watt | Watt | Amp. | Amp. | Volt | Volt | Volt | Volt | Volt | Watt | Watt | % | % |
| 0 | 0 | 0 | 150 | — | 150 | 0·090 | 0·076 | 0 | 0·02 | 0 | 0 | 100·4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0·80 | 0 | 0·0 | 150 | 230 | 222 | 0·092 | 0·100 | 0·01 | 0·02 | 0 | 0·1 | 100·3 | 80 | 80 | 34·8 | 36·0 |
| 2·68 | 0·1 | 0·1 | 150·2 | 418 | 419 | 0·175 | 0·170 | 0·04 | 0·05 | 0·1 | 0·1 | 100·3 | 268 | 269 | 64·2 | 64·2 |
| 4·83 | 0·3 | 0·3 | 150·6 | 634 | 637 | 0·265 | 0·270 | 0·06 | 0·07 | 0·1 | 0·2 | 100·2 | 483 | 484 | 75·9 | 75·9 |
| 8·06 | 0·9 | 0·8 | 151·7 | 958 | 951 | 0·40 | 0·400 | 0·11 | 0·11 | 0·2 | 0·3 | 100·1 | 806 | 807 | 84·0 | 84·9 |
| 10·35 | 1·4 | 1·2 | 152·6 | 1188 | 1189 | 0·50 | 0·503 | 0·14 | 0·13 | 0·3 | 0·4 | 100·0 | 1035 | 1035 | 87·0 | 87·0 |
| 12·33 | 2·0 | 1·8 | 153·8 | 1387 | 1391 | 0·58 | 0·590 | 0·17 | 0·16 | 0·3 | 0·4 | 100·0 | 1233 | 1233 | 88·7 | 88·7 |
| 14·23 | 2·7 | 2·4 | 154·1 | 1577 | 1580 | 0·66 | 0·670 | 0·19 | 0·18 | 0·4 | 0·5 | 99·9 | 1423 | 1422 | 90·0 | 90·0 |
| 16·19 | 3·5 | 3·1 | 156·6 | 1776 | 1762 | 0·74 | 0·745 | 0·21 | 0·20 | 0·4 | 0·4 | 100·0 | 1619 | 1619 | 91·3 | 91·8 |
| 23·50 | 7·4 | 6·5 | 163·9 | 2514 | 2506 | 1·04 | 1·050 | 0·32 | 0·28 | 0·6 | 0·6 | 99·8 | 2350 | 2345 | 93·3 | 93·5 |
| 25·22 | 8·5 | 7·5 | 166·0 | 2688 | 2648 | 1·11 | 1·120 | 0·34 | 0·30 | 0·6 | 0·7 | 99·7 | 2522 | 2514 | 93·6 | 95·0 |
| 29·12 | 11·4 | 10·0 | 171·4 | 3083 | 3064 | 1·27 | 1·265 | 0·39 | 0·34 | 0·7 | 0·7 | 99·7 | 2912 | 2903 | 94·5 | 94·9 |
| 32·98 | 14·5 | 12·7 | 177·2 | 3475 | 3461 | 1·44 | 1·368 | 0·44 | 0·39 | 0·8 | 0·8 | 99·6 | 3298 | 3285 | 94·9 | 94·5 |
| 39·60 | 21·0 | 18·4 | 188·4 | 4148 | 4120 | 1·72 | 1·695 | 0·53 | 0·46 | 1·0 | 1·0 | 99·4 | 3960 | 3936 | 95·4 | 94·5 |
| 44·18 | 26·2 | 23·0 | 199·2 | 4617 | 4564 | 1·92 | 1·867 | 0·59 | 0·51 | 1·1 | 1·1 | 99·3 | 4418 | 4387 | 95·5 | 96·0 |
| 47·32 | 30·0 | 26·3 | 206·3 | 4938 | 4878 | 2·06 | 1·980 | 0·63 | 0·55 | 1·2 | 1·3 | 99·1 | 4732 | 4690 | 95·9 | 96·1 |
| 49·96 | 33·4 | 29·4 | 212·8 | 5209 | 5265 | 2·17 | 2·135 | 0·67 | 0·59 | 1·3 | 1·6[2]) | 98·8 | 4996 | 4936 | 96·1 | 93·7 |

[1]) Aus Journ. Instit. El. Eng. 21; pag. 634 u. 635, 1892. Entspricht Tabelle XV u. XVI von Fleming.
[2]) Von hier an macht sich der Einfluss der Streuung bemerkbar.

(Fortsetzung.)

Tabelle zur Vergleichung der berechneten und beobachteten charakteristischen Werte eines 15 pferd. Transformators von Ferranti. (Modell 1892.)

| Beob., bezw. geg. bei 100 V. J | $J_2^2 R_2$ | $J_1^2 R_1 = \frac{142}{162} \cdot J_2^2 R_2$ | Gesamtverlust | Primäre Leistung $W_1$ | | Primärer Strom $J_1$ | | Sekundärer Spannungsverlust | | | | Sek. Spannung Beob. | Leistung sek. $W_2$ | | Wirkungsgrad | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. | $J_2 R_2$ | $^1/_{24} J_1 R_1$ | Ger. | Beob. | | Ger. | Beob. | Ger. | Beob. |
| Amp. | Watt | Watt | Watt | Watt | Watt | Amp. | Amp. | Volt | Volt | Volt | Volt | Volt | Watt | Watt | % | % |
| 57·68 | 44·6 | 39·1 | 233·7 | 6002 | 5947 | 2·50 | 2·466 | 0·78 | 0·67 | 1·5 | 1·6 | 98·8 | 5768 | 5700 | 96·2 | 96·0 |
| 62·36 | 52·0 | 45·6 | 247·6 | 6484 | 6378 | 2·70 | 2·653 | 0·83 | 0·72 | 1·5 | 1·6 | 98·8 | 6236 | 6160 | 96·2 | 96·6 |
| 65·24 | 57·1 | 50·0 | 257·1 | 6781 | 6680 | 2·80 | 2·771 | 0·87 | 0·75 | 1·6 | 1·7 | 98·7 | 6524 | 6430 | 96·2 | 96·2 |
| 69·62 | 65·0 | 57·0 | 272·0 | 7234 | 7085 | 3·03 | 2·960 | 0·93 | 0·81 | 1·7 | 1·9 | 98·5 | 6962 | 6858 | 96·2 | 96·9 |
| 75·16 | 75·5 | 66·4 | 291·9 | 7808 | 7618 | 3·25 | 3·187 | 1·01 | 0·87 | 1·9 | 2·2 | 98·2 | 7516 | 7351 | 96·2 | 96·9 |
| 78·80 | 83·2 | 73·0 | 306·2 | 8186 | 8040 | 3·41 | 3·341 | 1·06 | 0·91 | 2·0 | 2·4 | 98·0 | 7880 | 7722 | 96·2 | 96·1 |
| 83·42 | 93·0 | 81·5 | 324·5 | 8667 | 8501 | 3·61 | 3·521 | 1·11 | 0·97 | 2·1 | 2·4 | 98·0 | 8342 | 8175 | 96·2 | 96·2 |
| 87·90 | 103·5 | 90·8 | 344·3 | 9134 | 8932 | 3·80 | 3·715 | 1·18 | 1·02 | 2·2 | 2·4 | 98·0 | 8790 | 8614 | 96·2 | 96·5 |
| 93·15 | 114·0 | 100·0 | 364·0 | 9679 | 9495 | 4·03 | 3·93[1]) | 1·25 | 1·08 | 2·3 | 2·6 | 97·6 | 9315 | 9092 | 96·2 | 95·8 |
| 97·29 | 126·0 | 110·5 | 386·5 | 10116 | 9900 | 4·21 | 4·09[1]) | 1·31 | 1·13 | 2·4 | 2·7 | 97·6 | 9729 | 9495 | 96·2 | 96·0 |
| 102·54 | 138·1 | 121·0 | 409·1 | 10663 | 10415 | 4·44 | 4·32[1]) | 1·37 | 1·19 | 2·5 | 2·9 | 97·5 | 10254 | 9998 | 96·2 | 95·9 |
| 105·48 | 152·0 | 133·0 | 435·0 | 10983 | 10700 | 4·57 | 4·45[1]) | 1·41 | 1·23 | 2·6 | 3·1 | 97·4 | 10548 | 10274 | 96·2 | 96·0 |
| 109·50 | 155·5 | 136·0 | 441·5 | 11392 | 11120 | 4·75 | 4·65[1]) | 1·47 | 1·28 | 2·7 | 3·3 | 97·2 | 10950 | 10621 | 96·2 | 95·5 |
| 113·04 | 162·0 | 142·0 | 454·0 | 11758 | 11496 | 4·90 | 4·76[1]) | 1·51 | 1·32 | 2·8 | 3·3 | 97·0 | 11304 | 10965 | 96·2 | 95·2 |
| 114·63 | 171·0 | 150·0 | 471·0 | 11934 | 11690 | 4·96 | 4·83[1]) | 1·54 | 1·34 | 2·9 | 3·4 | 97·0 | 11463 | 11120 | 96·2 | 95·4 |

[1]) Aus Fleming's Beobachtungen interpoliert.

Man erkennt zunächst, dass schon bei Belastungen über 40 Ampère sekundär die Werte der berechneten primären Leistungen grösser werden als jene der beobachteten; dies rührt daher, dass bei dieser Belastung schon die sekundäre Spannung merkbar kleiner ist als 100 Volt und dass somit auch die nutzbare Leistung kleiner sein muss als 100 $J_2$. Die letzten zwei Spalten der Tabelle zeigen jedoch, dass der Wirkungsgrad sich trotz dieser Ungenauigkeit mit aller genügenden Genauigkeit berechnen lässt und dass er nur bei der höchsten Belastung (der vernachlässigten Streuung wegen) sich um etwa $^1/_2$ % zu hoch ergiebt. Es wäre vielleicht richtiger gewesen, als Mittelwert der sekundären Spannung 99 Volt zu nehmen; die sekundären Leistungen wären dann etwas kleiner geworden, nämlich gleich 99 $J_2$. Doch ist dies absichtlich unterblieben, um zu zeigen, dass man die bequemere Rechnung mit dem Faktor 100 trotz der etwas grösseren Ungenauigkeit durchführen kann, weil auch dann noch die Abweichungen zwischen berechneten und beobachteten Werten innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen.

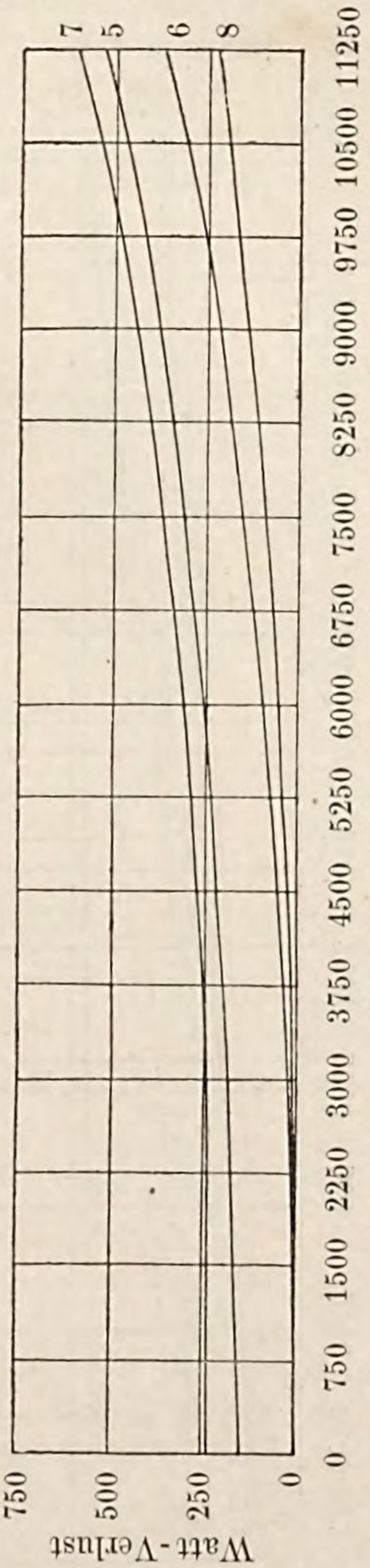


Fig. 76. 15pferd. Ferrantitransformator.

Entwirft man für diesen Transformator ein Diagramm (Fig. 76) der Verluste, so erkennt man, dass die Kurve des Wirkungsgrades (Fig. 75, Kurve 5) anfangs ziemlich steil ansteigen muss, weil eben die gesamten Verluste bei schwachen Belastungen niedrig sind. Da aber die Kurve der gesamten Verluste (Fig. 76, Kurve 5) wegen des hohen Einflusses der Kupferverluste (Fig. 76, Kurve 6) ziemlich stark ansteigt, muss die Kurve des Wirkungsgrades für höhere Belastungen ziemlich horizontal verlaufen.

Im allgemeinen lässt sich sagen, dass zwischen diesem Transformator und jenem aus dem Jahre 1885 ein prinzipieller Unterschied besteht. Der letztere arbeitet ungünstig für die Zentrale, weil er hohe Eisenverluste aufweist, hält aber die Spannung an den Lampen des Konsumenten ziemlich auf konstanter Höhe; der erstere arbeitet wegen der geringen Eisenverluste günstig für die Zentrale, reguliert aber die Spannung an den Lampen des Konsumenten in kaum genügender Weise. Dies wird klar, wenn man bedenkt, dass ausser dem Spannungsabfall von 3·4 Volt im Transformater noch in den Leitungen des Konsumenten etwa 1·6—2 Volt bei maximaler Belastung verloren gehen, dass die in Betrieb befindlichen Lampen desselben also je nach ihrer Anzahl irgend eine Spannung zwischen 100 Volt und 95 Volt aufweisen werden. Diese Grenzen sind entschieden zu weit, und ein guter Lichtbetrieb ist mit einem Transformator von solcher geringen Selbstregulierung der Spannung nur dann möglich, wenn entweder die Löschbarkeit der Anlage gering ist oder eine anderweitige Nachregulierung der Spannung seitens des Konsumenten oder der Zentrale erfolgt. Um diesem Übelstande einigermassen zu steuern, wurde auch der 15 pferd. Transformator umgewickelt; doch geschah diesmal die Neubewickelung in solcher Weise, dass der Kupferverlust verringert und damit bei gegebenem Gestell und Wickelraum der Eisenverlust erhöht wurde.

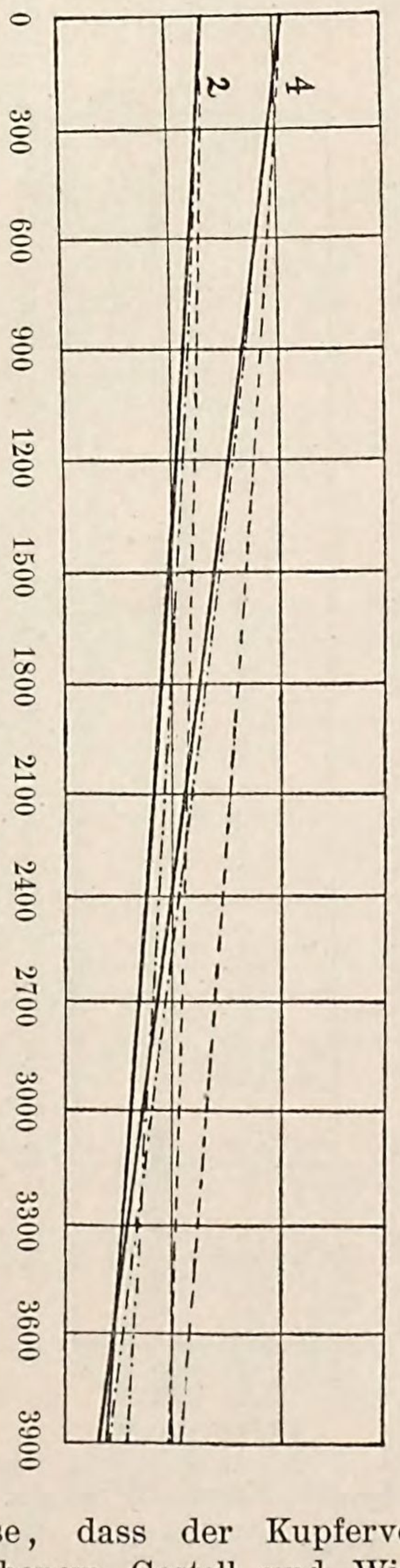



Fig. 77. Regulierbarkeit eines 5pferd. Ferranti-Transformators.

Die auf diesen umgewickelten 15 pferd. Transformator bezüglichen Verluste sind in den Kurven 7 und 8 der Fig. 76 angedeutet. Die Gesamtverluste liegen höher, die Kupferverluste niedriger als zuvor. Es ist also der Wirkungsgrad (Fig. 75, Kurve 7) zwar durchweg etwas niedriger; aber er nähert sich in den höheren Werten etwas stärker der früheren Kurve, weil die Regulierung des Transformators eine bessere ist.

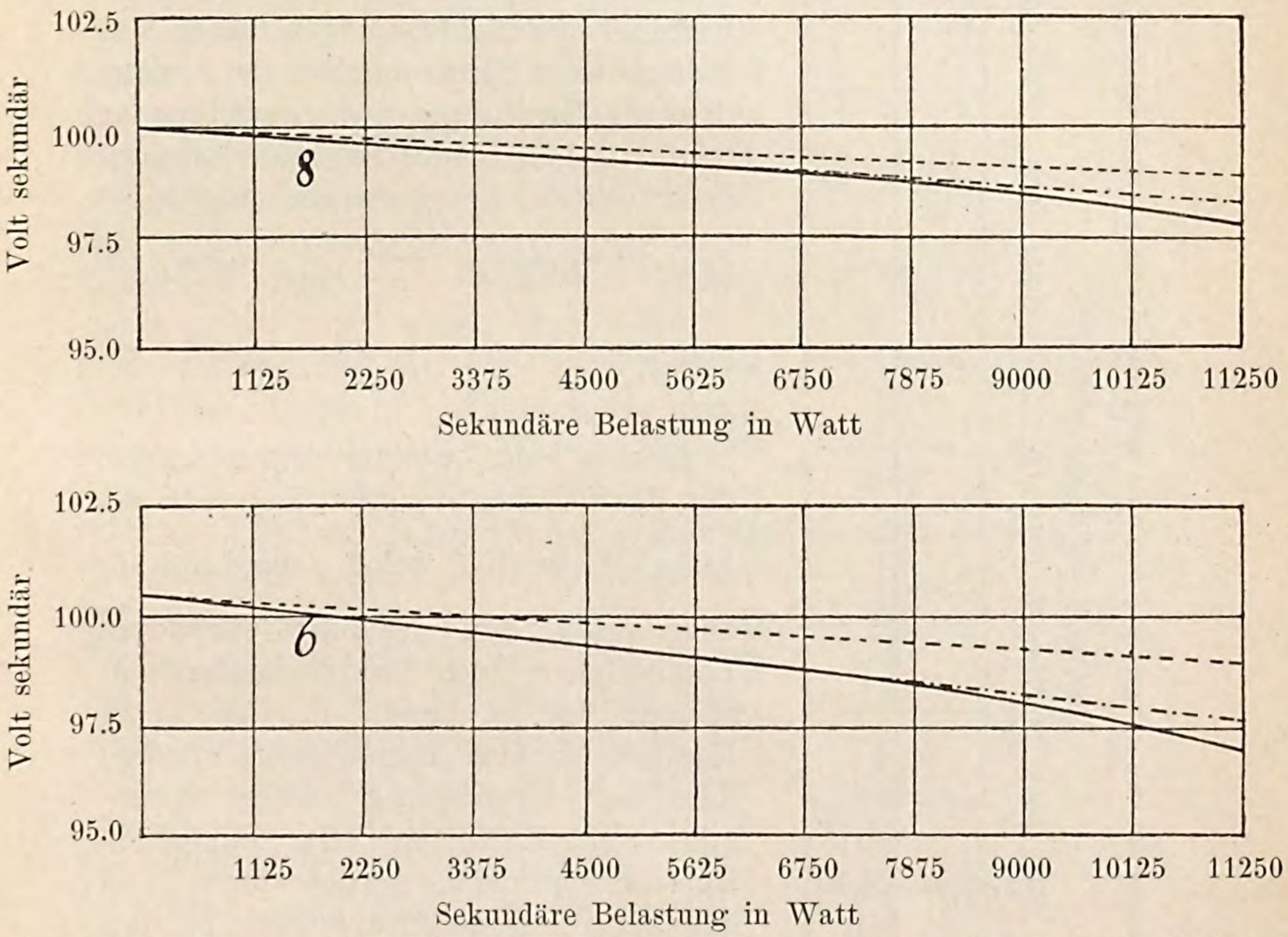



Fig. 78 u. 79. Spannungsabfall eines 15 pferd. Ferranti-Transformators. (Vor und nach der Umwickelung.)

Die Figuren 77, 78 und 79 beziehen sich auf die Regulierbarkeit der zwei Bewickelungsarten des 5 pferd. und des 15 pferd. Transformators. Dieselben zeigen die von der primären (-·--·-) und der sekundären (- - - -) Wickelung herrührenden Spannungsverluste und den gesamten (——) beobachteten Spannungsabfall. Der Umstand, dass die Streuung sich nur in geringem Masse bemerkbar macht, bildet eine der Grundbedingungen für die Zulässigkeit des Näherungsverfahrens.

Eine zweite solche Grundbedingung ist die, dass für alle Belastungen die primäre und sekundäre Stromstärke einander

proportional sind. Wenn man also im vorliegenden Falle für jeden der Transformatoren zwei Kurven zeichnet, deren Abscissen die sekundären Belastungen, deren Ordinaten die Werte $J_1$ und $\frac{J_2}{24}$ sind, so erhält man zwei fast genau geradlinig verlaufende einander parallele Linien. Die Ableitungen des vorhergehenden Kapitels gestatten uns ohne weiteres den Schluss, dass dieses Verhalten nur dann möglich ist, wenn der zur Erzeugung des resultierenden magnetischen Feldes im Transformator erforderliche Erregerstrom gegenüber den Strömen $J_1$ und $\frac{J_2}{24}$, (bezw. allgemeiner $\frac{J_1 \cdot n_2}{n_1}$) sehr klein ist. (Fig 80 u. 81).

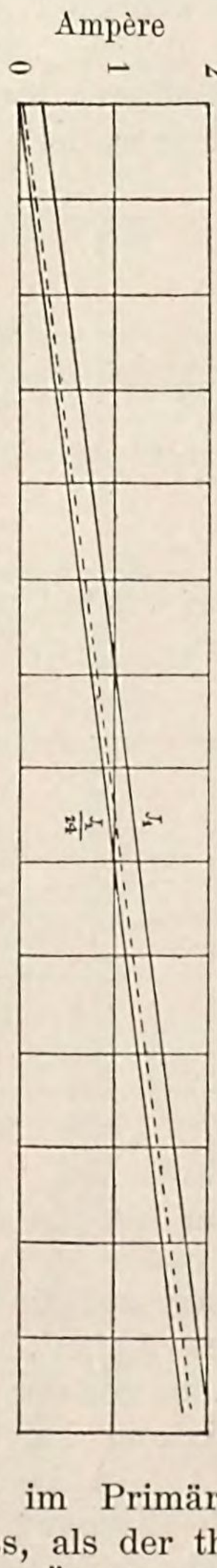



Fig. 80. 5pferd. Transformator. Die punktierte Linie entspricht dem Strome $J_1$ des umgewickelten Transformators.

In dem Falle, wo der Sekundärkreis des Transformators offen ist, wird die Linie $\frac{J_2}{24}$ durch 0 gehen, die Linie $J_1$ aber wird den gesamten primären Leerlaufstrom des Transformators anzeigen. Es ist bereits in § 1 dieses Kapitels darauf hingewiesen worden, dass zur Ermittelung dieser Stromstärke ein Koëffizient oder Faktor in Betracht gezogen werden muss, da die Leerlaufstromstärke grösser ist und sein muss, als der Quotient aus dem Leerlaufseffekt und der Leerlaufspannung.

Es ist bisher jedoch noch nicht besonders hervorgehoben worden, dass infolge dieses Umstandes das Produkt aus den im Primärkreise beobachteten Spannungen grösser sein muss, als der thatsächlich aufgewendete Effekt. Nach den erwähnten Überlegungen ist dies für den Leerlaufsstrom und Leerlaufseffekt ohne weiteres wahr; ein Augenblick der Überlegung zeigt aber, dass für konstante Primärspannung ein konstanter Erregerstrom erforderlich ist, dass dieser Erreger-

strom stets die eine, der aus dem Effekt berechnete Arbeitsstrom die zweite senkrecht zur ersten stehende Komponente des primären Gesamtstromes sein wird und dass somit das Produkt aus primärem Gesamtstrom und primärer Spannung theoretisch stets grösser sein muss, als der thatsächlich beobachtete primäre Effekt. Da nun aber bei dem Näherungsverfahren für alle Belastungen der primäre Strom einfach als Quotient aus dem primären Effekte und der primären Spannung ermittelt wurde und gute Übereinstimmung mit dem beobachteten primären Strome ergab, so ist der Schluss gerechtfertigt, dass die Voraussetzungen des Verfahrens richtig waren, dass also, sobald der Sekundärkreis geschlossen ist, das Produkt aus primärem Strome und primärer Spannung wegen der Kleinheit des Erregerstromes praktisch übereinstimmt mit dem thatsächlichen Energieaufwande im primären Kreise. Dies besagt nur, dass für alle Belastungen primärer Strom und primäre Spannung p r a k t i s c h als gleichphasig angenommen werden können, wenn man, wie bisher, belastete Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise behandelt und sich mit der Genauigkeit des Näherungsverfahrens begnügt. Nur bei offenem Sekundärkreise, also bei Leerlauf des Transformators, nahm das Näherungsverfahren das Vorhandensein einer Verschiebung zwischen primärem Strome und primärer Spannung an. Die Grösse dieser Verschiebung war dadurch gegeben, dass das Produkt aus $J_1$ und $E_1$ um $\frac{1}{0{\cdot}7}$ grösser war als $W_1$ dass also Volt $\times$ Ampère $= \frac{1}{0{\cdot}7}$ Watt angenommen wurde.

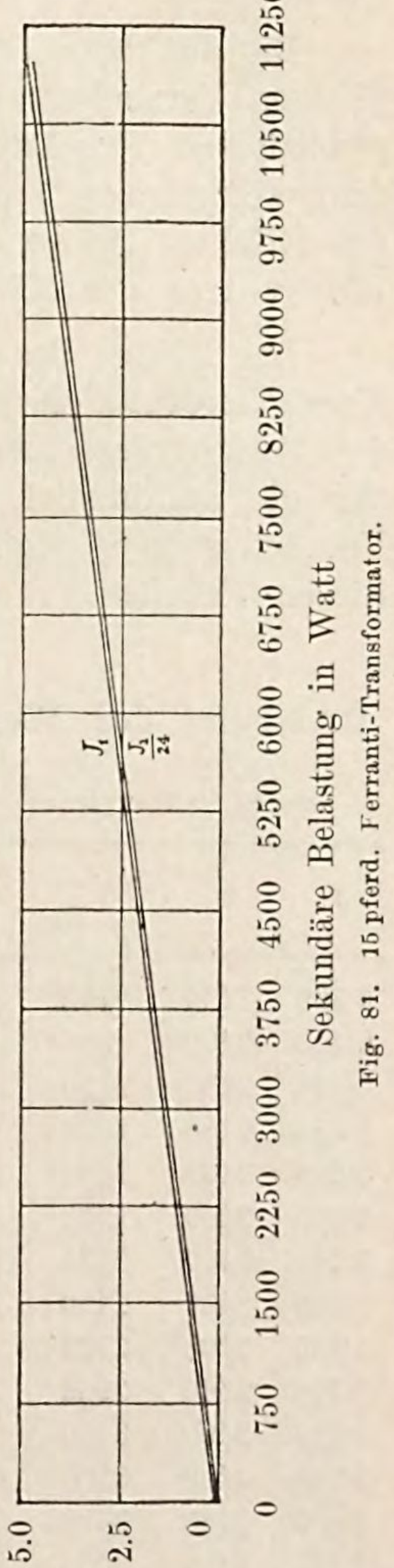



Fig. 81. 15 pferd. Ferranti-Transformator.

Der Zahlenfaktor von $W_1$ entspricht nach früheren Ableitungen dem Cosinus des Verschiebungswinkels zwischen $J_1$ und $E_1$; $W_1 = J_1 \cdot E_1 \cdot \cos \varphi_1 = f \cdot J_1 \cdot E_1 = f \cdot W_1'$.

Sein Maximalwert ist die Einheit. Wenn praktische Messungen für diesen Faktor einen Wert ergeben sollten, welcher grösser ist als 1·0, so ist dies auf Beobachtungsfehler zurückzuführen.

Die auf Seite 174, 177 und 178 mitgeteilten Tabellen, die übrigen Versuchsresultate Fleming's und die neuerdings erst publizierten Ergebnisse der Messungen der Frankfurter Prüfungskommission[1]) gestatten uns, das Verhalten dieses Faktors des Effektes (Power-Factor) genauer zu studieren und damit die Grenzen des Näherungsverfahrens zu ermitteln.

Der Faktor des Effektes f ergiebt sich aus den mitgeteilten Versuchsresultaten als Quotient aus $W_1$ und $E_1 \,.\, J_1 = 2400 \,.\, J_1$. Der Verlauf desselben in seiner Abhängigkeit von der Belastung für die ausführlich auf Seite 174, 177 und 178 mitgeteilten Versuchsreihen ergiebt sich aus folgenden Ergänzungen zu diesen Tabellen.

Änderung des Wertes von f für verschiedene Belastungen

a) bei dem 5 pferd. Transformator von Ferranti. (Modell 1885.)

| $J_1$ | $E_1$ | $W_1' = J_1 \,.\, E_1$ | $W_1$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | $J_1$ | $E_1$ | $W_1' = J_1 \,.\, E_1$ | $W_1$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0·329 | 2400 | 790 | 538 | 0·68 | 1·517 | 2400 | 3640 | 3630 | 0·99 |
| 0·403 | 2400 | 966 | 759 | 0·79 | 1·559 | 2400 | 3738 | 3680 | 0·99 |
| 0·474 | 2400 | 1136 | 839 | 0·74 | 1·601 | 2400 | 3846 | 3775 | 0·98 |
| 0·554 | 2400 | 1329 | 1205 | 0·90 | 1·659 | 2400 | 3979 | 3953 | 0·99 |
| 0·686 | 2400 | 1648 | 1503 | 0·91 | 1·695 | 2400 | 4063 | 4066 | 1·00 |
| 0·795 | 2400 | 1907 | 1786 | 0·94 | 1·743 | 2400 | 4187 | 4182 | 1·00 |
| 0·888 | 2400 | 2130 | 1989 | 0·93 | 1·763 | 2400 | 4240 | 4218 | 1·00 |
| 1·000 | 2400 | 2400 | 2283 | 0·95 | 1·796 | 2400 | 4304 | 4275 | 0·99 |
| 1·155 | 2400 | 2774 | 2658 | 0·96 | 1·821 | 2400 | 4366 | 4406 | 1·00 |
| 1·236 | 2400 | 2966 | 2880 | 0·97 | 1·839 | 2400 | 4404 | 4414 | 1·00 |
| 1·323 | 2400 | 3179 | 3075 | 0·97 | 1·861 | 2400 | 4461 | 4453 | 1·00 |
| 1·368 | 2400 | 3280 | 3226 | 0·99 | 1·875 | 2400 | 4500 | 4503 | 1·00 |
| 1·430 | 2400 | 3433 | 3344 | 0·97 | 1·900 | 2400 | 4555 | 4580 | 1·00 |
| 1·493 | 2400 | 3586 | 3434 | 0·96 | — | 2400 | — | — | — |

[1]) H. F. Weber-Zürich. Messungen an Wechselstrom-Transformatoren. Offizieller Bericht über die Internationale Elektrotechnische Ausstellung in Frankfurt a. M. 1891. 2. Band, p. 38 ff., 1894.

b) bei den auf der Frankfurter Ausstellung untersuchten Transformatoren

| Mordey-Transformator für 3000 Watt | | | | Mordey-Transformator für 6000 Watt | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Beobachtungsreihe I | | Beobachtungsreihe II | | Beobachtungsreihe I | | Beobachtungsreihe II | |
| $W_2$ | f | $W_2$ | f | $W_2$ | f | $W_2$ | f |
| 2878 | 0·993 | 2929 | 0·990 | 6302 | 0·993 | 6261 | 0·997 |
| 2199 | 0·994 | 2191 | 0·994 | 5329 | 1·000 | 5299 | 1·000 |
| 1464 | 0·982 | 1475 | 0·991 | 4327 | 1·000 | 4352 | 0·998 |
| 998 | 0·985 | 1009 | 0·986 | 3370 | 1·001 | 3417 | 1·000 |
| 528 | 0·980 | 526 | 0·984 | 2437 | 1·001 | 2438 | 0·992 |
| | | | | 1485 | 0·997 | 1488 | 0·987 |
| | | | | 994 | 0·980 | 1008 | 0·985 |
| | | | | 528 | 0·975 | 531 | 0·948 |

| Oerlikon-Transformator für 7500 Watt | | | | Schuckert-Transformator für 10000 Watt | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Beobachtungsreihe I | | Beobachtungsreihe II | | Beobachtungsreihe I | | Beobachtungsreihe II | |
| $W_2$ | f | $W_2$ | f | $W_2$ | f | $W_2$ | f |
| 7241 | 0·997 | 7329 | 0·997 | 18871 | 0·993 | 10733 | 0·992 |
| 6307 | 1·002 | 6328 | 0·996 | 9514 | 0·993 | 9142 | 0·993 |
| 5305 | 0·996 | 5344 | 1·000 | 7807 | 0·984 | 7956 | 0·995 |
| 4376 | 1·001 | 4402 | 1·000 | 6480 | 0·983 | 6601 | 0·998 |
| 3429 | 0·996 | 3405 | 1·001 | 4991 | 0·989 | 5124 | 0·982 |
| 2454 | 0·992 | 2472 | 1·003 | 3768 | 0·985 | 3628 | 0·965 |
| 1497 | 0·999 | 1505 | 0·996 | 2251 | 0·946 | 2206 | 0·935 |
| 535 | 0·984 | 534 | 0·980 | 796 | 0·806 | 785 | 0·784 |

c) bei dem 15 pferd. Transformator von Ferranti (Modell 1892)

| $J_1$ | $E_1$ | $W_1' = J_1 . E_1$ | $W_1$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | $J_1$ | $E_1$ | $W_1' = J_1 . E_1$ | $W_1$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0·076 | 2400 | 188 | 149 | 0.82 | 2·135 | 2400 | 5124 | 5265 | 1·03 |
| 0·100 | 2400 | 240 | 222 | 0·92 | 2·466 | 2400 | 5918 | 5947 | 1·00 |
| 0·170 | 2400 | 408 | 419 | 1·03 | 2·653 | 2400 | 6367 | 6378 | 1·00 |
| 0·270 | 2400 | 647 | 637 | 0·98 | 2·771 | 2400 | 6650 | 6680 | 1·00 |
| 0·400 | 2400 | 960 | 951 | 0·99 | 2·960 | 2400 | 7104 | 7085 | 1·00 |
| 0·503 | 2400 | 1210 | 1189 | 0·99 | 3·187 | 2400 | 7649 | 7618 | 1·00 |
| 0·590 | 2400 | 1416 | 1391 | 0·98 | 3·341 | 2400 | 8018 | 8040 | 1·00 |
| 0·670 | 2400 | 1600 | 1580 | 0·99 | 3·521 | 2400 | 8450 | 8501 | 1·00 |
| 0·745 | 2400 | 1788 | 1762 | 0·99 | 3·715 | 2400 | 8916 | 8932 | 1·00 |
| 1·050 | 2400 | 2520 | 2506 | 0·99 | 3·900 | 2400 | 9360 | 9390 | 1·00 |
| 1·120 | 2400 | 2688 | 2648 | 0·99 | 4·089 | 2400 | 9813 | 9980 | 1·02 |
| 1·265 | 2400 | 3036 | 3064 | 1·01 | 4·276 | 2400 | 10502 | 10300 | 0·98 |
| 1·368 | 2400 | 3283 | 3461 | 1·05 | 4·483 | 2400 | 10759 | 10790 | 1·00 |
| 1·695 | 2400 | 4068 | 4120 | 1·01 | 4·548 | 2400 | 10915 | 10978 | 1·00 |
| 1·867 | 2400 | 4481 | 4564 | 1·02 | 4·648 | 2400 | 11155 | 11210 | 1·00 |
| 1·980 | 2400 | 4752 | 4878 | 1·02 | 4·762 | 2400 | 11429 | 11496 | 1·00 |

Diesen Tabellen könnten eine ganze Reihe anderer hinzugefügt werden, welche, sofern der Transformator der eisen-

geschlossenen Type angehört, bestätigen würden, dass, sobald die Belastung etwa ein Fünftel der Maximallast überschreitet[1]), der Faktor f praktisch gleich der Einheit wird und dass er auch schon unterhalb dieser Belastung in den meisten Fällen der Einheit genügend nahe kommt, um für Transformatoren mit geschlossenem magnetischen Kreise die Anwendung des Näherungsverfahrens zu gestatten.

Wenn bei einem Transformator mit eisengeschlossenem Kreise der Faktor f bei Leerlauf kleiner als 0·7 bis 0·8 sein und auch langsamer als sonst üblich anwachsen sollte, so ist dies dem Umstande zuzuschreiben, dass der Erregerstrom dieses Transformators verhältnismässig gross ist. Das Näherungsverfahren wird dann bei diesem Transformator weniger genaue Resultate liefern; die Ströme $J_1$ und $J_2$ werden einander nicht mehr so angenähert proportional sein als zuvor, und ausserdem werden die mit $J_1$ und $\frac{J_2}{24}$ als Ordinaten, mit $W_2$ als Abscissen gezeichneten Kurven besonders in den unteren Teilen stärker von der Geraden und vom Parallelismus abweichen. Ein solcher Transformator wird eben in fast allen Dingen eine Mittelstellung zwischen eisengeschlossenem und offenem magnetischen Kreise einnehmen.

Fleming hat ein solches Verhalten an einem Transformator von G. Kapp beobachtet; die beobachteten Daten sind in der folgenden Tabelle niedergelegt, aber nicht zur Konstruktion von Kurven verwendet worden. Der Transformator ist beachtenswert, weil er trotz seiner geringen Leistung einen auch schon bei geringer Belastung hohen Wirkungsgrad aufweist und weil infolge der übergreifenden Anordnung der Spulen der Spannungsabfall durch Streuung besonders gering ist.

Die letzten zwei Spalten folgender Tabelle lassen erkennen, dass thatsächlich kein merkbarer Spannungsabfall durch Streuung eintritt. Dass der beobachtete Spannungsabfall sogar kleiner erscheint als der berechnete, ist auf Beobachtungsfehler zurückzuführen. Man könnte nun, da bei der Anführung der Fleming'schen Versuchsresultate so häufig von Beobachtungsfehlern die Rede war, zu der Ansicht kommen, diese Beobachtungsreihen seien nicht besonders gut. Diese Ansicht ist eine irrige; thatsächlich geben die Fleming'schen Beobachtungsreihen aus-

---

[1]) Herr Prof. H. F. Weber, Zürich, giebt als Grenze 0·4 bis 0·5 der normalen Belastung an. a. a. O., p. 67.

## Zusammenstellung der Stromstärken, Spannungen und Effekte bei einem Kapp-Transformator für 4000 Watt.

Primärspannung $E_1 = 2400$ Volt, konstant gehalten.
Sekundärspannung $E_2 = 99.0$ Volt bei Leerlauf.
Periodenzahl $p = 82{\cdot}1$ per Sekunde.

Primärer Widerstand $R_1 = 11{\cdot}38$ Ohm.
Sekundärer Widerstand $R_2 = 0{\cdot}024$ Ohm.

| Sekundärer Stromkreis | | | Primärer Stromkreis | | | | Verluste | | | Wirkungsgrad in % $\frac{100\ W_2}{W_1}$ | Faktor des Effektes $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | Spannungsverlust sek. in den Widerst. $J_2 R_2 + \frac{J_1 R_1}{24}$ | total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E_2$ | $J_2$ | $W_2$ | $E_1$ | $J_1$ | $W_1' = E_1 . J_1$ | $W_1$ | $J_2^2 R_2$ | $J_2^2 R_1'$ | Total $W_1 - W_2$ | | | | |
| 99·0 | 0 | 0 | 2400 | 0·145 | 348 | 152 | 0 | 0 | 152 | 0 | 0·61 | 0 | 0 |
| 99·0 | 1·00 | 99 | 2400 | 0·160 | 384 | 265 | 0 | 0·2 | 166 | 37·4 | 0·66 | 0 | 0 |
| 98·9 | 1·95 | 193 | 2400 | 0·200 | 480 | 338 | 0 | 0·3 | 145 | 57·1 | 0·70 | 0·1 | 0·1 |
| 98·9 | 2·89 | 286 | 2400 | 0·229 | 549 | 445 | 0·2 | 0·5 | 159 | 64·3 | 0·81 | 0·2 | 0·1 |
| 98·8 | 3·98 | 393 | 2400 | 0·270 | 648 | 548 | 0·4 | 0·8 | 155 | 71·7 | 0·85 | 0·3 | 0·2 |
| 98·8 | 4·87 | 481 | 2400 | 0·304 | 729 | 640 | 0·6 | 1·0 | 159 | 75·2 | 0·88 | 0·3 | 0·2 |
| 98·8 | 7·17 | 708 | 2400 | 0·374 | 897 | 868 | 1·3 | 1·6 | 160 | 81·6 | 0·97 | 0·4 | 0·2 |
| 98·8 | 8·85 | 875 | 2400 | 0·467 | 1121 | 1029 | 1·9 | 2·5 | 154 | 85·0 | 0·92 | 0·5 | 0·2 |
| 98·0 | 10·81 | 1060 | 2400 | 0·519 | 1245 | 1225 | 2·8 | 3·1 | 165 | 86·5 | 0·98 | 0·5 | 1·0 |
| 98·7 | 12·73 | 1257 | 2400 | 0·618 | 1483 | 1426 | 3·9 | 4·3 | 169 | 88·1 | 0·96 | 0·6 | 0·3 |
| 98·6 | 14·63 | 1443 | 2400 | 0·675 | 1620 | 1609 | 5·1 | 5·2 | 166 | 89·7 | 0·99 | 0·7 | 0·4 |
| 98·3 | 16·49 | 1621 | 2400 | 0·743 | 1783 | 1800 | 6·5 | 6·6 | 179 | 90·1 | 1·01 | 0·8 | 0·7 |
| 98·2 | 18·52 | 1819 | 2400 | 0·831 | 1994 | 1988 | 8·2 | 7·9 | 169 | 91·5 | 1·00 | 0·9 | 0·8 |
| 98·1 | 20·42 | 2003 | 2400 | 0·908 | 2179 | 2182 | 10·0 | 9·4 | 179 | 91·8 | 1·00 | 0·9 | 0·9 |
| 98·0 | 22·25 | 2180 | 2400 | 0·981 | 2354 | 2358 | 11·9 | 11·0 | 178 | 92·5 | 1·00 | 1·0 | 1·0 |
| 98·0 | 24·10 | 2362 | 2400 | 1·052 | 2525 | 2538 | 13·9 | 12·6 | 176 | 93·2 | 1·00 | 1·1 | 1·0 |
| 97·9 | 25·95 | 2541 | 2400 | 1·136 | 2726 | 2745 | 16·3 | 14·6 | 204 | 92·6 | 1·01 | 1·2 | 1·1 |
| 97·8 | 27·86 | 2725 | 2400 | 1·212 | 2909 | 2894 | 18·6 | 16·7 | 169 | 94·3 | 0·99 | 1·2 | 1·2 |
| 97·7 | 29·80 | 2912 | 2400 | 1·288 | 3091 | 3100 | 21·3 | 19·0 | 188 | 94·0 | 1·00 | 1·3 | 1·3 |
| 97·7 | 31·62 | 3090 | 2400 | 1·360 | 3264 | 3289 | 24·0 | 21·0 | 199 | 94·0 | 1·01 | 1·4 | 1·3 |
| 97·5 | 33·41 | 3258 | 2400 | 1·442 | 3461 | 3481 | 26·7 | 23·6 | 223 | 93·5 | 1·00 | 1·5 | 1·5 |
| 97·4 | 35·27 | 3436 | 2400 | 1·520 | 3648 | 3658 | 30·8 | 26·3 | 222 | 93·9 | 1·00 | 1·6 | 1·6 |
| 97·3 | 37·09 | 3609 | 2400 | 1·590 | 3816 | 3821 | 33·1 | 28·6 | 212 | 94·5 | 1·00 | 1·7 | 1·7 |
| 97·2 | 39·14 | 3805 | 2400 | 1·680 | 4032 | 4035 | 36·8 | 32·0 | 230 | 94·4 | 1·00 | 1·8 | 1·8 |
| 97·1 | 40·89 | 3971 | 2400 | 1·750 | 4200 | 4207 | 42·0 | 34·5 | 236 | 94·4 | 1·00 | 1·9 | 1·9 |

gezeichnetes Material für die spätere Besprechung der mit vorzüglichen Instrumenten durch geschulte Beobachter bei den verschiedenen Messmethoden erreichbaren Genauigkeiten.

Stellt man, um ein Bild über die Grenzwerte des Faktors f zu erhalten, die an ausgeführten, leerlaufenden Transformatoren erhaltenen Messresultate zusammen, so erhält man folgende Tabellen[1]):

## Werte des Faktors f des Leerlaufeffektes.

### a) für Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise und kleinem Erregerstrom.[1])

| Beobachter | Transformator-Type | Gesamtleistung in Watt | Periodenzahl pro Sekunde | Leerlaufeffekt $W_1$ | Leerlaufeffekt $W_1'$ | Wert d. Faktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fleming | Ferranti 1885 . . . | 1875 | 83 | 288 | 432 | 0·66 | Aus: Journal of the Institution of Electrical Engineers Vol. 21, 1892. p. 606. |
| » | » 1885 . . . | 3750 | 83 | 550 | 808 | 0·68 | |
| » | » 1885 . . . | 7500 | 83 | 444 | 600 | 0·74 | |
| » | » 1885 . . . | 11250 | 83 | 579 | 816 | 0·70 | |
| » | » 1885 . . . | 15000 | 83 | 1019 | 1368 | 0·75 | |
| » | » 1885 neu gewick. | 3750 | 83 | 233 | 264 | 0·88 | |
| » | » 1892 . . . . | 7500 | 83 | 138 | 180 | 0·77 | |
| » | » 1892 . . . . | 11250 | 83 | 148 | 182 | 0·81 | |
| » | » 1892 . . . . | 15000 | 83 | 228 | 269 | 0·85 | |
| » | » 1892 neu gewick. | 11250 | 83 | 228 | 247 | 0·92 | |
| » | Westinghouse . . . | 6500 | 83 | 95 | 120 | 0·79 | |
| » | Mordey-Brush . . | 6000 | 83 | 140 | 182 | 0·77 | |
| » | » » . . | 750 | 83 | 61·5 | 76 | 0·81 | |
| » | Mordey . . . . . | 6000 | 83 | 126 | 174 | 0·72 | Aus: Alternate Current Transformer in Theory and Practice. Vol. II, 1893. p. 526. |
| » | Westinghouse . . . | 750 | 83 | 95·7 | 140 | 0·68 | |
| » | » . . . | 1500 | 83 | 48 | 61 | 0·79 | |
| » | Stanley . . . . . | 1500 | 83 | 37·5 | 53 | 0·71 | |
| » | Slattery . . . . . | 2250 | 83 | 45·5 | 56 | 0·81 | |
| » | National . . . . . | 2250 | 83 | 75·0 | 112 | 0·67 | |

### b) Für Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise und grösserem Erregerstrome.

Es ist klar, dass der Faktor f um so kleiner werden wird, je näher das Eisen seiner Sättigung rückt, je grösser also der Erregerstrom und je höher die Induktion wird. So ergab ein

---

[1]) Leider enthalten die Veröffentlichungen der Frankfurter Prüfungskommission nur den Vermerk, dass die primäre Leerlaufstromstärke nicht messbar war.

von Bláthy und Neustadt im Jahre 1885 untersuchter Versuchstransformator[1]) für verschiedene Induktionen, $B_{max}$, die folgenden Werte des Erregerstromes und des Faktors f des Effekts für die konstant gehaltene Zahl von 54 Perioden pro Sekunde.

Veränderung des Faktors f für zunehmende Sättigung des Transformatorkernes nach Bláthy und Neustadt. 25. November 1885.

| Maximale Induktion | Erregerstrom, sekundär gemessen | Leerlaufseffekt sekundär gemessen | | Faktor des Leerlaufeffektes |
|---|---|---|---|---|
| $B_{max}$ | $J_0$ | $W_2$ | $W_2'$ | $f = \frac{W_2}{W_2'}$ |
| 7000 | 2·53 | 36·5 | 68 | 0·536 |
| 8000 | 3·00 | 46·0 | 91 | 0·505 |
| 9000 | 3·40 | 56·0 | 114 | 0·491 |
| 10000 | 4·00 | 67·5 | 146 | 0·463 |
| 11000 | 4·45 | 80·0 | 178 | 0·450 |
| 12000 | 5·40 | 93·8 | 230 | 0·407 |

Für andere Transformatoren moderner Konstruktion ergaben Messungen die folgenden Werte von f.

| Beobachter | Transform.-Type | Gesamtleistung in Watt | Periodenzahl pro Sekunde | Leerlaufseffekt $W_1$ | Leerlaufseffekt $W_1'$ | Wert des Faktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fleming | Kapp | 4000 | 83 | 152 | 348 | 0·61 | |
| » | Thomson-Houston | 4500 | 83 | 108 | 199 | 0·54 | |
| Ayrton | Kapp & Snell | | | 53·2 | 147 | 0·36 | |
| Verfass. | Ganz neuere Type | 10000 | 84 | 53·3 | 102 | 0·522 | $B_{max} = 3000$ |
| » | » | 10000 | 84 | 86·1 | 164 | 0·524 | 4000 |
| » | » | 10000 | 84 | 124·8 | 238 | 0·525 | 5000 |
| » | » | 10000 | 84 | 169·6 | 324 | 0·525 | 6000 |
| » | » | 10000 | 84 | 221·7 | 425 | 0·522 | 7000 |
| » | » | 10000 | 84 | 249·6 | 482 | 0·517 | 7500 |
| » | Helios | 10000 | 100 | 190 | 328 | 0·58 | |
| » | » | 7500 | 100 | 145 | 245 | 0·59 | |
| » | » | 5000 | 100 | 130 | 216 | 0·60 | |
| » | » | 3750 | 100 | 100 | 180 | 0·55 | |
| » | » | 2500 | 100 | 85 | 144 | 0·59 | |
| » | » | 1800 | 100 | 75 | 124 | 0·60 | |
| » | » | 1250 | 100 | 65 | 115 | 0·57 | |

c) Für Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.

Während auch bei sehr hohen Induktionen der Faktor f etwa von der Grössenordnung 0·4 bis 0·5 war, solange der

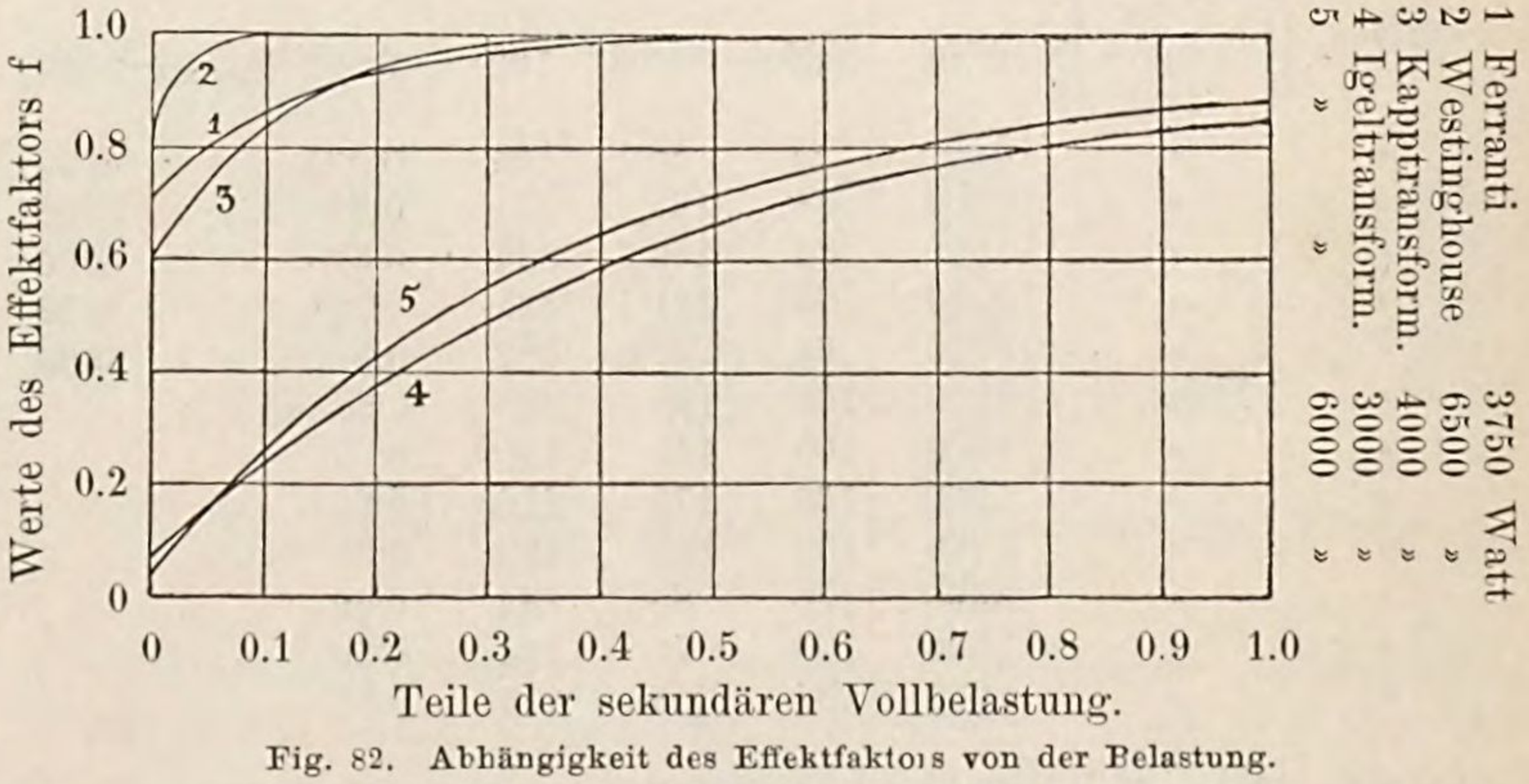
[1]) Vergl. C. P. Feldmann, El., London, 32, 1894, p. 581.

Transformator nur ein eisengeschlossenes Feld besass, fällt derselbe für Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise unter die Grössenordnung 0·05 bis 0·1.

Die folgende Tabelle lässt ausser dieser Thatsache auch erkennen, dass die kugelförmige Verbreiterung der Endflächen des Eisenkernes wesentlich dazu beiträgt, den Faktor f zu erhöhen und den Erregerstrom zu verringern.

| Beobachter | Transform.-Type | Gesamtleistung | $J_1$ | $V_1$ | Leerlaufseffekt $W_1$ | Leerlaufseffekt $W_1'$ | Wert des Leerlaufsfaktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Shand [1]) | Shand | 1500 | 52 | 100 | 657 | 5200 | 0 126 | Ohne Eisenkern |
| » | » | 1500 | 16·5 | 104 | 108 | 1715 | 0·063 | Mit klein. „ B = 23000 |
| » | » | 1500 | 14 | 104 | 86 | 1455 | 0 059 | Mit dickerem Eisenkern, B = 14000 |
| » | » | 1500 | 7·3 | 100 | 45 | 730 | 0·062 | mit dickerem u. längerem Eisenkern, B = 6300 |
| » | » | 1500 | 3·27 | 100 | 43 | 327 | 0 132 | mit dems. Kern, dess. End. radial ausgebreit. sind, B = 6300 |
| Fleming [2]) | Swinburne | 3000 | 0·74 | 2400 | 112 | 1775 | 0·063 | Igeltransformator |
| » | » | 6000 | 1 194 | 2400 | 156 | 2918 | 0·053 | „ |

Für die Swinburne'schen Igeltransformatoren ist das Näherungsverfahren weder für Leerlauf noch für volle Belastung




Teile der sekundären Vollbelastung.

Fig. 82. Abhängigkeit des Effektfaktors von der Belastung.

verwendbar, weil dieselben auch bei voller Belastung noch sehr niedrige Werte für f zeigen. Diese Werte sind für einen Swin-

[1]) Rob. Shand, El., London, 26, p. 675.
[2]) J. A. Fleming, a. a. O., p. 606.

burne-Transformator von 3000 und 6000 Watt in den folgenden Tabellen zusammengefasst, und der Zusammenhang zwischen Belastung und Faktor der Leistung ist in den Kurven der Fig. 82 niedergelegt. Alle auf Transformatoren mit eisengeschlossenem Kreise bezüglichen Kurven nehmen die obere linke Ecke dieser Figur ein; die Kurven der Igeltransformatoren aber beginnen bei sehr niedrigen Werten und erreichen erst bei voller Belastung jene Werte, bei welchen die Kurven der eisengeschlossenen Type beginnen.

Verlauf des Faktors $f = \frac{W_1}{W_1'}$ für Igeltransformatoren von

Swinburne. Nach Fleming's Messungen[1]).

3000 Watt-Transformator.
$E_1$ = 2400 Volt.
$E_2$ = 101·9 Volt (unbelastet).
$R_1$ = 24·00 Ohm.
$R_2$ = 0·501 Ohm, gemessen bei der Endtemperatur von 145° F.
Periodenzahl 82·3.

6000 Watt-Transformator.
$E_1$ = 2400 Volt.
$E_2$ = 102·0 Volt (unbelastet).
$R_1$ = 7·93 Ohm.
$R_2$ = 0·01512 Ohm erwärmt gemessen.
Periodenzahl 83 pro Sekunde.

| $W_1$ | $W_1'$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ | $W_1$ | $W_1'$ | $f = \frac{W_1}{W_1'}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 121 | 1816 | 0·07 | 151 | 2866 | 0·053 |
| 228 | 1829 | 0·13 | 272 | 2878 | 0·095 |
| 420 | 1886 | 0·22 | 469 | 2914 | 0·161 |
| 621 | 1948 | 0·32 | 696 | 2921 | 0·238 |
| 730 | 1988 | 0·37 | 984 | 3074 | 0·320 |
| 943 | 2067 | 0·46 | 1401 | 3221 | 0·435 |
| 1152 | 2188 | 0·53 | 1804 | 3461 | 0·521 |
| 1353 | 2301 | 0·59 | 2182 | 3718 | 0·588 |
| 1538 | 2432 | 0·63 | 2583 | 3986 | 0·65 |
| 1746 | 2559 | 0·68 | 2784 | 4130 | 0·67 |
| 1932 | 2720 | 0·71 | 3178 | 4452 | 0·71 |
| 2129 | 2873 | 0·74 | 3632 | 4872 | 0·75 |
| 2320 | 3022 | 0·77 | 4101 | 5323 | 0·77 |
| 2510 | 3172 | 0·79 | 4571 | 5741 | 0·80 |
| 2706 | 3350 | 0·81 | 5033 | 6185 | 0·81 |
| 2829 | 3422 | 0·83 | 5297 | 6461 | 0·82 |
| 2890 | 3501 | 0·83 | 5584 | 6720 | 0·83 |
| 2993 | 3596 | 0·83 | 5947 | 7087 | 0·84 |
| 3042 | 3666 | 0·83 | 6225 | 7242 | 0·86 |
| 3163 | 3761 | 0·84 | — | — | — |

Um nun auch für solche Transformatoren, deren Erregerstrom nicht vernachlässigbar ist gegenüber dem Gesamtstrome, ein praktisch verwendbares Näherungsverfahren zu erhalten,

[1]) J. A. Fleming, a. a. O. p. 648 und 650.

wollen wir zunächst uns die genaue Wirkungsweise eines Transformators und den Zusammenhang zwischen den charakteristischen Grössen desselben an Hand einiger Diagramme klar zu machen versuchen.

### 4. Transformatorendiagramme.

#### a) Allgemeines Diagramm.

Blakesley[1]), Fleming[2]) und Bedell und Crehore[3]) gehen beim Entwurfe des Diagrammes von der primären Strom-

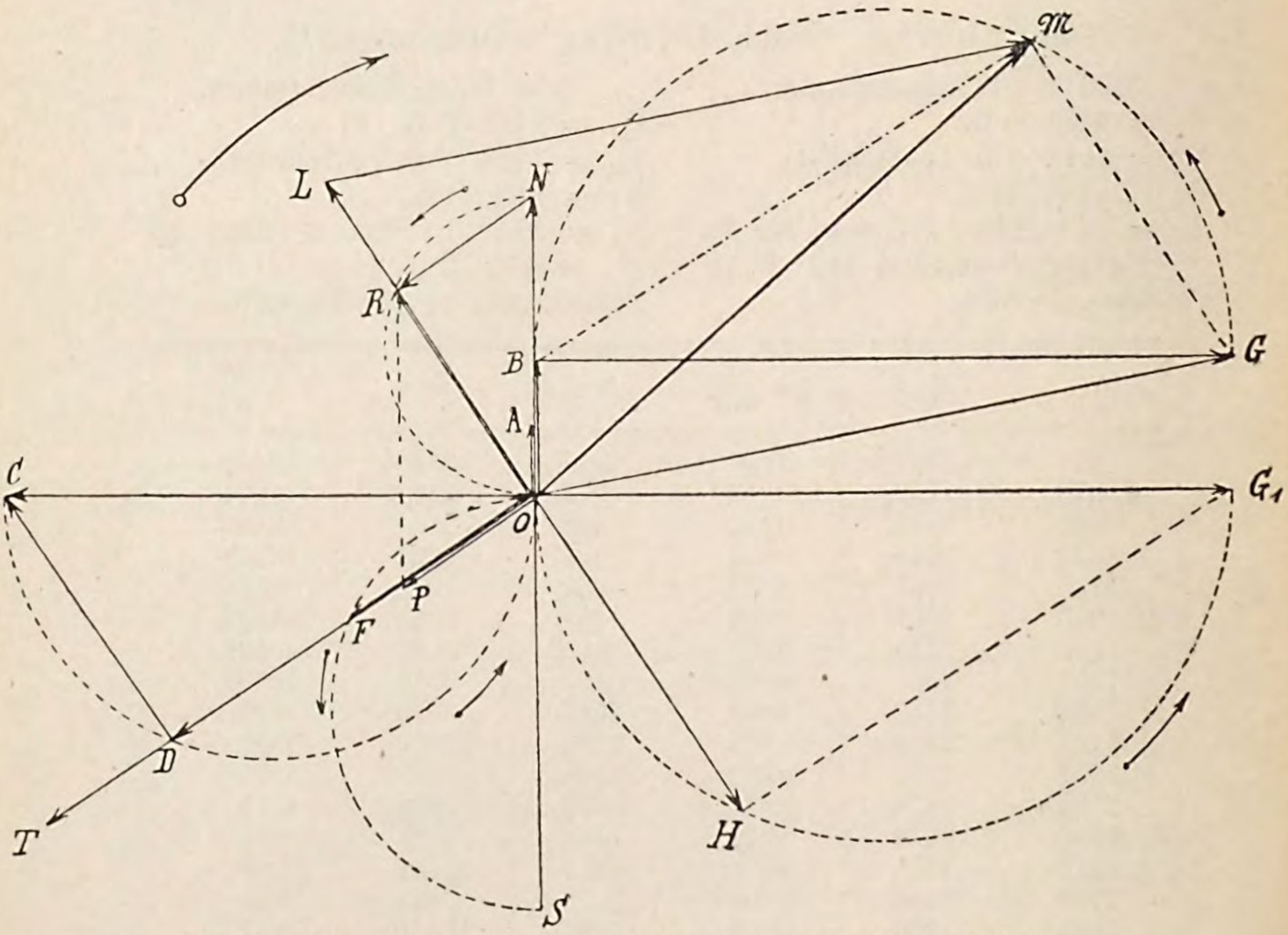



Fig. 83. Allgemeines Transformatorendiagramm nach Bedell und Crehore.

stärke $J_1$ aus, indem sie die Koëffizienten $L_1$ und $L_2$ der primären und sekundären Selbstinduktion und den Koëffizienten M der gegenseitigen Induktion konstant annehmen.

---

[1]) Th. H. Blakesley, Die elektrischen Wechselströme. Deutsch von C. P. Feldmann. Berlin 1891. p. 13.

[2]) J. A. Fleming, Alt. Curr. Transf., London 1889. Vol. I, p. 149 ff.

[3]) F. Bedell und A. C. Crehore, El. World, New-York, 21, 1893, p. 223 ff.

Der im Diagramme Fig. 83 durch die Gerade $\overline{O\,A}$ dargestellte Strom $J_1$ ruft in dem Widerstande $R_1$ der primären Wickelung einen Spannungsverlust $v_1 = J_1 \,.\, R_1$ hervor und erzeugt eine sekundäre E. M. K., welche der Definition von M zufolge

$$E_{G,2} = M\,\omega\,J_1$$

sein muss. Im Diagramme wird $v_1$ durch den Abschnitt $\overline{O\,B}$ der Geraden $\overline{O\,A}$, $E_{G,2}$ durch die zu $\overline{O\,A}$ senkrecht stehende und um $90^0$ gegen $\overline{O\,A}$ verzögerte Gerade $\overline{O\,C}$ dargestellt sein. Aus der elektromotorischen Gesamtkraft $E_{G,2} = \overline{O\,C}$ des sekundären Kreises lassen sich leicht in bekannter Weise die Nutzspannung $J_2 \,.\, R_2 = \overline{O\,D}$ und der Strom $J_2 = \overline{O\,F}$ finden. Bildet man dagegen ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete $v_1 = \overline{O\,B}$ und dessen zweite Kathete $J_1\,L_1\,\omega = \overline{B\,G}$ ist, so erhält man jene E. M. K. $E_{G,1} = \overline{O\,G}$, welche primär aufgewendet werden muss, wenn nur primäre Selbstinduktion und primärer Widerstand zu überwinden ist. Die Linie $\overline{O\,G}$ entspricht also der primären E. M. K. bei offenem Sekundärkreise; ihre Voreilung gegen den primären Strom ist ziemlich gross und im Diagramme durch den Winkel B O G dargestellt. Sobald jedoch, wie bisher angenommen war, der Sekundärkreis geschlossen ist, wirkt der Strom $J_2$ desselben auch auf den primären Stromkreis zurück, indem er, der Definition von M zufolge, $M\,J_2$ Kraftlinien erzeugt. Die seitens des sekundären Stromes in der primären Spule hervorgerufene gegenelektromotorische Kraft $E_1'$ muss sich also im Diagramme als eine Linie $\overline{O\,H}$ repräsentieren, welche gegen den Strom $J_2 = \overline{O\,F}$ um $90^0$ in Richtung der Verzögerung verschoben ist und die Länge

$$\overline{O\,H} = M\,\omega\,J_2$$

besitzt.

Dieser E. M. K. muss eine ihr an Grösse gleiche, an Richtung entgegengesetzte Komponente der primären E. M. K. das Gleichgewicht halten. Verlängert man also $\overline{O\,H}$ über O hinaus bis L, sodass

$$\overline{O\,L} = -\,\overline{O\,H} = -\,M\,\omega\,J_2 = E_1'$$

wird, so ergiebt sich die gesamte primäre E. M. K. als Resultante aus $E_{G,2} = \overline{O\,G}$ und $E_1' = \overline{O\,L}$. Dieselbe ist also im Diagramme durch $\overline{O\,M}$ dargestellt; ihre Verschiebung gegen $J_1$

ist kleiner als bei offenem Stromkreise, und der Verschiebungswinkel B O M wird um so kleiner, je grösser die der sekundären Belastung proportionale Komponente $E_1' = O L$ wird.

Schneidet man auf $\overline{O A}$ und $\overline{O D}$ oder deren Verlängerung die Strecken O N und O P gleich den primären oder sekundären Ampèrewindungen ab, so fällt die Resultierende $\overline{O R}$ derselben in die Verlängerung von $\overline{O L}$. Die resultierenden Ampèrewindungen sind also gleich der geometrischen Summe der primären und sekundären Ampèrewindungen und eilen dem sekundären Strome um $90^0$ voraus. In dem Falle also, wo der sekundäre Stromkreis induktionsfrei (d. h. wo $L_2 = 0$) ist, wird also die sekundäre E. M. K. um $90^0$ verzögert sein gegen die resultierenden Ampèrewindungen.

Von dieser Thatsache geht Steinmetz beim Entwurfe seines Polardiagrammes aus.

### b) Das Polardiagramm.

Bisher ist eine periodisch variierende Grösse stets dargestellt worden durch eine um ihren Endpunkt rotierende Gerade, deren Länge gleich dem Maximalwerte der periodisch variablen Grösse war. Die Einzelwerte dieser Grösse ergaben sich aus den Projektionen des zweiten Endpunktes dieser Geraden auf eine beliebig gewählte, feststehende Axe.

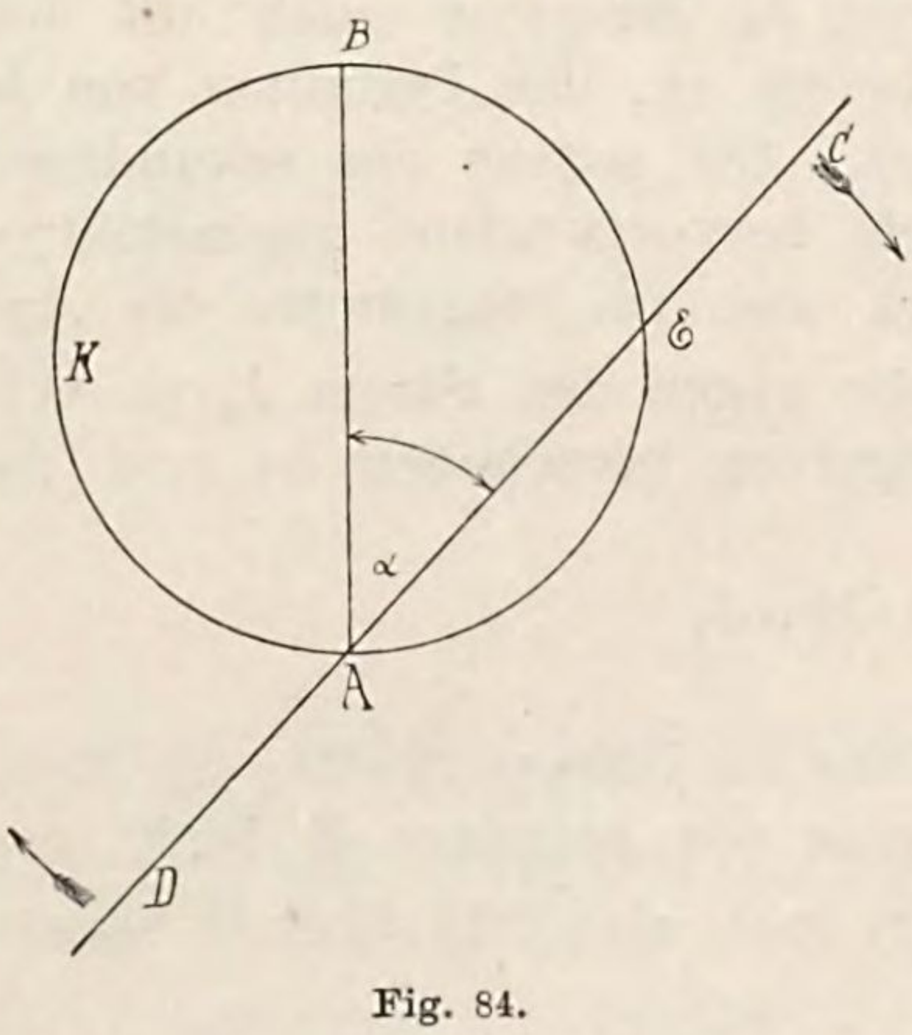


Fig. 84.

Soll eine nach dem Sinusgesetze variierende Grösse durch Polarkoordinaten dargestellt werden, so tritt an die Stelle der Geraden als Polarkurve ein Kreis K, dessen Durchmesser $\overline{A B}$ (Fig. 84) gleich dem Maximalwerte der betreffenden Grösse ist. Die Einzelwerte der variablen Grösse werden durch den Kreis K abgeschnitten auf einem unendlich langen Fahrstrahl $\overline{C D}$, welcher um den einen Endpunkt

A des als Anfangswert angenommenen Durchmessers A B mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi p = \frac{2\pi}{T}$$

rotiert. p und T haben hier die bekannte Bedeutung der Periodenzahl pro Sekunde und der Dauer einer Periode in Sekunden. Die einzelnen Phasen werden dargestellt durch die Winkel $\alpha$, welche der rotierende Fahrstrahl mit der Anfangslage einschliesst; den Einzelwerten zur Zeit der Phase $\alpha$ entsprechen die Abschnitte $\overline{A E}$, welche positiv oder negativ genommen werden, je nachdem sie sich auf $\overline{A C}$ oder dessen rückwärtiger Verlängerung $\overline{A D}$ befinden. Um Diagramme mit vielen Linien nicht zu unübersichtlich zu gestalten, lässt man bei denselben den Kreis K häufig weg und zeichnet statt desselben nur den feststehenden Durchmesser $\overline{A B}$. Dann unterscheidet sich aber das Diagramm der Maximalgrössen gar nicht sichtbar mehr von dem bisher behandelten; der Unterschied tritt erst dann zu tage, wenn man versucht, an Hand eines kompletten Diagrammes von Strömen und Spannungen den Einfluss der Änderung einer Grösse auf die übrigen zu diskutieren. In diesem Falle nämlich muss man das bisher behandelte Diagramm neu entwerfen; beim erweiterten Polardiagramme aber kann man zu jeder Grösse eine Polarkurve entwerfen und nun die Veränderungen studieren, welchen die übrigen Maximalwerte unterliegen, wenn der eine oder andere Maximalwert als Fahrstrahl seine eigene Polarkurve durchläuft. Dieser Vorteil des erweiterten Polardiagrammes kann sehr wohl auch an einem der bisher behandelten Diagramme benutzt werden, was in den Abhandlungen der Doktoren Bedell und Crehore vielfach mit Erfolg geschehen ist.

Als Beispiel möge der Fall eines Transformators genommen werden, welcher primär in einen Stromkreis mit konstanter Stromstärke eingeschaltet ist und sekundär auf einen mit Selbstinduktion behafteten Widerstand $R_2$ arbeitet[1]). Das allgemeine Diagramm wird zunächst in bekannter Weise entworfen. Der Voraussetzung nach bleiben dann alle von $J_1$ abhängigen, von $R_2$ unabhängigen Grössen derselben für alle Werte von $R_2$ konstant;

---

[1]) Vergl. Bedell und Crehore, El. World, New-York, 21, p. 390, 1893.

es sind dies die Längen

$$\overline{O\,A} = J_1,$$
$$\overline{O\,B} = J_1 \,.\, R_1,$$
$$\overline{B\,G} = \overline{O\,G_1} = J_1 \,.\, L_1\,\omega,$$
$$\overline{O\,C} = E_{G,2} = J_1\,M\,\omega$$

Die zweite Komponente $\overline{O\,L} = J_2\,M\,\omega$ der primären elektromotorischen Gesamtkraft ist dagegen von $J_2$ bezw. $R_2$ abhängig, und zwar wird sich für wachsende Belastung, also abnehmendes $R_2$, der Endpunkt M der E. M. K. $E_1$ des primären Kreises in der Richtung des kleinen Pfeiles (Fig. 83) auf einem Halbkreise bewegen, welcher über $\overline{B\,G}$ als Durchmesser geschlagen ist. Dieser Halbkreis entspricht genau jenem der gegenelektromotorischen Kraft $\overline{O\,H}$, deren Endpunkt H sich auf dem über $\overline{O\,G_1}$ als Durchmesser geschlagenen Halbkreise in Richtung des kleinen Pfeiles bewegt, wenn $R_2$ abnimmt. In ähnlicher Weise bewegt sich für abnehmenden Sekundärwiderstand der Punkt D des Dreiecks der sekundären elektromotorischen Kräfte auf einem Halbkreise über $\overline{O\,C}$ als Durchmesser, dabei andeutend, dass für abnehmendes $R_2$ die sekundäre E. M. K. $E_{N,2}$ kleiner, die sekundäre E. M. K. $E_{S,2}$ grösser werden muss, wenn $J_1$ konstant bleibt. Der Sekundärstrom $J_2 = \overline{O\,F}$ selbst durchläuft als Fahrstrahl den Halbkreis O F S, dessen Durchmesser die Verlängerung von $\overline{O\,A} = J_1$ bildet und die Grösse

$$\overline{O\,S} = \frac{E_{G,2}}{L_2\,\omega} = \frac{M}{L_2} \,.\, J_1$$

besitzt. Bei einem ausgeführten Transformator wird stets das Dreieck der primären elektromotorischen Kräfte sehr lang und schmal werden, weil $\overline{O\,B}$ sehr klein sein wird gegenüber $\overline{B\,G}$. Es wird deshalb der sekundäre Strom der Richtung nach nahezu um $180^0$ gegen den primären verschoben und der Grösse nach demselben fast genau proportional, also auch konstant sein; ausserdem aber werden sich die E. M. K. $E_{G,1}$ und $E_{N,2}$ sehr angenähert proportional zueinander mit abnehmendem Widerstande $R_2$ bei konstantem Strome $J_1$ verkleinern. Die resultierende magnetomotorische Kraft $\overline{O\,R}$ wird für abnehmendes $R_2$ entsprechend den bereits festgestellten Abnahmen der elektromotorischen Kräfte kleiner, da ihr Endpunkt R sich auf dem über $\overline{O\,N}$ als Durchmesser geschlagenen Kreise in Richtung des kleinen Pfeiles bewegt.

Bisher wurde beim Entwurfe dieses Diagrammes von der Anschauung ausgegangen, die primäre elektromotorische Gesamtkraft ergebe sich als Resultante aus $\overline{OG}$ und $\overline{OL}$, wobei wir $\overline{OL}$ als die vom sekundären Strome in den primären Windungen hervorgerufene gegenelektromotorische Kraft auffassten. Es ist aus der Figur ohne weiteres klar, dass man sich $\overline{OM}$ auch als Resultante von $\overline{OB}$ und $\overline{BM}$ entstanden denken kann. Die Länge $\overline{OB}$ entspricht dabei dem Spannungsverluste $J_1 \cdot r_1$ in der primären Spule, die Länge $\overline{BM}$ dagegen ist selbst wieder Resultante aus der primären E. M. K. der Selbstinduktion $\overline{OG_1}$ und der vom sekundären Strome herrührenden gegenelektromotorischen Kraft $\overline{OH}$. Denn es ist $\overline{BM} = \overline{HG_1}$. Man kann also auch das Diagramm dadurch vereinfachen, dass man im primären Stromkreise nur die elektromotorischen Kräfte $\overline{OB} = J_1 r_1$ und $\overline{BM}$ annimmt. $\overline{OB}$ entspricht dabei dem Spannungsverluste und besitzt die Richtung des primären Stromes $J_1 = \overline{OA}$; $\overline{BM}$, gleich an Grösse und entgegengesetzt gerichtet der von der resultierenden magnetomotorischen Kraft $\overline{OR}$ herrührenden gegenelektromotorischen Kraft $\overline{OT}$, steht als solche senkrecht zu $\overline{OR}$ und eilt im Diagramme gegen $\overline{OR}$ um $90^0$ vor.

Geht man von dieser Auffassungsweise aus und denkt man überdies den sekundären Kreis induktionsfrei, so erhält man leicht aus dem eben gezeichneten das Steinmetz'sche[1]) Polar-Diagramm (Fig. 85).

Sei $\overline{OR}$ die resultierende magnetomotorische Kraft in Ampèrewindungen, dann entspricht derselben eine sekundäre E. M. K. $E_2 = \overline{OC}$ und eine primäre gegenelektromotorische Kraft $E_1' = \overline{OT}$. Der letzteren muss eine Komponente $\overline{BM}$ der primären Gesamtkraft entsprechen. Die Linie $\overline{OR}$ ist die Resultierende aus $\overline{OP}$ und $\overline{ON}$, den sekundären und primären Ampèrewindungen; aus dieser Überlegung und den gegebenen Werten des primären Widerstandes $r_1$ und der primären Windungszahl $n_1$ folgen die Grösse und Richtung des Primärstromes $\overline{OA} = J_1$ und des primären Spannungsverlustes $\overline{OB}$. Die primäre elektromotorische Gesamtkraft ist somit als Resultante aus $\overline{OT} = \overline{BM}$ und $\overline{OB}$ gleich der Linie $\overline{OM}$.

---

[1]) Ch. Steinmetz, El. Zeitschr. 1890, p. 185, 205, 225.

Soll das entworfene Diagramm als Polardiagramm aufgefasst werden, so ist über jeder der angeführten Grössen ein Kreis zu schlagen. Sämtliche Linien und Kreise sind dabei als feststehend anzusehen, und die in Fig. 85 mit entsprechenden kleinen Buchstaben bezeichneten Momentanwerte der veränderlichen Grössen werden dann durch eine um O in Richtung

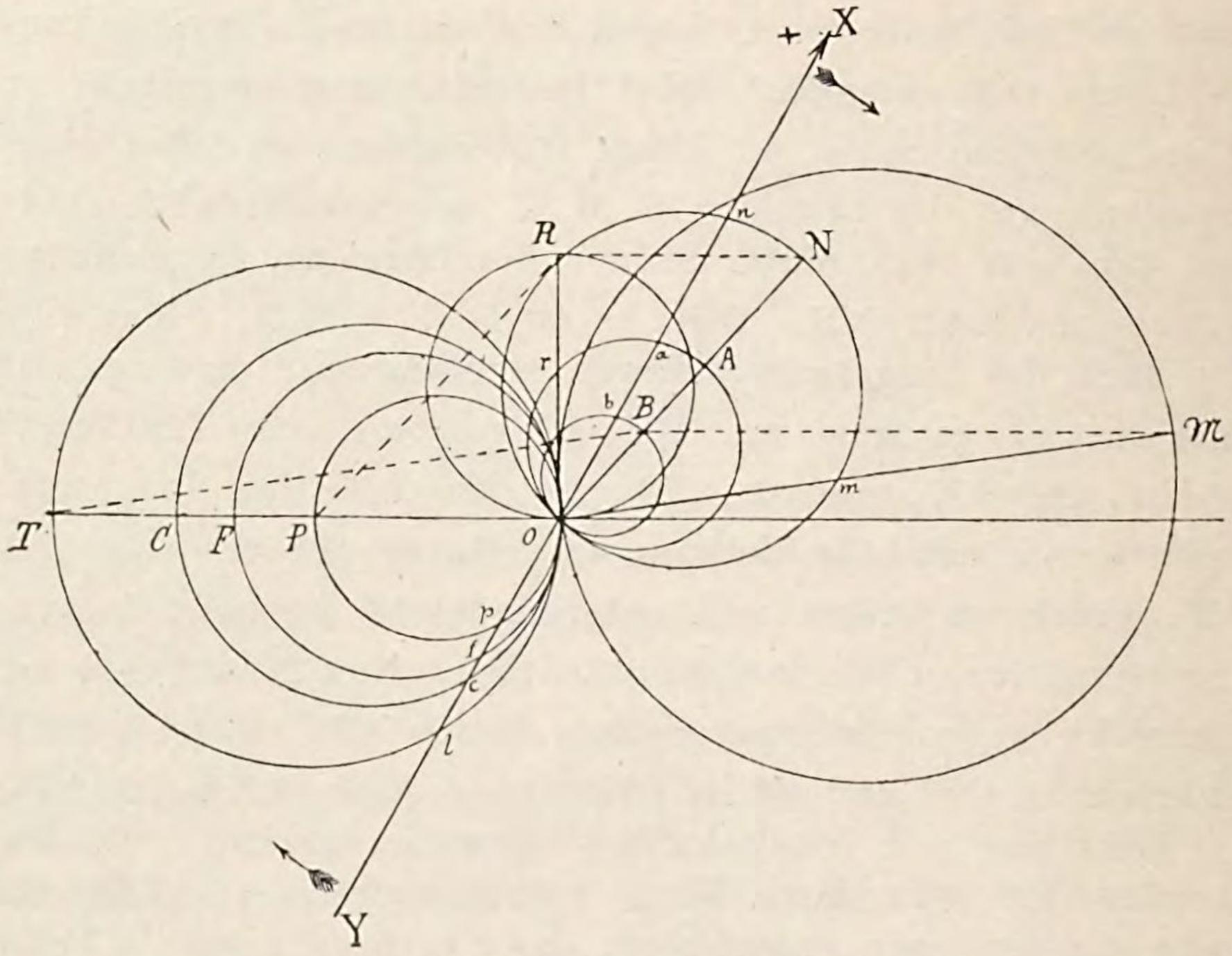



Fig. 85. Polardiagramm eines Transformators.

der kleinen gefiederten Pfeile rotierende Gerade $\overline{XY}$ aus den Kreisen herausgeschnitten. Für die gezeichnete Stellung von $\overline{XY}$ sind somit

die primäre Gesamtspannung $E_1 = \overline{om}$,
» sekundäre » $E_2 = -\overline{oc}$,
der primäre Strom . . . . . $J_1 = \overline{oa}$,
» sekundäre » . . . . . $J_2 = -\overline{of}$,
» primäre Spannungsverlust $= \overline{ob}$,
» sekundäre » $= -\overline{op}$.

Soll das Diagramm in der üblichen Weise als Darstellung variabler Grössen aufgefasst werden, so müsste man die Kreise weglassen und sich das ganze Diagramm der Maximalwerte rotierend vorstellen.

## c) Entwurf der Diagramme ohne Einführung von Induktionskoëffizienten.

Versucht man Transformatorendiagramme ohne Einführung der Selbstinduktion zu entwerfen, so geht man am zweckmässigsten wie in dem zuletzt behandelten Falle von der resultierenden magnetomotorischen Kraft aus. Dieselbe sei ausgedrückt in Ampèrewindungen (AW) und werde im Diagramme (Fig. 86) dargestellt durch eine Linie $\overline{O\,AW_{tot}}$. Die gesamte magnetomotorische Kraft wird hervorgerufen von einer Komponente $E_1'$ der primären E. M. K., und erzeugt selbst die sekundäre E. M. K. $E_2$. Es muss also $E_1'$ im Diagramme durch eine um $90^0$ gegen $\overline{O\,AW_{tot}}$ voreilende Gerade $\overline{O\,E_1'}$, $E_2$ durch eine um $90^0$ gegen $\overline{O\,AW_{tot}}$ verzögerte Gerade $\overline{O\,E_2}$ dargestellt sein. Ist der Sekundärkreis

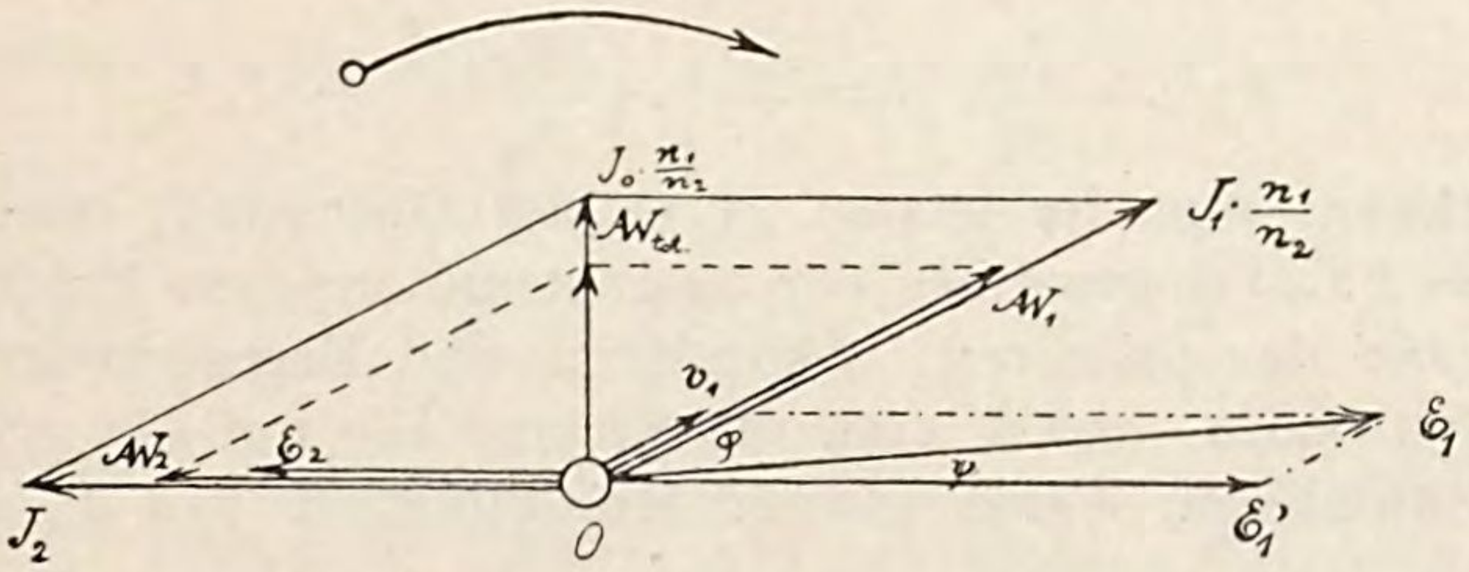



Fig. 86.

induktionsfrei und weist derselbe die Windungszahl $n_2$ und den Gesamtwiderstand $R_2$ auf, so erhält man den sekundären Strom

$$J_2 = \frac{E_2}{r_2}$$

und die Anzahl der sekundären Ampèrewindungen $AW_2 = n_2 J_2$

als Abschnitte $\overline{O\,J_2} = \frac{\overline{O\,E_2}}{r_2}$ und $\overline{O\,AW_2} = \frac{\overline{O\,E_2}}{r_2} \cdot n_2$ der Geraden $\overline{O\,E_2}$. Da nun die totalen Ampèrewindungen die Resultante aus den primären und sekundären Ampèrewindungen sind, lassen sich die primären Ampèrewindungen, $AW_1$, leicht finden. Ihre Richtung und Grösse $\overline{O\,AW_1}$ ergiebt nach Division mit $n_1$ den primären Strom

$$J_1 = \frac{AW_1}{n_1},$$

nach Multiplikation mit $\frac{r_1}{n_1}$ den primären Spannungsverlust

$$v_1 = AW_1 \cdot \frac{r_1}{n_1} = J_1 \cdot r_1 = \overline{O\,v_1}.$$

Die gesamte primäre E. M. K. $E_1$ muss dann die Resultierende aus $E_1'$ und $v_1$, also gleich der Linie $\overline{O\,E_1}$ nach Grösse und Richtung sein. Der Primärstrom $J_1$ ist im Diagramme nicht verzeichnet; dagegen enthält derselbe die ihm proportionale Linie

$$\overline{O\,J_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} = J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}.$$

Man kann nämlich die geometrische Beziehung

$$AW_{tot} = AW_1 + AW_2$$

auch ausdrücken in der Form

$$J_1^2 n_1^2 = J_0^2 \cdot n_1^2 + J_2^2 \cdot n_2^2,$$

woraus

$$J_1^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = J_0^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 + J_2^2,$$

und erkennt aus der letzten Form der Gleichung, dass man statt des Parallelogrammes der magnetomotorischen Kräfte auch ein solches der primären, sekundären und Erregerstromstärke entwerfen kann, wenn man die Ströme alle auf die primären oder sekundären Werte (durch Multiplikation von $J_0$ und $J_1$ mit $\frac{n_1}{n_2}$, oder durch Division von $J_2$ mit $\frac{n_1}{n_2}$, wie Fleming es rechnerisch that) reduziert. Diese Darstellungsweise ist also nur eine andere Form der von Fleming entworfenen Kurven, welche $J_1$ und $\frac{J_2 \cdot n_2}{n_1}$ als Ordinaten und die Belastungen als Abscissen haben. Dass diese Kurven (Fig. 80 und 81) parallel sind, ist, wie sogleich aus dem Diagramme eines thatsächlich ausgeführten Transformators hervorgehen wird, darauf zurückzuführen, dass bei demselben $\overline{O\,J_0}$ sehr klein wird und $\overline{O\,J_1}$ fast genau entgegengesetzt $\overline{O\,J_2}$ gerichtet ist.

Führt man in der oben angedeuteten Weise statt der AW die Ströme ein, so kann man in bequemer Weise auch das Diagramm für Leerlauf oder volle Belastung entwerfen. Man geht dabei von der Definition aus, dass $J_2$ für alle Belastungen gleich dem Quotienten aus dem sekundären Effekte geteilt durch die Sekundärspannung ist. Den Effektaufwand für Hysteresis und Wirbelströme betrachtet man dabei gleichfalls als eine

sekundäre Belastung; man fügt denselben als additives Glied zur sekundären Nutzleistung, oder betrachtet ihn beim leerlaufenden Transformator als einzige Sekundärbelastung, aus welcher sich durch Division mit $E_2$ der Strom $J_2$ für Leerlauf ergiebt (Fig. 87). Da der konstant gehaltenen Primärspannung $E_1'$

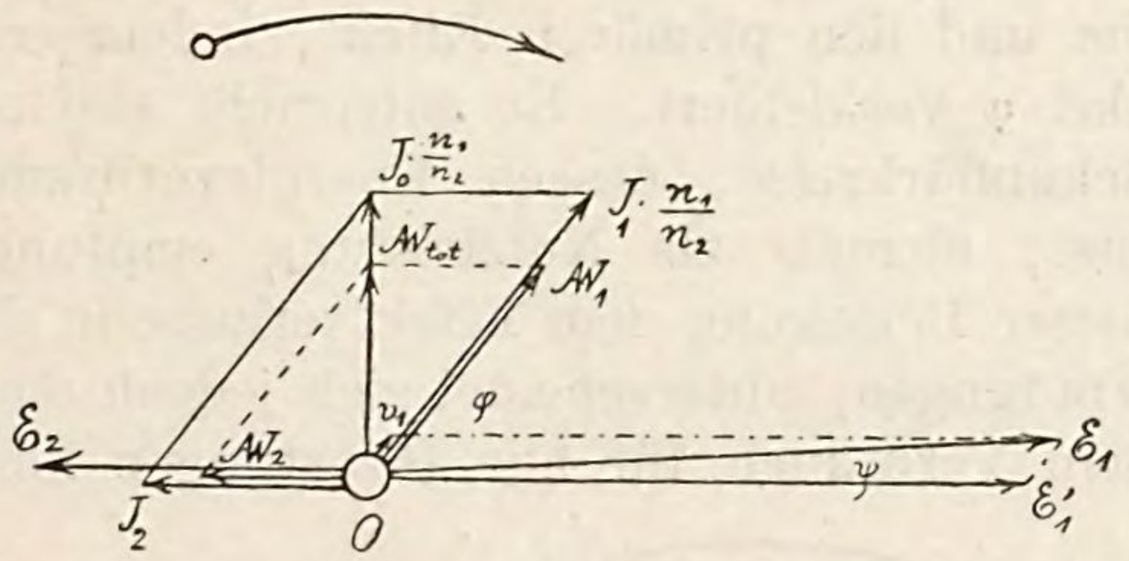



Fig. 87.

ein konstanter Erregerstrom $J_0$ entspricht, so muss der aus $\frac{n_1}{n_2} \cdot J_0 = \overline{O\,J_0}$ und $J_2 = \overline{O\,J_2}$ (Fig. 87) für Leerlauf resultierende Strom $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ kleiner sein als im Falle der in Fig. 86 angenommenen Belastung. Ausserdem muss seine Verschiebung $\varphi$ gegen $E_1$ bedeutend grösser sein als zuvor. Nimmt man da-

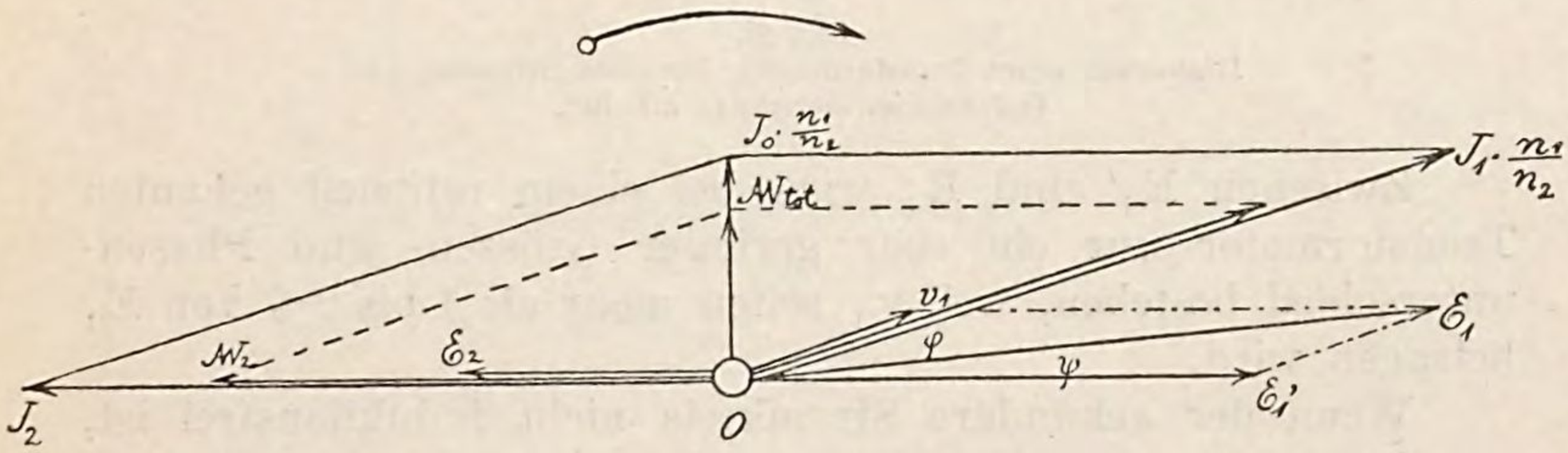



Fig. 88.

gegen stärkere Belastung für den Transformator an (Fig, 88), so wird $J_0$ konstant geblieben sein, während $J_2$ grösser wurde. Es wird also $J_1$ grösser sein als zuvor (Fig. 86) und gegen $E_1$ geringere Verzögerung $\varphi$ aufweisen.

Es mag auf den ersten Blick, besonders für den leerlaufenden Transformator, unlogisch erscheinen, dass der durch Hysteresis und Wirbelströme bewirkte Effektverlust einer sekun-

dären Belastung gleichgeachtet wurde, da derselbe doch in erster Linie — beim leerlaufenden Transformator sogar ausschliesslich — vom primären Strome abhängt. Das Befremdende verschwindet jedoch sofort, wenn man bedenkt, dass dieser Effektverlust sich in vieler Beziehung ähnlich einer sekundären Belastung verhält. So vergrössert derselbe die primären Ampèrewindungen, den primären Strom und den primären Effekt, indem er den Verschiebungswinkel $\varphi$ verkleinert. Er entspricht einem stets geschlossenen Sekundärkreise, dessen Energieverbrauch jedoch stets als Verlust, niemals als Nutzleistung empfunden wird; er ähnelt in dieser Beziehung dem Effektverluste in den Widerständen der Windungen, unterscheidet sich jedoch dadurch von ihnen, dass sein Verbrauch für alle Belastungen konstant ist.

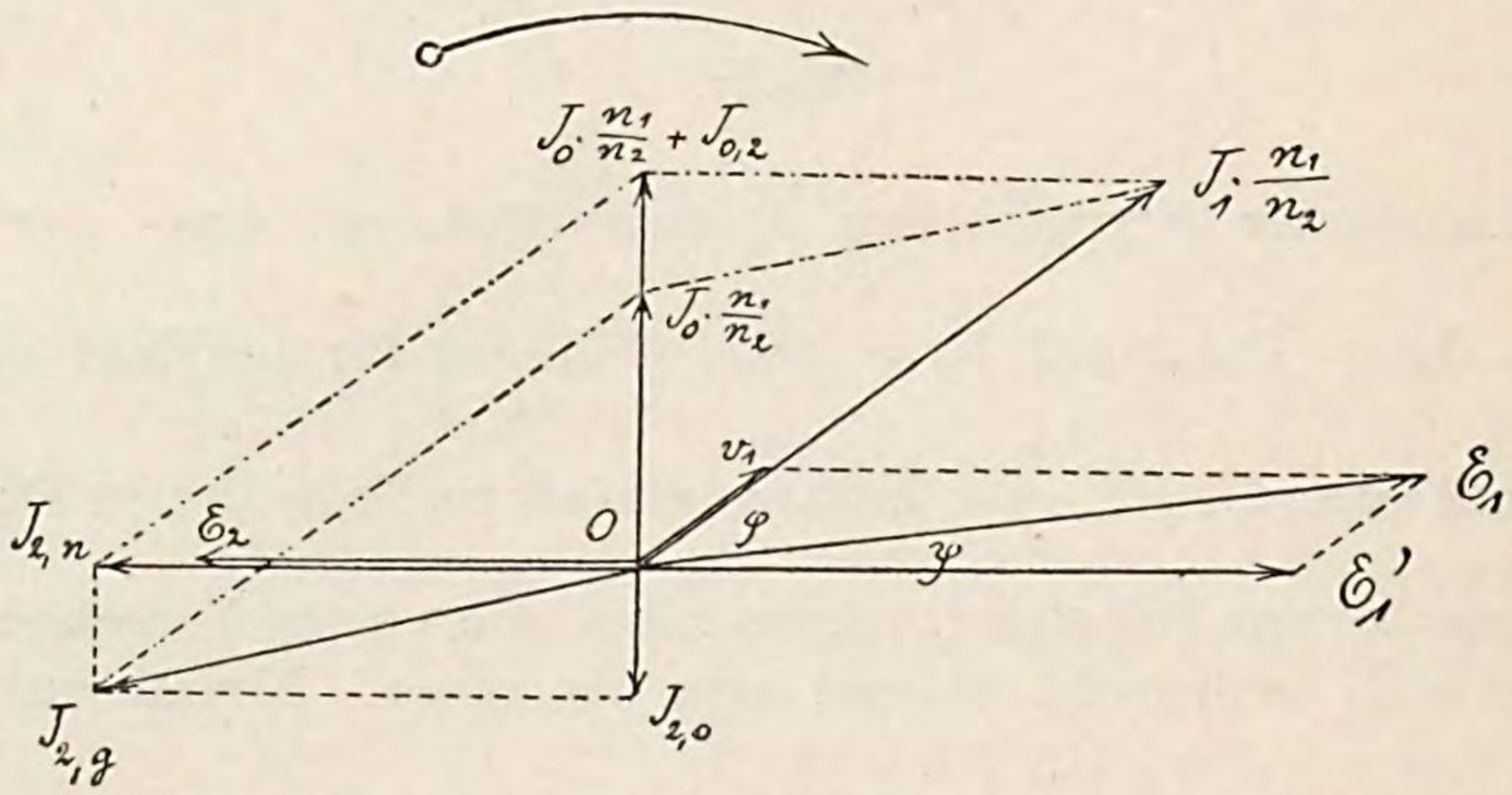



Fig. 89.
Diagramm eines Transformators, der ohne Streuung auf Induktionswiderstände arbeitet.

Zwischen $E_1'$ und $E_1$ wird bei einem rationell gebauten Transformator nur ein sehr geringer Grössen- und Phasenunterschied bestehen, weil $v_1$ selten mehr als 1 bis 2 % von $E_1$ betragen wird.

Wenn der sekundäre Stromkreis nicht induktionsfrei ist, so wird seinem vom Arbeitsstrome $J_{2,n}$ hervorgerufenen Felde ein Erregerstrom $J_{2,0}$ entsprechen (Fig. 89), welcher um $90^0$ hinter $J_{2,n}$ zurückbleibt. Zur Erzielung derselben Belastung wird also der Sekundärkreis einen stärkeren und stärker verschobenen Strom $J_{2,g}$ führen müssen. Da aber $J_{2,g}$ sich mit dem konstant gebliebenen Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zum primären Strome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zusammensetzt, muss auch dieser grösser und

stärker verschoben sein als zuvor. Eine einfache Überlegung zeigt, dass der Erregerstrom $J_{2,0}$ des Sekundärkreises entgegengesetzt dem gesamten Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ sein, also als negativer Erregerstrom empfunden wird. Es wird also der gesamte Erreger-

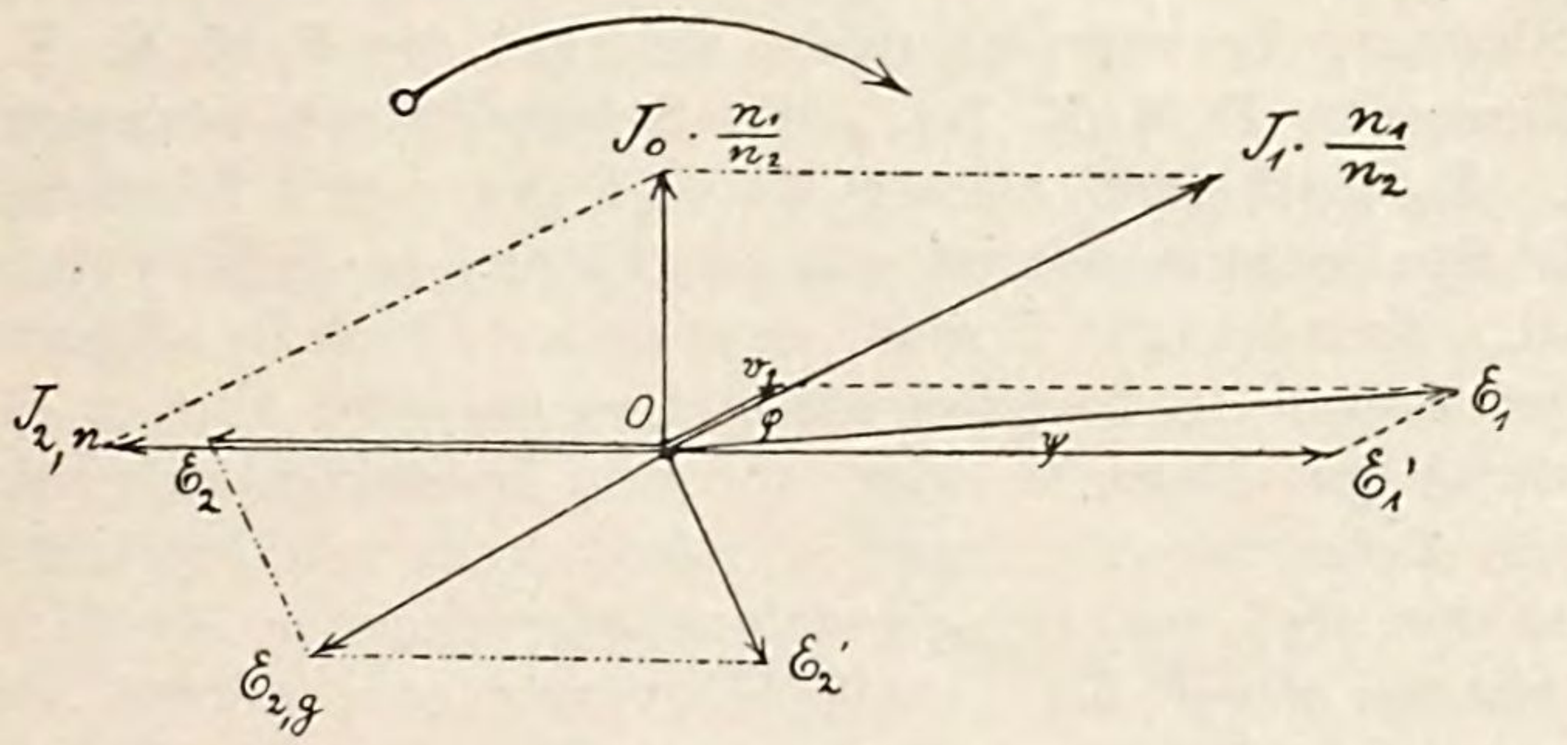



**Fig. 90. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf induktionsfreie Widerstände arbeitet.**

strom vergrössert werden müssen um ein Stück, welches gleich und entgegengesetzt gerichtet $\overline{O\,J_{2,0}}$ ist; der so vergrösserte

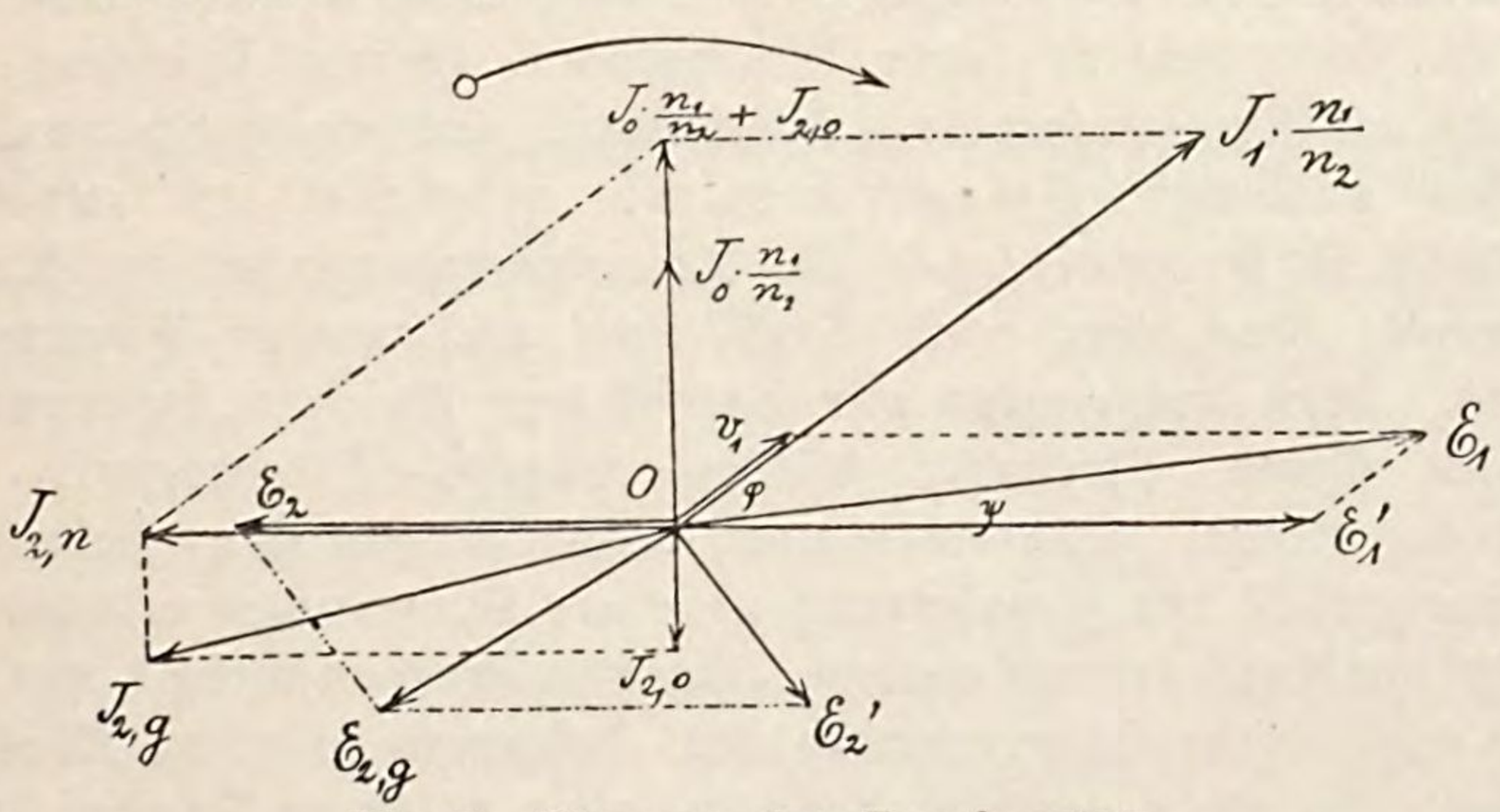



**Fig. 91. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf Induktionswiderstände arbeitet.**

Erregerstrom $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} + J_{2,0})$ setzt sich dann mit dem Nutzstrome $J_{2,n}$ zum Primärstrome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ zusammen.

Beide Konstruktionen ergeben natürlich denselben Wert für $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$.

Tritt in einem auf induktionsfreie Widerstände (Fig. 90) oder auf mit Induktion behaftete Widerstände (Fig. 91) arbeitenden Transformator Streuung auf, so kann man sich den Einfluss derselben so vorstellen, dass dem Strome $J_0$, wie zuvor die E. M. K. $E_1'$ und $E_2$ entsprechen, während ausserdem der Primärstrom eine um $90^0$ gegen ihn verzögerte E. M. K. $E_2$ der Streuung hervorruft, welche sich mit der E. M. K. $E_2$ zur resultierenden E. M. K. $E_{2,g}$ des Sekundärkreises zusammensetzt. $E_{2,g}$ ist stets kleiner als $E_2$; der durch Streuung bewirkte Spannungsabfall ist um so grösser, je grösser $E_2'$ und $\varphi$ sind. Man erkennt daraus, dass dieser Abfall im allgemeinen mit der Belastung wachsen wird, dass derselbe aber z. B. bei Belastung mit Motoren oder anderen Induktionswiderständen für alle Belastungen nahezu konstant und von beträchtlicher Grösse sein wird, weil bei schwachen Belastungen $\varphi$, bei stärkeren Belastungen $\varphi$ und $E_2'$ erheblich grösser sein werden als bei Belastung desselben Transformators mit Glühlampen. Es werden also Transformatoren mit beträchtlicher Streuung besonders zum Betriebe von Motoren wenig geeignet sein, da sie für eine bestimmte Minimalspannung $E_{2,g}$ eine verhältnismässig niedrige Grenzstromstärke aufweisen; solche Transformatoren weisen also eine im Verhältnis zu ihren Dimensionen geringe Leistung auf. Um die zur Erreichung eines bestimmten maximalen Spannungsabfalles zulässige Grenzstromstärke möglichst zu erhöhen, empfiehlt Dobrowolsky[1]) die Transformatoren so zu dimensionieren, dass man viele Kraftlinien und wenige Windungen nimmt. Man kann dann zur Erreichung gleichen Spannungsabfalles durch Streuung höhere Ampère-Windungen, also stärkeren Strom verwenden und kann, wegen der geringeren Windungszahl zur Erreichung gleichen Spannungsverlustes im Kupfer, an Kupfer etwas sparen. Dagegen hat man mehr Eisen und somit auch mehr Eisenverluste und bekommt grössere Erregerströme, die zwar geringe Verluste aber stärkere Rückwirkung auf die Dynamo verursachen. Man kann also zur Vermeidung unerwünscht hoher Streuung Transformatoren mit viel Eisen und wenigen Windungen bauen, muss aber diesen (wie jeden anderen) Anhaltspunkt für die Dimensionierung sorgfältig auf seine Vor- und Nachteile für jeden Sonderfall prüfen.

Der Fall eines auf Kondensatoren arbeitenden, mit Streuung behafteten Transformators ist in Fig. 92 dargestellt. Hier ist

---

[1]) M. v. Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1893, p. 178.

der Erregerstrom $J_{2,0}$ der Kondensatoren gleich gerichtet mit dem gesamten Erregerstrome $J_0$, sodass zur Erreichung derselben Spannungen $E_1'$ und $E_2$ der Erregerstrom reduziert werden kann auf $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} - J_{2,0})$. Dem aus $J_{2,n}$ und $(J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2} - J_{2,0})$ erhaltenen Primärstrome $J_1$ entspricht eine E. M. K. der Streuung $E_2'$, welche um $90^0$ gegen $J_1$ verzögert ist. Die aus $E_2$ und $E_2'$ resultierende elektromotorische Gesamtkraft des sekundären Kreises wird also, sobald Streuung und Kapazität vorhanden ist, stets grösser sein, als sie ohne Streuung wäre. Ob $E_{2,g}$

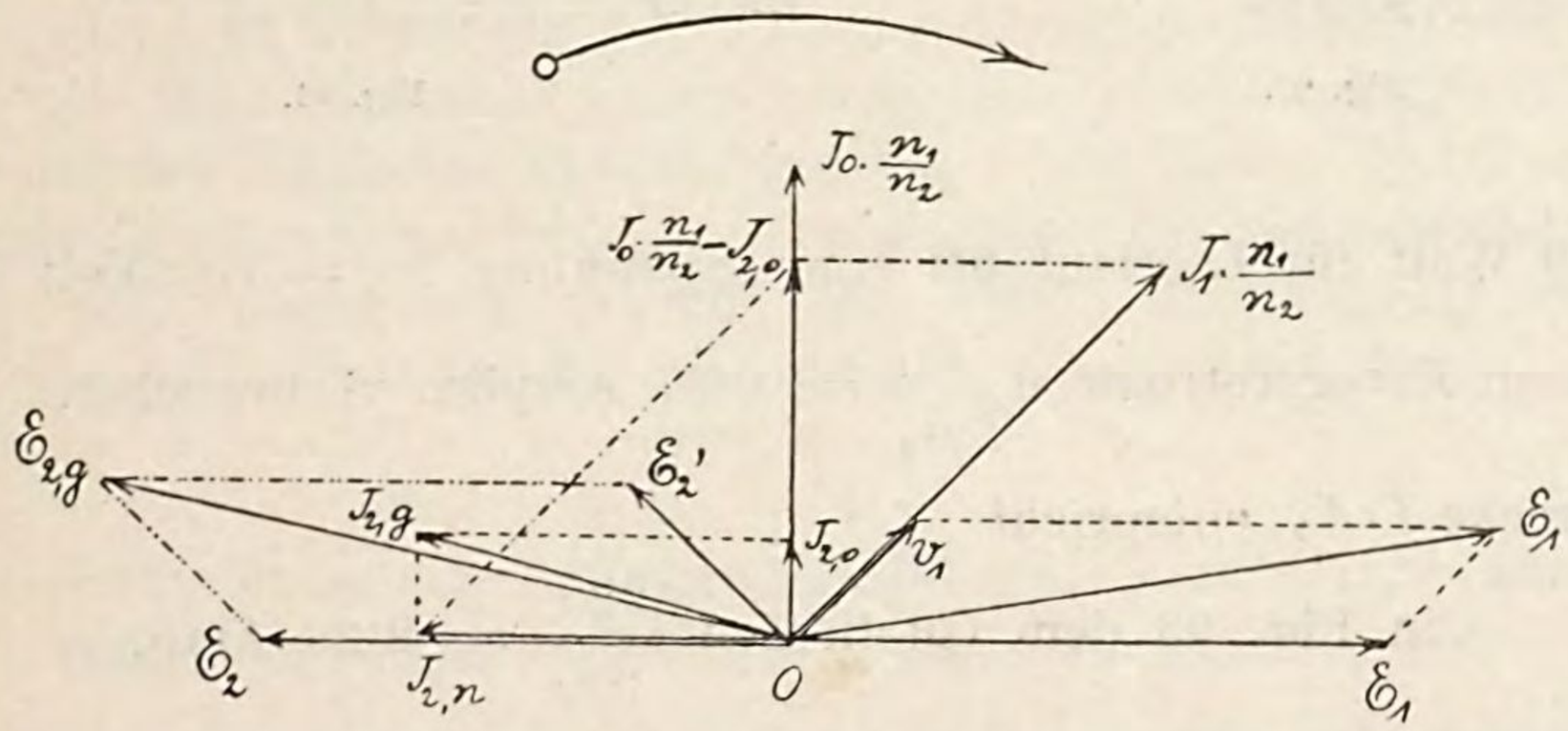



Fig. 92. Diagramm eines Transformators, der mit Streuung auf ein Kabel arbeitet.

mit $J_{2,g}$ zusammenfällt, oder in Richtung der Voreilung oder Verzögerung verschoben ist, hängt von den relativen Werten von $J_{2,0}$ und $E_2'$ ab. Diese Figur ist eine einfache Erläuterung der an Ferranti-Kabeln zuerst beobachteten Kondensatoreffekte.

Die sämtlichen bisher entworfenen Diagramme waren so gezeichnet, dass die einzelnen Linien in ihrer Lage und Grösse deutlich erkennbar blieben; thatsächlich würden Transformatoren, welche diesen Diagrammen entsprächen, in jeder Beziehung schlecht sein. Bei einem Transformator mit eisengeschlossenem Kreise wird der Erregerstrom $J_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ gegenüber dem sekundären Strome $J_2$ und dem reduzierten primären Strome $J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ so klein sein, dass die Linien $O J_2$ und $O J_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$ fast genau um $180^0$ gegeneinander verschoben erscheinen. Dies gilt schon, sobald die Belastung des Transformators etwa 0·15 bis 0·2 der

vollen Belastung erreicht. Die Figuren 93, 94 und 95 entsprechen einem Ferranti-Transformator für maximal 12 500 Watt, welcher nach Fleming's Messungen bei 8·27 Perioden pro Min.

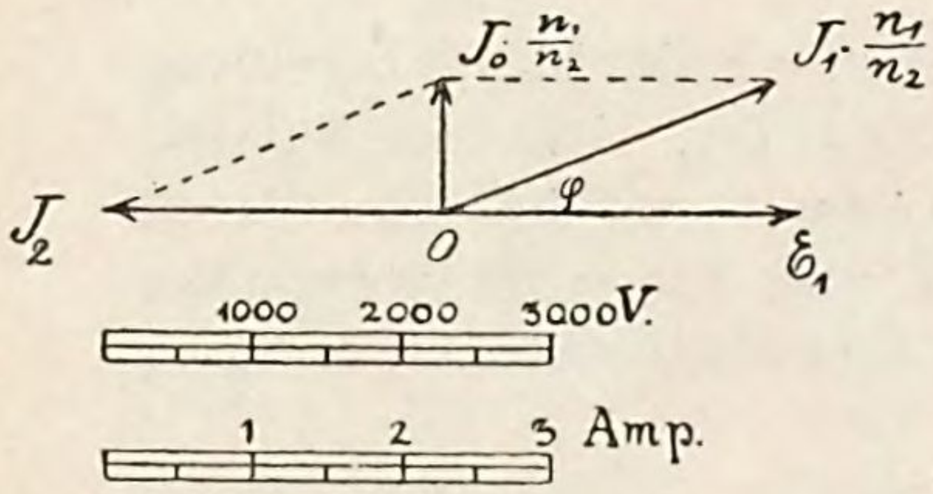



Fig. 93.

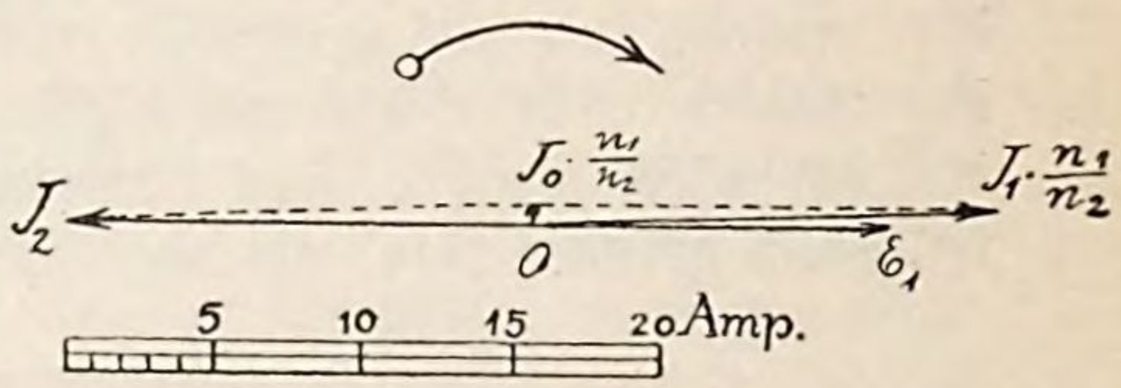



Fig. 94.

229 Watt für Leerlauf bei einer Spannung $E_2 = 100$ Volt und einem Erregerstrome $J_0 \frac{n_1}{n_2} = 0{\cdot}97$ Ampère verbrauchte. Die Strecke $\overline{O J_2}$ entspricht

in Fig. 93 dem Quotienten $\frac{229}{100} = 2{\cdot}29$ Amp.

» » 94 » » » $\frac{229 + 1300}{100} = 15{\cdot}29$ »

» » 95 » » » $\frac{229 + 2600}{100} = 28{\cdot}29$ »

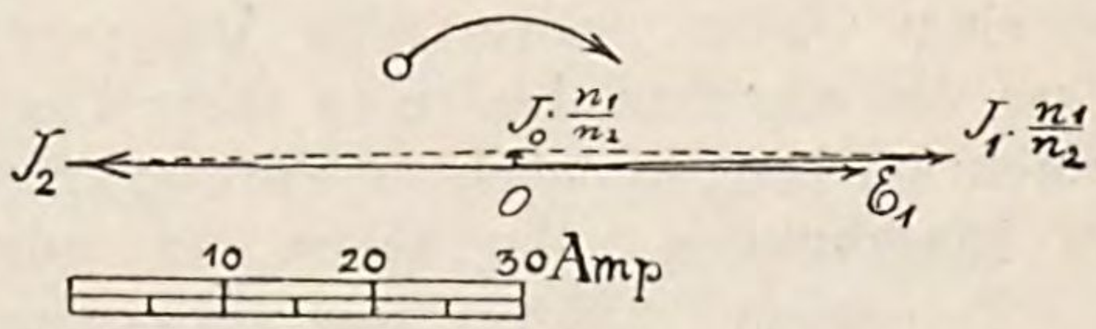



Fig. 95.

Die sekundäre Spannung $E_2$ und die Spannungsverluste $V_1$ und $V_2$ sind aus den Diagrammen weggelassen, da dieselben in dem gewählten Massstabe doch nicht deutlich erkennbar würden. Die Figuren setzen uns jedoch in den Stand, für Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise ein Näherungsverfahren abzuleiten, welches darauf beruht, dass entweder

$$J_2^2 + J_0^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = J_1^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

$$\text{oder} \quad J_2^2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_0^2 = J_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

gesetzt werden kann.

Da die Figuren alle unter Anwendung der ersten Beziehung abgeleitet wurden, möge das Näherungsverfahren auf Grund der zweiten Beziehung durchgeführt werden. $J_0$ entspricht dabei dem gegebenen primären Erregerstrome; $J_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ stellt den primären Nutzstrom, $J_1$ den primären Gesamtstrom dar. Um uns diese Thatsache genau vor Augen zu halten, bezeichnen wir bei der folgenden Berechnung die beobachteten Werte des primären Nutzstromes mit $J_{n,1}$, des primären Gesamtstromes mit $J_{g,1}$ und fügen den Werten der ersten Annäherung zwei Striche, jenen der zweiten Annäherung einen Strich bei.

## 5. Anwendung des erweiterten Näherungsverfahrens auf Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise.

Wenn bei einem fertigen Transformator die Widerstände $r_1$ und $r_2$, der primäre Leerlaufstrom $J_{g,1}$, das Übersetzungsverhältnis $\frac{n_1}{n_2}$, die primäre Spannung $E_1$ und der bei Leerlauf erforderliche Effekt $W_{Hyst}$ für Hysteresis und Wirbelströme gegeben sind, lassen sich alle anderen Daten derselben auch dann genau berechnen, wenn der Erregerstrom $J_0$ die bei weitem grösste Komponente des primären Gesamtstromes ist.

Es ist zunächst für Leerlauf die zweite Komponente des primären Gesamtstromes

$$J_{n,1} = \frac{W_{Hyst}}{E_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

$$\text{und somit der Erregerstrom} = J_0 \sqrt{J_{g,1}^2 - J_{n,1}^2} \quad . \quad . \quad 20)$$

Die Belastung $W_2 = J_2 \cdot E_2$ ist natürlich gleich Null, ebenso der Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_2}{W_1}$. Der primäre Effekt ist

$$W_1 = J_{n,1} \cdot E_1 = W_{Hyst} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

und der Faktor des Effekts ist $f = \frac{W}{J_{g,1} \cdot E_1} = \frac{J_{n,1}}{J_{g,1}}$. 22)

Für die induktionsfreie Belastung mit irgend einem Strome $J_2$ ist, wenn zunächst für $E_2$ ein mittlerer Wert zwischen der Spannung bei Leerlauf $E_2,l$ und jener bei voller Belastung $E_{2,v}$ eingesetzt wird,

$$E_2'' = \frac{E_2,l + E_{2,v}}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

$$\text{und } W_2'' = J_2 \,.\, E_2''. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

Von den gesamten im Transformator auftretenden Verlusten

$$W_v = W_{Hyst} + J_2^{\,2}\, r_2 + J_{n,1}^{\,2} \,.\, r_1 \quad . \quad . \quad . \quad 25)$$

ist der dem primären Nutzstrome entsprechende Effektverlust vorerst nicht bestimmbar, weil $J_{n,1}$ noch unbekannt ist. Man nimmt also in erster Annäherung

$$W_v'' = W_{Hyst} + J_2^{\,2}\, r_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 25a)$$

$$\text{und hat dann} \qquad W_1'' = W_v'' + W_2'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

$$J_{n,1}'' = \frac{W_1''}{E_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19a)$$

$$J_{g,1}'' = \sqrt{J_o^{\,2''} + J_{n,1}'^{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20a)$$

$$\eta'' = \frac{W_2''}{W_1''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 27)$$

$$f'' = \frac{J_{n,1}''}{J_{g,1}''} = \frac{W_1''}{J_{g,1}'' \,.\, E_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22a)$$

Setzt man den aus 19a) gefundenen Wert von $J_{n,1}''$ in 25) ein, so erhält man mit genügender Annäherung den wahren Wert von $W_v$ und aus diesem dann die übrigen fast genau richtigen Werte, wenn man statt $E_2''$ den Wert

$$E_2' = E_2,l - J_2 \,.\, r_2 - J_1 \,.\, \frac{n_2}{n_1} \,.\, r_1 \quad . \quad . \quad 23a)$$

einführt.

Den Gang der Rechnung und die Übereinstimmung ihrer Ergebnisse mit den von Fleming durch Messung an einem Igeltransformator für 3000 Watt erhaltenen Messresultaten zeigt die folgende Tabelle.

## Igeltransformator von J. Swinburne für 3000 Watt bei 2400 Volt primär.

Zahl der Perioden per Sekunde 82·3. Durchschnittliche Endtemperatur des Transformators 145° F.

$E_1 = 2400$ Volt konstant; $E_2,1 = 101{\cdot}9$ Volt; $W_{Hyst} = 121$ Watt bei Leerlauf

$r_1 = 24{\cdot}00$ Ohm bei 145° F.; $r_2 = 0{\cdot}051$ Ohm bei 145° F.; $J_{g,1} = 0{\cdot}756$ Amp. bei Leerlauf

$$J_{0,1} = \sqrt{0{\cdot}756^2 - \left(\frac{121}{2400}\right)^2} = 0{\cdot}755$$

| Berechnet in erster Annäherung | | | | | | | | | | | | Berechnet in zweiter Annäherung | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $J_2''$ = gegeben | $J_2''^2 r_2 = 0{\cdot}051 J_2''^2$ | $W_v'' = 121 + J_2'' r_2$ | $W_2'' = 100\, J_2$ | $W_1'' = W_v'' + W_2''$ | $J_{n,1}'' = \frac{W_1''}{2400}$ | $J_{g,1}'' = \sqrt{0{\cdot}755^2 + J_{n,1}''^2}$ | $\eta' = \frac{W_2''}{W_1''}$ | $f = \frac{J_{n,1}''}{J_{g,1}''}$ | $J_2\, r_2$ | $J_{n,1}'' r_1 \frac{n_2}{n_1}$ | $E_2' = 101{\cdot}9 - J_2 - J_{n,1} \cdot r_1$ | $W_v' = W_v'' + J_{n,1}''^2 r_1$ | $W_2' = J_2 \cdot E_2'$ | $W_1' = W_v' + W_2'$ | $J_{n,1}' = \frac{W_1'}{2400}$ | $J_{g,1}' = \sqrt{0{\cdot}755^2 + J_{n,1}'^2}$ | $\eta' = \frac{W_2'}{W_1'}$ | $f' = \frac{J_{n,1}'}{J_{g,1}'}$ |
| 0 | — | 121 | 0 | 121 | 0·0505 | 0·756 | 0 | 0·067 | — | — | 101·9 | 121 | — | 121 | 0·0505 | 0·756 | 0 | 0·067 |
| 1·02 | 0·05 | 121 | 102 | 223 | 0·093 | 0·760 | 43·7 | 0·12 | — | 0·1 | 101·8 | 121 | 104 | 225 | 0·094 | 0·760 | 46·3 | 0·12 |
| 2·98 | 0·45 | 122 | 298 | 420 | 0·175 | 0·775 | 71·0 | 0·23 | — | 0·2 | 101·7 | 123 | 303 | 426 | 0·177 | 0·777 | 71·0 | 0·23 |
| 4·84 | 1·2 | 122 | 484 | 606 | 0·252 | 0·796 | 80·0 | 0·32 | 0·1 | 0·3 | 101·5 | 124 | 491 | 615 | 0·256 | 0·797 | 80·0 | 0·32 |
| 6·00 | 1·8 | 123 | 600 | 723 | 0·301 | 0·814 | 82·0 | 0·37 | 0·1 | 0·3 | 101·5 | 125 | 607 | 732 | 0·305 | 0·815 | 83·0 | 0·37 |
| 8·00 | 3·3 | 124 | 800 | 924 | 0·385 | 0·847 | 86·5 | 0·45 | 0·2 | 0·4 | 101·3 | 128 | 807 | 935 | 0·390 | 0·850 | 86·3 | 0·45 |
| 10·00 | 5·1 | 126 | 1000 | 1126 | 0·468 | 0·888 | 88·7 | 0·53 | 0·3 | 0·5 | 101·1 | 131 | 1007 | 1138 | 0·475 | 0·891 | 88·7 | 0·53 |
| 12·00 | 7·3 | 128 | 1200 | 1328 | 0·553 | 0·936 | 90·5 | 0·59 | 0·4 | 0·6 | 100·9 | 135 | 1206 | 1341 | 0·569 | 0·945 | 90·0 | 0·58 |
| 14·00 | 10·0 | 131 | 1400 | 1531 | 0·637 | 0·988 | 91·4 | 0·65 | 0·5 | 0·6 | 100·8 | 141 | 1405 | 1546 | 0·645 | 0·992 | 91·0 | 0·65 |
| 15·88 | 12·8 | 134 | 1588 | 1722 | 0·718 | 1·01 | 91·9 | 0·71 | 0·7 | 0·7 | 100·5 | 146 | 1592 | 1738 | 0·725 | 1·02 | 91·7 | 0·71 |
| 17·89 | 16·4 | 137 | 1789 | 1926 | 0·803 | 1·10 | 93·0 | 0·73 | 0·8 | 0·8 | 100·3 | 152 | 1790 | 1942 | 0·810 | 1·11 | 92·2 | 0·73 |
| 19·80 | 20·0 | 141 | 1980 | 2121 | 0·884 | 1·16 | 93·5 | 0·76 | 1·0 | 0·9 | 100·0 | 160 | 1980 | 2140 | 0·892 | 1·17 | 92·5 | 0·76 |
| 21·63 | 23·8 | 145 | 2163 | 2308 | 0·962 | 1·22 | 93·5 | 0·79 | 1·1 | 1·0 | 99·8 | 167 | 2159 | 2326 | 0·970 | 1·23 | 92·8 | 0·79 |
| 23·58 | 28·4 | 149 | 2358 | 2507 | 1·045 | 1·29 | 94·0 | 0·81 | 1·2 | 1·0 | 99·7 | 175 | 2351 | 2526 | 1·052 | 1·30 | 93·0 | 0·81 |
| 25·46 | 33·2 | 154 | 2546 | 2700 | 1·125 | 1·35 | 94·2 | 0·83 | 1·3 | 1·1 | 99·5 | 185 | 2536 | 2721 | 1·137 | 1·36 | 93·2 | 0·83 |
| 26·38 | 35·6 | 157 | 2638 | 2795 | 1·168 | 1·39 | 94·4 | 0·84 | 1·3 | 1·2 | 99·4 | 190 | 2628 | 2818 | 1·175 | 1·40 | 93·3 | 0·84 |
| 27·28 | 38·0 | 159 | 2728 | 2887 | 1·203 | 1·42 | 94·7 | 0·85 | 1·4 | 1·2 | 99·3 | 194 | 2715 | 2909 | 1·215 | 1·43 | 93·3 | 0·85 |
| 28·21 | 40·7 | 162 | 2821 | 2983 | 1·240 | 1·45 | 94·7 | 0·86 | 1·4 | 1·2 | 99·3 | 199 | 2807 | 3006 | 1·256 | 1·46 | 93·4 | 0·86 |
| 29·19 | 43·4 | 164 | 2919 | 3083 | 1·282 | 1·49 | 94·8 | 0·86 | 1·5 | 1·3 | 99·1 | 204 | 2901 | 3105 | 1·296 | 1·50 | 93·5 | 0·87 |
| 30·33 | 46·2 | 167 | 3033 | 3200 | 1·333 | 1·53 | 94·8 | 0·87 | 1·5 | 1·3 | 99·1 | 210 | 3015 | 3225 | 1·344 | 1·54 | 93·5 | 0·87 |

(Fortsetzung.)

Zusammenstellung der beobachteten Werte.

| $W_v$ | $W_2$ | $W_1$ | $J_{g,1}$ | $\eta$ | f | $E_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 121 | 0 | 121 | 0·756 | 0 | 0·067 | 101·9 |
| 124 | 104 | 228 | 0·761 | 45·6 | 0·13 | 101·8 |
| 117 | 303 | 420 | 0·786 | 72·1 | 0·22 | 101·7 |
| 130 | 491 | 621 | 0·811 | 79·1 | 0·32 | 101·5 |
| 122 | 608 | 730 | 0·829 | 83·3 | 0·37 | 101·3 |
| 134 | 8009 | 943 | 0·862 | 85·8 | 0·46 | 101·1 |
| 143 | 1009 | 1152 | 0·911 | 87·5 | 0·53 | 100·9 |
| 145 | 1208 | 1353 | 0·960 | 89·3 | 0·59 | 100·7 |
| 130 | 1408 | 1538 | 1·013 | 91·6 | 0·63 | 100·6 |
| 152 | 1594 | 1746 | 1·066 | 91·4 | 0·68 | 100·4 |
| 140 | 1792 | 1932 | 1·133 | 92·8 | 0·71 | 100·2 |
| 149 | 1980 | 2129 | 1·197 | 93·0 | 0·74 | 100·0 |
| 161 | 2159 | 2320 | 1·260 | 93·0 | 0·77 | 99·8 |
| 169 | 2341 | 2510 | 1·321 | 93·4 | 0·79 | 99·5 |
| 180 | 2526 | 2706 | 1·395 | 93·3 | 0·81 | 99·2 |
| 217 | 2612 | 2829 | 1·426 | 92·4 | 0·83 | 99·0 |
| 192 | 2698 | 2890 | 1·460 | 93·2 | 0·83 | 98·9 |
| 203 | 2790 | 2993 | 1·498 | 93·3 | 0·83 | 98·9 |
| 161 | 2881 | 3042 | 1·529 | 94·7 | 0·83 | 98·7 |
| 172 | 2991 | 3163 | 1·567 | 94·5 | 0·84 | 98·6 |

Aus diesen Tabellen erkennt man zunächst, dass schon die erste Annäherung befriedigende Resultate ergiebt. Der Einfluss des vernachlässigten Spannungsabfalls durch Streuung macht sich nur in geringem Grade bei Belastungen über 20 Ampère bemerkbar. Als Mittelwert der Spannung ist bei der ersten Annäherung der einfachen Rechnung wegen $E_2 = 100$ Volt gesetzt. Aus diesem Grunde werden bei der zweiten Annäherung die Werte von $W_2$ für die Belastungen unter 20 Ampère etwas grösser. Da ausserdem, bei der zweiten Annäherung, $W_v'$ um den Betrag von $J_{n,1}''^2 r_1$ grösser ist als zuvor, müssen $J_{n,1}'$ und $J_{g,1}'$ grösser sein, als sie bei der ersten Annäherung waren. Auffallenderweise stimmen die Werte von $\eta''$ besser mit $\eta$ überein, als die in zweiter Annäherung erhaltenen Werte $\eta'$, welche anfangs etwas grösser, später etwas kleiner sein müssen als $\eta''$. Schuld an diesem abweichenden Ergebnisse ist der beobachtete Wert von $W_v$, welcher grossen und unregelmässigen Schwankungen unterworfen scheint. Diese Unregelmässigkeiten sind zum Teile auf die Schwierigkeit der Beobachtung, zum Teile aber auch darauf zurückzuführen, dass bei einem Transformator mit offenem magnetischen Kreise die Möglichkeit einer Abnahme der Kernverluste mit steigender Belastung vorhanden ist.

Diese Möglichkeit rührt daher, dass bei dem Transformator mit offenem magnetischen Kreise die Induktion von der Mitte nach den beiden Endflächen hin abnimmt und dass die ge-

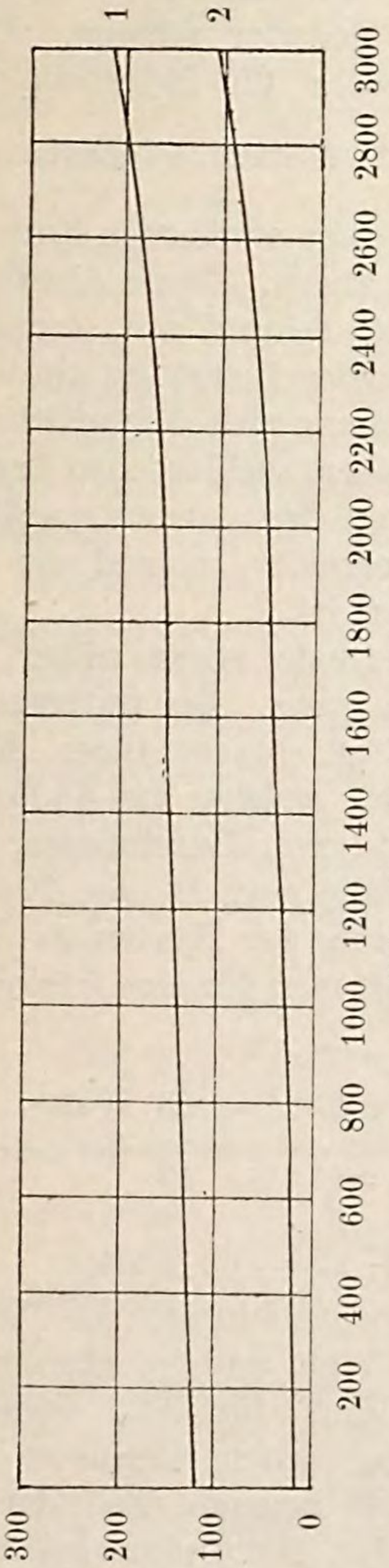



Fig. 96. Igeltransformator.
1 Gesamtverluste; 2 Kupferverluste.

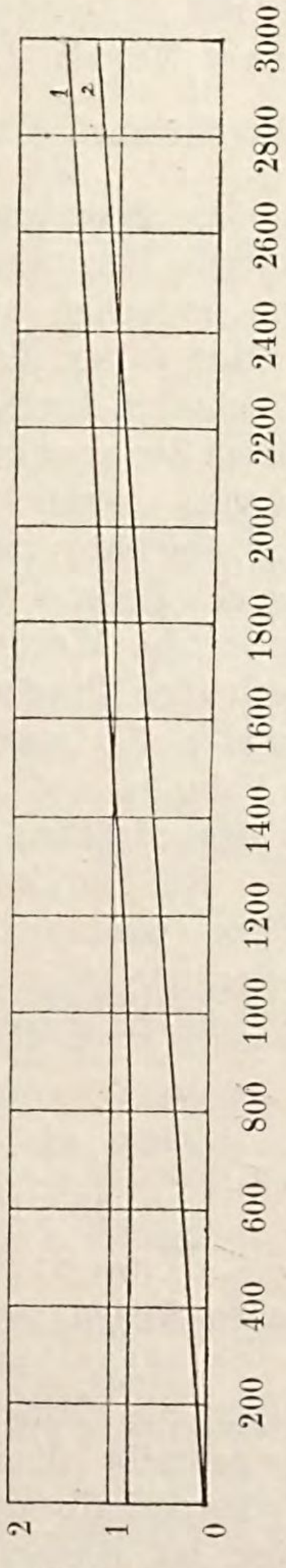



Fig. 97. Igeltransformator.
1 Kurve des Stromes $J_1$; 2 Kurve des Stromes $\frac{J_2}{24}$.

messene Spannung dem Mittelwerte dieser Induktionen, die gemessenen Verluste aber dem Mittelwerte der 1·6. bezw. 2. Potenz dieser Einzelinduktionen proportional sind.

Trägt man wie zuvor die Kurven der Gesamt-(1) und der Kupferverluste (2) als Funktionen der Belastung auf (Fig. 96), so erkennt man diese geringe Abnahme der Kernverluste daran, dass die Kurven nicht mehr parallel zueinander verlaufen, sondern sich mit steigender Belastung einander nähern. Entwirft man zwei Kurven (Fig. 97), welche die Belastung als Abscissen, die Ströme $\frac{J_2}{24}$ und $J_1$ als Ordinaten enthalten, so erkennt man, dass dieselben, analog den eben erwähnten Kurven, sich für steigende Belastung einander nähern. Diese Abnahme der Differenz zwischen primären und sekundären Ampèrewindungen rührt daher, dass mit steigender Belastung ein fortwährender Wechsel in der Phasenverschiebung zwischen primärem und sekundärem Strome auftritt. Beim eisengeschlossenen Transformator dagegen verlaufen die Kurven fast genau parallel, weil diese Verschiebung nahezu $180^0$ erreicht, sobald die Belastung etwa ein Zehntel der maximalen ist.

Fasst man die Werte der Kernverluste etwas näher ins Auge, so erscheinen dieselben auffallend gross. Der untersuchte Igeltransformator für maximal 3000 Watt besass einen Kern von 856 *ccm* Volumen und 5982 *g* Gewicht, welcher aus 4600 *mm* langen Weicheisendrähten von etwa 0·57 *mm* Durchmesser gebildet wurde. Die Induktion in der Mitte war $B = 10\,000$. Legt man diese Induktion der Ermittelung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste zu grunde, so erhält man für eine Periodenzahl $p = 82$ die zu grossen Werte

$$W_{Hyst} < 0{\cdot}003 \,.\, 10\,000^{1{\cdot}6} \,.\, 82 \,.\, 856 \,.\, 10^{-7} = 53 \text{ Watt}$$

$$W_{Fouc} < \left(\frac{0{\cdot}57 \,.\, 82 \,.\, 10\,000}{45 \,.\, 10^6}\right)^2 . 856 = \quad 12 \quad »$$

$$W_v < W_{Hyst} + W_{Fouc} < 53 + 12 = 65 \text{ Watt},$$

während sieben Serien von Wattmeterbeobachtungen die Werte 114, 108, 108, 114, 114, 121, 121 Watt und im ganzen 62 Beobachtungen als Mittelwert 112 Watt für $W_v$ ergaben. Fleming[1]) schreibt diese Abweichung jenen Verlusten zu, welche der ausserhalb des Eisenkernes liegende Teil der Induktionslinien bei seinem fortwährenden Richtungswechsel in der Masse des Kupfers hervorruft. Swinburne[2]) erhebt hiergegen den Einwand, dass erstens der von Fleming unter-

---

[1]) J. A. Fleming, Journ. Inst. El. Eng. 17, p. 657.
[2]) J. Swinburne, Journ. Inst. El. Eng. 17, p. 696, Diskussion.

suchte Transformator eine aus Kabel bestehende Sekundärwickelung besass und mit oder ohne diese Sekundärwickelung gleich grosse Leerlaufverluste aufwies und dass zweitens wegen der Streuung die Wirbelstromverluste mit zunehmender Belastung wachsen würden. Er erklärt die bedeutende Abweichung zwischen berechneten und beobachteten Kernverlusten in einfacher Weise dadurch, dass beim Wickeln der primären und sekundären Spulen ein Druck auf die Eisendrähtchen des Kernes ausgeübt werde, welcher die Unterteilung derselben fast illusorisch mache; durch die Zusammenpressung würde der unterteilte Kern in seinem Verhalten und in der Grösse der erzeugten Wirbelströme einem massiven Kerne ähnlich werden.

Jedenfalls geht aus diesen Versuchen hervor, dass man den Wirkungsgrad eines Igeltransformators von der heutigen Konstruktion erheblich überschätzen würde, wenn man nur die Hysteresis- und Wirbelstromverluste im Eisen auf Grund der an anderen Konstruktionen mit eisengeschlossenem Kreise erhaltenen Konstanten berechnen wollte. Der Wirbelstromverlust, der nach Fleming's Ansicht im Kupfer, nach Swinburne's Ansicht in dem zusammengepressten Kerne auftritt, drückt den Wirkungsgrad besonders bei den schwachen Belastungen so stark herab, dass derselbe höchstens demjenigen eines guten Transformators der eisengeschlossenen Type gleichkommt. Dies zeigt deutlich die folgende

Zusammenstellung der Wirkungsgrade
der von Fleming untersuchten Transformatoren
bei verschiedener Belastung derselben.

| Grösse und Art des Transformators. | Bruchteile der sekundären Belastung. | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0·025 | 0·05 | 0·1 | 0·2 | 0 3 | 0 4 | 0·5 | 0·6 | 0·7 | 0·8 | 0·9 | 1·0 |
| | Wirkungsgrad in %. | | | | | | | | | | | | |
| Westinghouse 6500 Watt | 0 | 61·8 | 75·9 | 85·7 | 91·9 | 94·0 | 95·1 | 96·0 | 96·3 | 96·6 | 96·8 | 96·9 | 96·9 |
| Swinburne 6000 » | 0 | 48·4 | 65·2 | 79·0 | 88·2 | 91·8 | 93·7 | 94·8 | 95·5 | 95·9 | 96·1 | 96·1 | 96·1 |
| » 3000 » | 0 | 39·3 | 56·2 | 71·7 | 82·9 | 87·6 | 89·8 | 91·2 | 92·2 | 92·8 | 93·2 | 93·4 | 93·5 |
| Thoms.-Houst., 4500 » | 0 | 49·1 | 65·4 | 78·8 | 87·8 | 91·1 | 92·9 | 93·8 | 94·2 | 94·6 | 95·0 | 95·0 | 94·7 |
| Ferranti, 20 pf., Mod. 1892 | 0 | 62·0 | 76·6 | 86·5 | 92·6 | 95·0 | 95·6 | 96·1 | 96·5 | 96·8 | 96·8 | 96·6 | 96·6 |
| » 15 » » » | 0 | 65·5 | 79·0 | 88·1 | 93·4 | 95·0 | 95·7 | 96·0 | 96·2 | 96·3 | 96·1 | 95·8 | 95·5 |
| » 15 » » » umgewickelt | 0 | 55·0 | 70·8 | 83·0 | 90·5 | 93·1 | 94·5 | 95·1 | 95·4 | 95·5 | 95·4 | 95·2 | 94·7 |
| Mordey, 6000 Watt . . | 0 | 52·1 | 67·5 | 80·1 | 88·5 | 91·1 | 92·7 | 93·7 | 94·2 | 94·7 | 94·9 | 95·1 | 95·4 |
| Kapp, 4000 » . . | 0 | 39·5 | 56·5 | 72·3 | 83·8 | 88·0 | 90·4 | 91·9 | 92·6 | 93·3 | 93·8 | 94·0 | 94·2 |
| Ferranti, 5 pf., Mod. 1885, umgewickelt | 0 | 28·8 | 44·5 | 61·4 | 75·6 | 81·9 | 85·5 | 87·7 | 89·0 | 89·8 | 90·2 | 90·5 | 90·8 |
| Ferranti, 5 pf.. Mod. 1885 | 0 | 14·6 | 25·3 | 40·3 | 57·2 | 66·5 | 72·5 | 76·4 | 79·1 | 81·5 | 83·1 | 84·5 | 85·5 |

Die bei einigen Transformatoren auftretende geringe Abnahme des Wirkungsgrades bei Steigerung der Belastung von 0·7 bis auf 1·0 des maximalen Wertes rührt davon her, dass bei diesen hohen Belastungen die betreffenden Transformatoren etwas stärkere Streuung aufweisen. Dies erklärt auch, warum eine solche Abnahme bei dem Näherungsverfahren nicht vorgesehen war; es konnte dort eben auf Streuung keine Rücksicht genommen werden, weil die Dimensionen des Apparates nicht als gegeben betrachtet wurden.

### 6. Der Jahreswirkungsgrad.

Die Transformatoren sind bisher nur als Laboratoriumsapparate betrachtet worden, und es ist ihr Wirkungsgrad aus dem Verhältnis des sekundären Effektes zum primären Effekte bestimmt worden. Sobald man aber die Transformatoren als die Hauptbestandteile eines ununterbrochenen Wechselstrombetriebes betrachtet, muss man ihren Wirkungsgrad auffassen als das Verhältnis der sekundären Arbeit zur primären Arbeit. Dieser Wirkungsgrad g des Betriebes ist von dem Wirkungsgrade $\eta$ im Laboratorium erheblich verschieden und nur zum Teile von den Eigenschaften des Transformators, zum Teile aber auch von ausserhalb des Transformators liegenden Verhältnissen abhängig. Verhältnisse der letzten Art bestimmen die Anzahl der jährlichen Brennstunden per installierte Lampe. Diese Zahl erreicht bei städtischen Zentralen in unseren Breitengraden 400 bis 500 Stunden. Wenn also die maximale Leistungsfähigkeit der installierten Transformatoren gerade der Zahl der installierten Lampen entspricht, werden diese Transformatoren gleichfalls 400 — 500 Stunden mit ihrer vollen Belastung in Betrieb sein, während der übrigen Zeit aber nur Energieaufwand für Magnetisierung erfordern.

Für einen an das Netz einer dauernd betriebenen Wechselstromzentrale angeschlossenen Transformator, welcher mit seiner maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt während 500 Stunden jährlich beansprucht wird und dessen Kupferverluste zusammen 2%, dessen Eisenverluste gleichfalls 2% der Nutzleistung betragen, stellen sich also

| | Kilowattstunden |
|---|---|
| die jährliche Nutzarbeit auf . . . . | $500 \times 10 = 5000$ |
| die jährlich in den Widerständen verzehrte Arbeit auf . . . . . | $500 \times 0{\cdot}2 = 100$ |
| die jährlich für Magnetisierung aufgewendete Arbeit auf . . . . . | $8760 \times 0{\cdot}2 = 1752$ |

die jährliche Gesamtarbeit also auf . 6852 Kilowattstunden

und der Jahreswirkungsgrad g auf . $\frac{5000}{6852} = 73\,\%$.

Der Laboratoriumswirkungsgrad $\eta$ beträgt dagegen für denselben Transformator

$$\eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}2 + 0{\cdot}2} = \frac{10}{10{\cdot}4} = 96{\cdot}2\,\%.$$

Verwendet man für dieselbe Installation einen gleich grossen Transformator, dessen Kupferverlust ebenfalls 2 %, dessen Eisenverlust jedoch 3 % der maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt beträgt, so erhält man $g = 65{\cdot}6$ und $\eta = 95{\cdot}2\,\%$. Denn es ist

$$g = \frac{500 \,.\, 10}{500 \,.\, 10 + 500 \,.\, 0{\cdot}2 + 8760 \,.\, 0{\cdot}3} = \frac{5000}{7628} = 65{\cdot}6\,\%,$$

$$\text{und } \eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}2 + 0{\cdot}3} = \frac{10}{10{\cdot}5} = 95{\cdot}2\,\%$$

Wählt man dagegen einen Transformator mit einem Eisenverluste von nur 1·5 %, einem Kupferverluste von 8 % der maximalen Nutzleistung von 10 Kilowatt, so erhält man zwar einen niedrigeren Maximalwirkungsgrad

$$\eta = \frac{10}{10 + 0{\cdot}8 + 0{\cdot}15} = \frac{10}{10{\cdot}95} = 91{\cdot}3\,\%,$$

aber einen wesentlich höheren Durchschnittswirkungsgrad

$$\eta = \frac{500 \,.\, 10}{500 \,.\, 10 + 500 \,.\, 0{\cdot}8 + 8760 \,.\, 0{\cdot}15} = \frac{5000}{6714} = 74{\cdot}5\,\%.$$

Es ist einleuchtend, dass die Höhe der Kupferverluste den Jahreswirkungsgrad nur in geringem Masse zu beeinflussen vermag, weil diese Verluste nur während der verhältnismässig kurzen Brenndauer der Lampen auftreten, dass aber auch eine geringe Erhöhung oder Verringerung der Eisenverluste den Jahreswirkungsgrad erheblich verringert oder erhöht, weil diese Verluste während des ganzen Jahres auftreten. Bei gegebener Brenndauer wird also der Jahreswirkungsgrad hauptsächlich von der Grösse der Magnetisierungsarbeit abhängen. Die Brenndauer selbst hängt von den lokalen Verhältnissen, dem Berufe des Konsumenten, von der Jahreszeit, dem Monat, dem Wochentage, ja sogar von der Laune des Konsumenten und von der allgemeinen wirtschaftlichen Lage ab. Man kann deshalb unmöglich einen Transformator so dimensionieren, dass er für alle Konsumenten auch nur einer einzigen Zentrale unter den

Tabelle A. Monatliche Wirkungsgrade bei Verwendung verschiedener Transformatoren für maximal 10 Kilowatt.

| Monat | Brennstunden pro Monat | Nutzbare Arbeit pr. Monat in Kilowattstunden | Verluste in Kilowattstunden | | | | | | Gesamtarbeit in Kilowattstunden bei Verwendung von Type | | | Monatlicher Wirkungsgrad in % bei Verwendung von Type | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 2% im Eisen | 2% im Kupfer | 3% im Eisen | 2% im Kupfer | $1^1/_2$% im Eisen | 8% im Kupfer | | | | | | |
| | | | I | | II | | III | | I | II | III | I | II | III |
| Januar . . | 50 | 500 | 148·8 | 10·0 | 223·2 | 10·0 | 111·6 | 40·0 | 658·8 | 733·2 | 651·6 | 75·9 | 68·3 | 76·8 |
| Februar . . | 36 | 360 | 134·4 | 7·2 | 201·6 | 7·2 | 100·8 | 28·8 | 501·6 | 568·8 | 489·6 | 71·8 | 63·4 | 73·5 |
| März . . . | 21 | 310 | 148·8 | 6·2 | 223·2 | 6·2 | 111·6 | 24·8 | 465·0 | 539·4 | 446·4 | 66·7 | 57·4 | 69·4 |
| April . . . | 30 | 300 | 144·0 | 6·0 | 216·0 | 6·0 | 108·0 | 24·0 | 450·0 | 522·0 | 432·0 | 66·7 | 57·4 | 69·4 |
| Mai . . . . | 19 | 190 | 148·8 | 3·8 | 223·2 | 3·8 | 111·6 | 15·2 | 342·6 | 417·0 | 316·8 | 55·4 | 45·5 | 60·0 |
| Juni . . . | 31 | 210 | 144·0 | 4·2 | 216·0 | 4·2 | 108·0 | 16·8 | 358·2 | 430·2 | 334·8 | 58·6 | 48·8 | 62·6 |
| Juli . . . | 26 | 260 | 148·8 | 5·2 | 223·2 | 5·2 | 111·6 | 20·8 | 414·0 | 488·4 | 392·4 | 62·7 | 53·3 | 66·2 |
| August . . | 28 | 280 | 148·8 | 5·6 | 223·2 | 5·6 | 111·6 | 22·4 | 434·4 | 508·8 | 414·0 | 64·5 | 55·0 | 67·7 |
| September . | 33 | 330 | 144·0 | 6·6 | 216·0 | 6·6 | 108·0 | 26·4 | 4306 | 552·6 | 464·4 | 68·6 | 59·7 | 71·2 |
| Oktober . . | 47 | 470 | 148·8 | 9·4 | 223·2 | 9·4 | 111·6 | 37·6 | 628·2 | 702·6 | 619·2 | 14·7 | 66·9 | 75·9 |
| November . | 54 | 540 | 144·0 | 10·8 | 216·0 | 10·8 | 108·0 | 43·2 | 694·8 | 766·8 | 691·2 | 17·7 | 70·4 | 78·2 |
| Dezember . | 65 | 650 | 148·8 | 13·0 | 223·2 | 13·0 | 111·6 | 52·0 | 811·8 | 886·2 | 813·6 | 80·2 | 73·4 | 79·9 |
| Im Jahre: | 440 | 4400 | 1752·0 | 88·0 | 2628·0 | 88·0 | 1314·0 | 352·0 | 6240 | 7116·0 | 6066·0 | 70·5 | 61·8 | 72·5 |

günstigsten Bedingungen betrieben wird, und muss sich deshalb entweder damit begnügen, dass für den ganzen Betrieb der Jahreswirkungsgrad oder ein anderer Durchschnittswert des Wirkungsgrades möglichst hoch sei.

Der Durchschnittswert des monatlichen Wirkungsgrades wird für die einzelnen Monate sehr verschieden sein. Die Tabelle A enthält eine Zusammenstellung der für deutsche

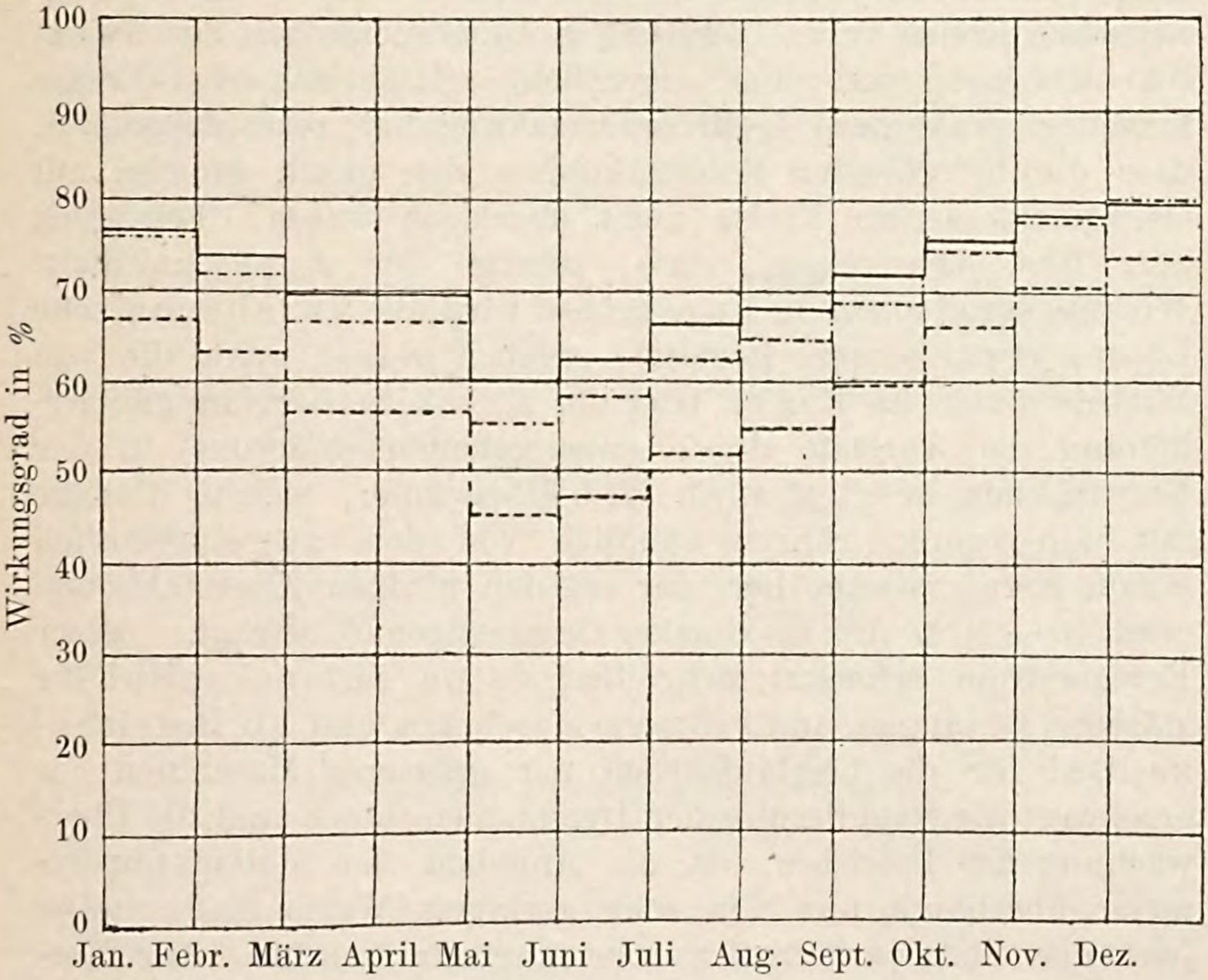



Fig. 98. Wirkungsgrad verschiedener Transformatoren während der einzelnen Monate eines Jahres.

Städte beobachteten monatlichen Brennstunden und der unter Verwendung von 10 Kilowatt-Transformatoren der drei erwähnten Arten sich ergebenden monatlichen Wirkungsgrade.

Die Werte dieser Tabelle sind in den Kurven der Fig. 98 niedergelegt. Man erkennt aus denselben besonders deutlich den Zusammenhang zwischen Brenndauer und Durchschnitts-

wirkungsgrad, den hohen Einfluss der Eisenverluste und den geringen Einfluss der Verluste in den Kupferwiderständen.

Auf diese Thatsache hat zuerst James Swinburne[1]) aufmerksam gemacht. Als Mittel zur Erhöhung des durchschnittlichen oder jährlichen Wirkungsgrades schlug er die Beschränkung der Eisenmasse und, da diese beim eisengeschlossenen Transformator nicht so einfach und so weit durchführbar ist, die Rückkehr zu den von Gaulard und Gibbs angewendeten und lange wieder verlassenen Transformatoren mit offenem magnetischen Kreise vor. Fleming's Untersuchungen der Swinburne'schen (von ihm eigentlich »Stachelschwein«-Transformator genannten) Igeltransformatoren hat zwar dargethan, dass die betreffenden Konstruktionen den gleich grossen mit eisengeschlossenem Kreise nicht überlegen waren. Prinzipiell aber lässt sich zeigen, dass, solange der durchschnittliche Wirkungsgrad allein ins Auge gefasst wird, die Swinburne'sche Lösung etwas bessere Resultate ergeben muss, wenn die von Wirbelströmen im Kupfer oder im Eisenkern herrührende Erhöhung der Verluste durch entsprechende Änderung in der Konstruktion beseitigt wird. Die Übelstände, welche dieselbe mit sich bringt, rühren sämtlich von dem ausserordentlich hohen Erregerstrome her, der bei den jetzigen Konstruktionen etwa 40 — 50 % des maximalen Gesamtstromes beträgt. Dieser Erregerstrom erfordert Mehraufwände an Anlagekapital für stärkere Leitungen und grössere Maschinen und an Betriebskapital für die Leerlaufsarbeit der grösseren Maschinen; er erschwert die Regulierung der Dynamomaschinen und die Überwachung des Betriebes, da die Angaben der Stationsampèremeter überhaupt nur von sehr geringem Werte sind und er jene der Stationswattmeter sehr ungenau macht. Zur Verringerung des Erregerstromes hat Swinburne selbst die Anwendung von parallel geschalteten Kondensatoren vorgeschlagen; solche Kombinationen von Transformatoren müssen theoretisch gut arbeiten und sind auch in Laboratoriumsversuchen mit Erfolg verwendet worden [2]). Der praktischen Anwendung haben

---

[1]) James Swinburne, Vortrag vor Sektion G der British Association, 16. Sept. 1889. El. Rev., London 25, p. 314, 341. El., London, 23, p. 492, 523. El. Zeitschr. 1889, p. 541.

[2]) Hierauf kann erst im 2. Teile näher eingegangen werden, weil bisher stets die Sinusfunktion als gültig angenommen wurde.

sich bis jetzt grosse Schwierigkeiten in den Weg gestellt, von welchen die meisten darauf zurückzuführen sind, dass die Kondensatoren unzuverlässig, schwierig herzustellen und teuer sind.

In richtiger Erkenntnis dessen hat M. von Dolivo-Dobrowolsky[1]) einen anderen Vorschlag zur Erhöhung des durchschnittlichen Wirkungsgrades gebracht, welcher davon ausgeht, dass die Höhe der Kupferverluste auf diesen Wirkungsgrad von sehr geringem Einflusse ist. Dobrowolsky will deshalb den Kupferverlust viel höher nehmen, als dies jetzt üblich ist, ihn etwa auf 8 bis 10 % festsetzen und dafür dann wenig Eisen verwenden. Da bei einem Transformator der Eisenkern die Kupferwindungen umgiebt oder von ihnen umgeben wird, kann

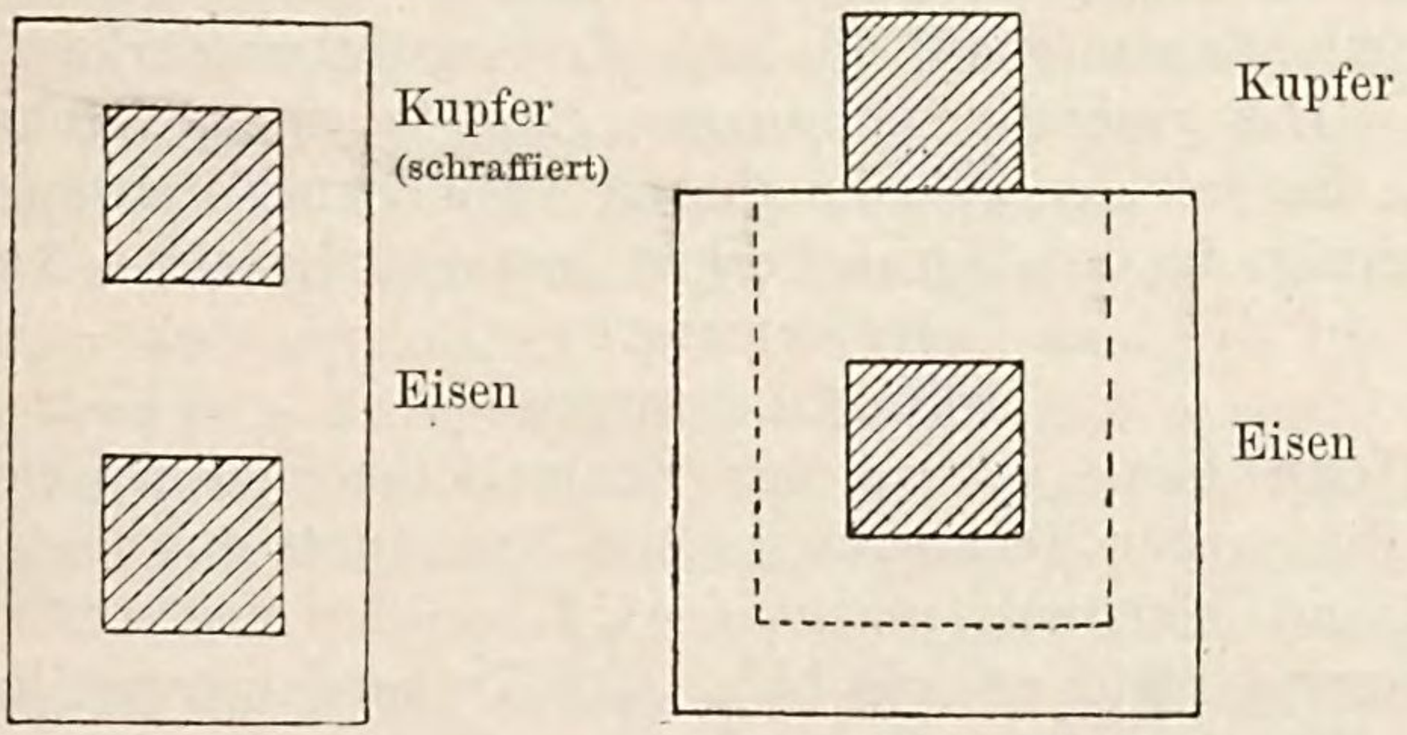



Fig. 99 und 100. Schema eines Transformators.

derselbe schematisch dargestellt werden durch zwei dicht ineinander passende Kettenringe[2]), von denen der eine aus Eisen, der andere aus Kupfer besteht. (Fig. 99 und 100). Man erkennt daraus, dass man den Querschnitt des einen dieser Ringe nicht vergrössern kann, ohne gleichzeitig den anderen zu vergrössern. Wenn man also versuchen wollte, den Eisenverlust durch Verringerung der Induktion zu verkleinern, könnte man die dafür erforderliche Vermehrung der Kupferwindungen bei

---

[1]) M. von Dolivo-Dobrowolsky, El. Zeitschr. 1892, p. 222.

[2]) G. Kapp; M. Dolivo-Dobrowolsky, a. a. O. — Imhoff, El. Zeitschr. 1892, p. 456.

gleichem Spannungsverluste nur dadurch ermöglichen, dass man auch das Eisenvolumen vergrösserte. Der Transformator würde dadurch zwar teuerer, aber in seinem Jahreswirkungsgrade nur wenig besser werden, da im allgemeinen das Eisenvolumen viel rascher wächst, als die Induktion abnimmt. Wenn also auch nach Durchführung der Änderung der Transformator wegen der geringeren Induktion erheblich geringeren Effektverlust pro Volumeneinheit aufweist, so kann sein gesamter Effektverlust doch wegen der Zunahme des Volumens nur wenig geändert sein. Anders liegen die Verhältnisse, sobald man bei nicht zu hoher Induktion das Eisenvolumen dadurch zu verringern ermöglicht, dass man das Kupfervolumen verringert, also den Kupferverlust erhöht. Gegen ein solches Vorgehen spricht jedoch die Erwägung, dass der höhere Durchschnittswirkungsgrad auf Grund dieses Vorschlages nur durch die Verzichtleistung auf die bequeme Regulierung erkauft werden kann. Der gesamte Spannungsverlust in einem Wechselstromnetze, das mit den gebräuchlichen Transformatoren ausgestattet ist, beträgt in den Fernleitungen kaum mehr als 3 %,

» » Transformatoren » » » 2—3 »,

» » sekund. Leitungen » » » 1—2 ».

Wenn dann seitens der Zentrale an den Speisepunkten oder Enden der Fernleitungen die Spannung automatisch oder von Hand konstant gehalten wird, so ist eine weitere Nachregulierung nicht erforderlich. Die Transformatoren halten für jeden Konsumenten oder jede Gruppe von Konsumenten die Spannungsänderung selbstthätig innerhalb der zulässigen Grenzen. Erst wenn bei sehr langen Fernleitungen der Verlust in diesen 10 % erreicht oder überschreitet, nähert sich die Arbeit der Nachregulierung der bei Gleichstrombetrieben aufzuwendenden Arbeit. Würde man dagegen für einzelne Konsumenten oder Gruppen von Konsumenten Transformatoren mit Kupferverlusten von 8—10 % verwenden, so müsste man für diese einzelnen Konsumenten die sekundäre Spannung konstant halten. Es würde also dann nicht mehr genügen, von der Zentrale aus auf mittlere Netzspannung an einzelnen Speisepunkten zu regulieren; man müsste vielmehr eine Nachregulierung einführen, welche je nach dem Verlaufe der Belastungskurve des Konsumenten für jeden derselben oder für jede Gruppe derselben verschieden ist. Eine solche Nachregulierung müsste selbstthätig erfolgen und könnte eventuell durch besondere Ausgleichstransformatoren (Egalisatoren) bewirkt werden,

doch würde dieselbe den Betrieb wesentlich komplizieren und die Anlagekosten erhöhen.

Da bei Erhöhung des Querschnittes der Umfang weniger rasch steigt, können im allgemeinen grosse Transformatoren mit geringeren Verlusten gebaut werden als kleine. Es ist daher, wenn örtliche Gründe nicht dagegen sprechen, die Anwendung eines an Transformatoren - Unterstationen angeschlossenen Sekundärnetzes eins der bestbekannten Mittel zur Erhöhung des Jahreswirkungsgrades. Eine Diskussion der mit einem solchen das ganze Stadtgebiet umschliessenden Sekundärnetze verknüpften Vor- und Nachteile liegt ausserhalb des Rahmens dieses Werkes; doch mag erwähnt werden, dass es jedenfalls von Vorteil ist, mehrere benachbarte Konsumenten von einem grösseren, gemeinsamen Transformator aus mit Energie zu versorgen, selbst wenn örtliche Verhältnisse und wirtschaftliche Erwägungen die Anlage eines grossen Sekundärnetzes verbieten.

Auch die Wahl der Transformatorengrösse für eine gegebene Lampenzahl beeinflusst den Jahreswirkungsgrad. Man verfällt leicht in den Fehler, die Transformatorengrösse der installierten Lampenzahl so anzupassen, dass der Transformator die sämtlichen installierten Lampen gleichzeitig bequem speisen kann; thatsächlich aber werden sehr viele Konsumenten niemals die Gesamtzahl ihrer Lampen gleichzeitig längere Zeit in Betrieb haben. Da das Maximum der von städtischen Zentralen gleichzeitig gespeisten Lampen zwischen 40 und 80 % der installierten beträgt, kann man annehmen, dass ein Durchschnittskonsument kaum mehr als maximal 40 bis 50 % seiner installierten Lampen gleichzeitig brennt; wenn also der Transformator etwa 50 bis 70 % dieser Lampenzahl entspricht, wird derselbe vollkommen ausreichend sein. Es ist auf diese Weise möglich, bei entsprechender Berücksichtigung des Charakters und der Benutzungszeit der sekundären Installation die Transformatorengrössen so zu bemessen, dass ausser einer Erhöhung des durchschnittlichen Wirkungsgrades, also ausser einer Ersparnis an Betriebskosten, sich auch eine Ersparnis an Anlagekapital ergiebt.

Die zweite Frage, ob man nicht durch gewisse konstruktive Anordnungen des Transformatorgestelles an Eisenverlusten sparen, also den Jahreswirkungsgrad erhöhen könne, kann in der von Dolivo-Dobrowolsky gegebenen Lösung erst im zweiten Bande, in dem Kapitel über Dimensionierung der Trans formatoren behandelt werden.

## 7. Die Wirkungsweise des Ausgleichstransformators oder Egalisators [1])

beruht auf der an Hand der Fig. 83 erläuterten Eigenschaft der Serientransformatoren, bei konstantem Primärstrome auch den Sekundärstrom konstant zu halten. Allgemein nämlich

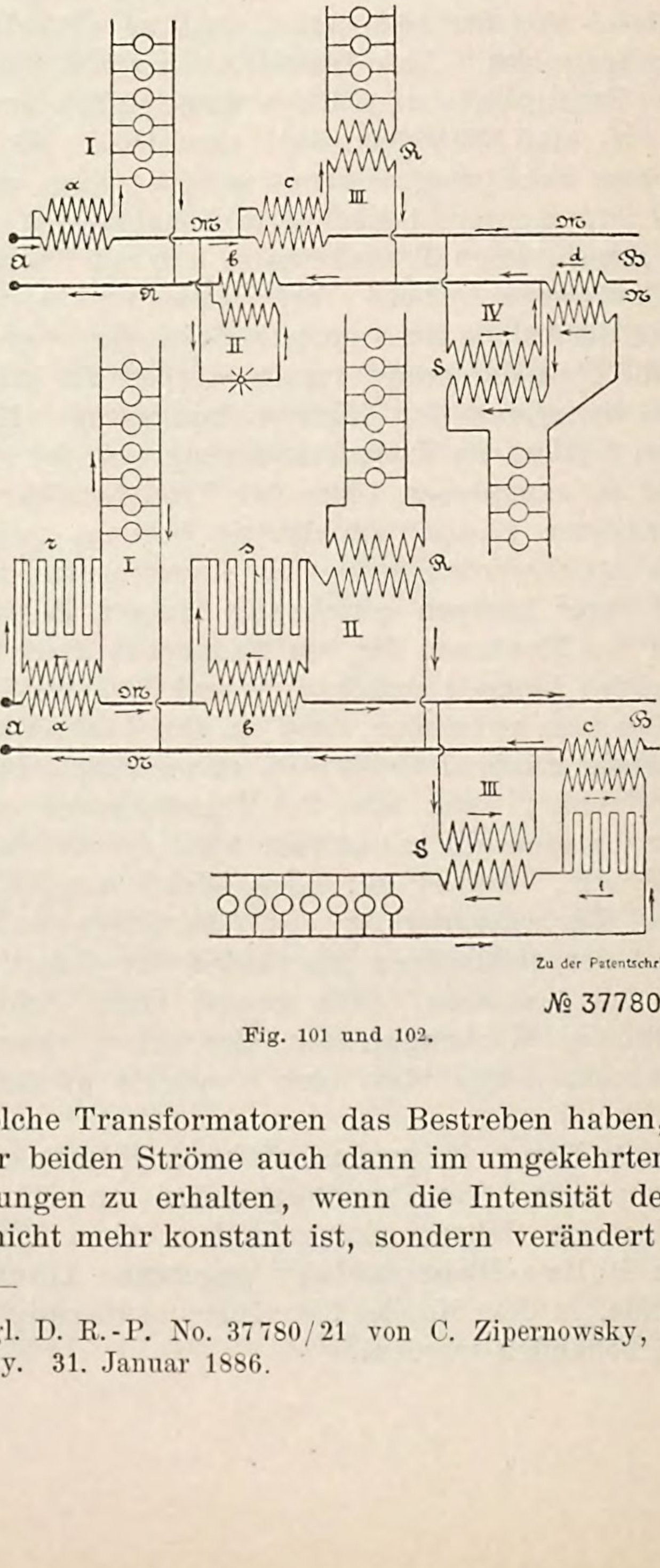



Fig. 101 und 102.

werden solche Transformatoren das Bestreben haben, die Intensitäten der beiden Ströme auch dann im umgekehrten Verhältnis der Windungen zu erhalten, wenn die Intensität des primären Stromes nicht mehr konstant ist, sondern verändert wird. Das

---

[1]) Vergl. D. R.-P. No. 37780/21 von C. Zipernowsky, M. Déri und O. T. Bláthy. 31. Januar 1886.

Produkt aus sekundärer Stromstärke und sekundärer Windungszahl wird sich umsoweniger von dem Produkte aus primärer Stromstärke und primärer Windungszahl unterscheiden, je kleiner der Erregerstrom und die Leerlaufsverluste des Transformators sind. Lässt man nun (Fig. 101 u. 102) zwei von den Klemmen A einer Wechselstromquelle stammende Wechselströme entgegengesetzter Richtung durch die beiden Bewickelungen einer Induktionsrolle gehen, so wird auch diese Rolle das Bestreben äussern, die sekundären Ampèrewindungen den primären gleich zu machen. Je stärker also der Strom in der Hauptleitung AB und somit auch in den primären Spulen a, b, c, d (Fig. 101 und 102) ist, desto stärker wird auch der Strom in den zugehörigen sekundären Spulen der Egalisatoren I, II, III, IV sein, und desto höhere Werte wird der Spannungsverlust in denselben annehmen. Dieser Spannungsverlust kann entweder, wie in Fig. 101, nur in den Sekundärspulen oder, wie in Fig. 102, in diesen und in zugeschalteten Widerständen r, s, t auftreten. Durch passende Wahl der Windungszahlen, Klemmenspannung und Zusatzwiderstände des Egalisators lässt sich dann erreichen, dass bei Konstanthaltung der Spannung an dem Endpunkte B der Leitung A B trotz wechselnden Konsums die Spannung an den der Stromquelle A näherliegenden Konsumstellen I, II, III, IV nicht höher ist als am Ende der Leitung. Dieser Zweck kann auf zwei etwas verschiedene Arten erreicht werden. Bei der einen, in Fig. 101 veranschaulichten führt man den zu einer Verbrauchsstelle gehenden Zweigstrom durch die eine und den weitergehenden Hauptstrom durch die zweite Bewickelung des Egalisators. Je stärker nun der Hauptstrom wird, desto höher müsste zur Konstanthaltung der Spannung im Punkte B die Klemmenspannung bei A werden, desto stärker würde also auch der den Lampen zufliessende Zweigstrom werden, wenn nicht die in den sekundären Windungen der Egalisatoren auftretende gegenelektromotorische Kraft die Klemmenspannung der Lampen und damit den ihnen zufliessenden Zweigstrom wieder auf den normalen Wert zurückführte. In Fig. 101 sind mehrere Anwendungen dieses Verfahrens gezeigt. Bei I und II sind durch Vermittelung der in die Hauptleitung eingeschalteten Egalisatoren Glühlampen und eine Bogenlampe trotz variabler Spannung bei A mit konstanter Spannung versorgt, solange die Spannung in B konstant ist. Bei III ist der Egalisator vor die primären, bei IV vor die sekundären Windungen von Transformatoren geschaltet, welche ihrerseits wieder

parallel geschaltete Glühlampen betreiben. Bei der zweiten Anwendungsart (Fig. 102) wird die sekundäre Spule des Egalisators durch einen passenden Zusatzwiderstand (r, s, t) geschlossen. Die primäre Spule wird auch hier vom Hauptstrome passiert, aber dieser Strom ist jenem in der sekundären Spule diesmal entgegengesetzt gerichtet. Dadurch wird es möglich, dass der den Glühlampen direkt (I), der primären Spule (II) oder der sekundären Spule (III) eines Transformators zufliessende Zweigstrom in dem Zusatzwiderstande r, s oder t einen Spannungsverlust hervorruft, welcher sich dem von der sekundären Spule selbst in r, s oder t erzeugten Spannungsverluste zufügt. Die Spannungsdifferenz an den Enden dieser Zusatzwiderstände hängt aber von dem Hauptstrome ab und muss von der Spannung der Stromquelle subtrahiert werden, wenn man die Lampenspannung erhalten will.

## 8. Über das magnetische Verhalten der Transformatoren im Momente des Anschlusses an ein arbeitendes Netz.

Verbindet man die Primärspule eines stromlosen Transformators in Serie mit einem an ein arbeitendes Netz angeschlossenen Ausschalter und einer Glühlampe, welche durch den Leerlaufstrom des Transformators eben zu normaler Glut gebracht wird, und schliesst man nun bei offenem Sekundärkreise den Ausschalter, so gelangt in den meisten Fällen die Lampe ganz allmählich zu normaler Rotglut. Zuweilen aber leuchtet dieselbe beim Schliessen des Ausschalters so hell auf, dass das Glas geschwärzt und der Kohlenfaden zerrissen wird.

Diese Erscheinung des Stromstosses wurde zuerst von J. A. Fleming[1]) beobachtet und beschrieben; die Versuche zu ihrer Erklärung wurden von Fleming unternommen und in glücklicher Weise durch W. M. Mordey[2]) ergänzt.

Dieser Stromstoss ist zuweilen von solch ausserordentlicher Heftigkeit, dass er den beweglichen Teil eines statt der Glühlampe verwendeten, auf 10 Ampère eingestellten Elektrodynamometers weit über die Gleichgewichtslage hinausfliegen lässt, selbst wenn der normale Leerlaufsstrom nur 0·1 bis 0·2 Amp beträgt; er ist von einem bald stärkeren, bald schwächeren Geräusche begleitet, das im Eisenkerne des Transformators

---

[1]) J. A. Fleming, Journ. Institut. El. Eng. 1892, 21, p. 677 ff.
[2]) W. M. Mordey, ebendaselbst, p. 727 ff.

auftritt, besitzt alternierende Form und bewirkt eine Spannungserhöhung, welche Fleming durch eine parallel zur Primärspule angeordnete Funkenstrecke nachzuweisen vermochte. Nach diesen Thatsachen wird man zunächst geneigt sein, in der Erscheinung ein Analogon zu dem von Neustadt beschriebenen und erläuterten Kondensatoreffekte zu erblicken; dieser Auffassungsweise widerspricht aber die Thatsache, dass Mordey die Erscheinung siebenmal in auffallender Weise beobachten konnte, als er einen 5 pferd. Ferranti-Transformator 47 mal an die mit 83 Perioden pro Sekunde betriebenen Hauptleitungen in Trafalgar Square anlegte. Diese Leitungen waren in der Nähe der Versuchsstelle von mehreren Transformatoren überbrückt, sodass von einer merkbaren Kapazität derselben kaum die Rede sein konnte. Allerdings wird die so gewonnene Ansicht dadurch scheinbar etwas erschüttert, dass derselbe Transformator trotz 400 maligen Anschlusses keinen Stromstoss zeigte, als er an ein mit 100 Perioden pro Sekunde betriebenes Netz angeschlossen wurde. Die Erscheinung ist unabhängig von der Belastung, da sie durch Schliessen des Sekundärkreises nicht verhütet wurde, und sie tritt im magnetisierenden Stromkreise auf, ohne zu dem anderen durchzudringen, gleichgültig, ob für den Versuch primär oder sekundär magnetisiert wird. Es ist auffallend, dass der mächtige Stromstoss, der bei dauernder Wirkung den Kern des Transformators weit über die Sättigung hinaus zu magnetisieren vermöchte, seiner kurzen Dauer wegen nicht im stande ist, eine seiner Stärke nur einigermassen entsprechende Welle magnetischer Kraft hervorzurufen. Dies wird deutlich dadurch dargethan, dass eine an den Sekundärkreis eines Transformators angeschlossene Glühlampe nach Mordey's Versuchen stets mit gleicher Helligkeit leuchtet, ob nun im primären Stromkreise der Stromstoss auftritt oder nicht.

Betrachtet man die Verhältnisse genauer, so erkennt man, dass die Erscheinung dem remanenten Magnetismus zuzuschreiben ist und dass für das Verhalten beim Wiederanschlusse des Transformators der Zustand massgebend ist, in welchem sein Eisenkern beim Ausschalten belassen wurde. Wenn der Transformatorkern im Momente der Ausschaltung vollkommen unmagnetisch war, so wird der erste schwache Strom, der die Primärwindungen durchläuft, bereits im stande sein, die erforderliche gegenelektromotorische Kraft hervorzurufen, welche ein weiteres Anwachsen des Stromes verhütet. Wenn aber im Momente des Ausschaltens der Transformator in stark magneti-

siertem Zustande belassen wurde, so wird der erste schwache Strom durch das vorhandene Feld entweder in der Hervorrufung der gegenelektromotorischen Kraft unterstützt oder geschwächt; im ersteren Falle kann der Stromstoss nur ein schwacher, im zweiten Falle muss er heftiger sein. Wenn der eintretende Strom ein Feld hervorzurufen versuchte, welches dem von der Ausschaltung her vorhandenen Felde gleichgerichtet war, so musste naturgemäss die gegenelektromotorische Kraft um so kleiner ausfallen, je stärker das remanente Feld war; die Grenze des Anwachsens des Stromes war eigentlich nur noch durch den Widerstand, nicht mehr durch die Gesamtimpedanz der Primärspule gegeben.

Die Richtigkeit dieser von Fleming gegebenen Erklärung wird durch einige von Mordey's Versuchsresultaten bestätigt. So war es ihm unter Verwendung einer durch den normalen

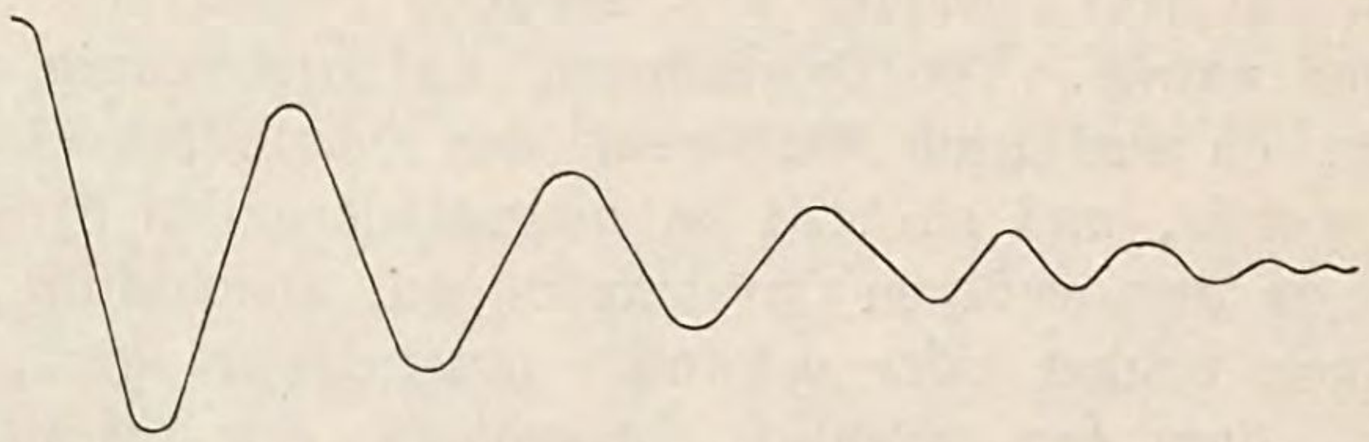


Fig. 103.

Leerlaufsstrom noch nicht zum Glühen gebrachten Lampe möglich, alle Grade der Helligkeit, von ganz geringer bis zu blendender, zu erhalten, sobald man eine grosse Anzahl von sehr raschen und kurzen Stromschlüssen bewerkstelligte. Die Helligkeit der Lampe wurde eben durch die Phase der Stromunterbrechung und des Stromschlusses beeinflusst. So ergaben Transformatoren mit besonders weichem Eisen auch bei niedriger Periodenzahl kaum merkbare Stromstösse. So war es vor allen Dingen unmöglich, selbst mit dem 5 pferd. Ferranti-Transformator bei 83 Perioden einen Stromstoss zu erhalten, sobald man langsam unterbrach und langsam wieder einschaltete. Man zog dann den Strom in mehr und mehr abnehmende Wellen etwa in der in Fig. 103 abgebildeten Weise auseinander und stellte ihn beim Einschalten in der umgekehrten Weise in allmählich wachsenden Wellen wieder her. Selbst wenn man nach langsamem Öffnen rasch wieder einschaltete, war der Stromstoss ein sehr geringer.

Es genügt also zur Verhütung des Stromstosses selbst bei den auf dem Kontinente üblichen niedrigen Wechselzahlen, gutes Eisen und nicht allzu plötzlich wirkende Ausschalter anzuwenden. Fleming glaubte die Erscheinung dafür verantwortlich machen zu können, dass einzelne Transformatoren der älteren Periode, die eine Zeitlang zufriedenstellend gearbeitet hatten und ausgeschaltet worden waren, beim Wiedereinschalten plötzlich infolge Durchschlagens der Isolation unbrauchbar geworden waren. Swinburne[1]), der ein solches Verhalten niemals beobachtet hatte, vermutet, dass Transformatoren, ähnlich wie grosse Kondensatoren, viel eher beim Ausschalten zerstört werden könnten. Solange der Transformator angeschlossen ist, muss seine Klemmenspannung mit der Netzspannung gleiche Grösse besitzen; im Momente der Ausschaltung jedoch, wo die Hysteresis des Kernes die Öffnung des Kontakts ohne Funkenbildung ermöglichen und den Kern stark magnetisiert lassen kann, wird die geringste Störung bewirken, dass der Transformator plötzlich seinen ganzen Magnetismus verliert. Wenn dann Primär- und Sekundärkreis offen sind, kann ein gut unterteilter Kern eine Spannung von solcher Höhe erzeugen, dass die Isolation zwischen Primär- und Sekundärspule durchschlagen wird. Dies ist bei Transformatoren der Igeltype nicht leicht möglich, weil dort beim Ausschalten meistens ein Lichtbogen an den Kontakten sich bildet.

Dieser Bogen selbst aber ist wieder eine dem Stromstosse ähnliche Erscheinung. Er tritt manchmal stärker, manchmal schwächer auf, ist besonders stark, wenn der magnetische Kreis sehr kurz und kräftig gehalten ist, und rührt nach Fleming's[2]) Ansicht davon her, dass bei diesen Transformatoren die Kraftlinienänderung pro Zeiteinheit für gleiche Änderungen der mittleren Stromstärke viel rascher vor sich geht als bei Transformatoren der eisengeschlossenen Form. Es ist dies eine Folge der ungleichförmigen Kraftlinienverteilung in Transformatoren der offenen Form. Wenn also bei einem Transformator dieser Form durch Öffnen des Primärausschalters der primäre Strom plötzlich stark geschwächt wird, tritt eine auffallend grosse Reduktion der gegenelektromotorischen Kraft und damit eine beträchtliche Zunahme der den Lichtbogen an den Kontakten erzeugenden elektromotorischen Kraft ein. Der Bogen wird also

---

[1]) J. Swinburne, a. a. O., p. 698.
[2]) J. A. Fleming, a. a. O., p. 684.

die sich mehr und mehr voneinander entfernenden Kontakte des Ausschalters eine Strecke weit verbinden. Bei eisengeschlossenen Transformatoren bewirkt die gleiche Verminderung der primären Stromstärke keine so bedeutende Verminderung der gegenelektromotorischen Kraft. Thatsächlich hat der Verfasser selbst bei Verwendung primitiver Ausschalter oder bei Ein- und Ausschaltung mit den mit isolierenden Handgriffen versehenen Bleisicherungen niemals erhebliche Funken bemerkt, und niemals sind ihm irgendwelche Folgen der möglicherweise aufgetretenen Stromstösse bekannt geworden.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Feldmann, Clarence P.

Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung der Wechselstrom-Transformatoren Für die Praxis bearbeitet

Bd.: I. : Mit 109 Abbildungen

1894

Techn. 59 t-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11889024-6